

# 10. BÖLÜM

## SAYILARIN SANATI

### SAYILARIN DİLİ

Sayılar arasında görsel bir sanat vardır. Şimdi bu sanata göz atalım.

#### Örnek:

$$\begin{aligned}123 - 45 - 67 + 89 &= 100 \\123 + 4 - 5 + 67 - 89 &= 100 \\123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 &= 100 \\1 + 23 - 4 + 5 + 6 + 78 - 9 &= 100\end{aligned}$$

#### Örnek:

$$\begin{aligned}1 \cdot 1 &= 1 \\11 \cdot 11 &= 121 \\111 \cdot 111 &= 12321 \\1111 \cdot 1111 &= 1234321 \\11111 \cdot 11111 &= 123454321 \\111111 \cdot 111111 &= 12345654321 \\1111111 \cdot 1111111 &= 1234567654321 \\11111111 \cdot 11111111 &= 123456787654321 \\111111111 \cdot 111111111 &= 12345678987654321\end{aligned}$$

#### Örnek:

$$\begin{aligned}1 \cdot 9 + 2 &= 11 \\12 \cdot 9 + 3 &= 111 \\123 \cdot 9 + 4 &= 1111 \\1234 \cdot 9 + 5 &= 11111 \\12345 \cdot 9 + 6 &= 111111 \\123456 \cdot 9 + 7 &= 1111111 \\1234567 \cdot 9 + 8 &= 11111111 \\12345678 \cdot 9 + 9 &= 111111111 \\123456789 \cdot 9 + 10 &= 1111111111\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}9.9+7 &= 88 \\98.9+6 &= 888 \\987.9+5 &= 8888 \\9876.9+4 &= 88888 \\98765.9+3 &= 888888 \\987654.9+2 &= 8888888 \\9876543.9+1 &= 88888888 \\98765432.9+0 &= 888888888 \\987654321.9-1 &= 8888888888\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}1.8 &= 8 \\11.88 &= 968 \\111.888 &= 69568 \\1111.8888 &= 9874568 \\11111.88888 &= 987634568 \\111111.888888 &= 98765234568 \\1111111.8888888 &= 9876541234568 \\11111111.88888888 &= 987654301234568 \\111111111.888888888 &= 98765431901234568\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}1.8+1 &= 9 \\12.8+2 &= 98 \\123.8+3 &= 987 \\1234.8+4 &= 9876 \\12345.8+5 &= 98765 \\123456.8+6 &= 987654 \\1234567.8+7 &= 9876543 \\12345678.8+8 &= 98765432 \\123456789.8+9 &= 987654321\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$12.42=21.24$$

$$23.96=32.69$$

$$24.84=42.48$$

$$13.62=31.26$$

$$46.96=64.69$$

**Örnek:**

$$3.37=111$$

$$6.37=222$$

$$9.37=333$$

$$12.37=444$$

$$15.37=555$$

$$18.37=666$$

$$21.37=777$$

$$24.37=888$$

$$29.37=999$$

**Örnek:**

$$19.1=19$$

$$19.2=38$$

$$19.3=57$$

$$19.4=76$$

$$19.5=95$$

$$19.6=114$$

$$19.7=133$$

$$19.8=152$$

$$19.9=171$$

$$19.10=190$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}999999.1 &= 0\ 999999 \\999999.2 &= 1\ 999998 \\999999.3 &= 2\ 999997 \\999999.4 &= 3\ 999996 \\999999.5 &= 4\ 999995 \\999999.6 &= 5\ 999994 \\999999.7 &= 6\ 999993 \\999999.8 &= 7\ 999992 \\999999.9 &= 8\ 999991 \\999999.10 &= 9\ 999990\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}12345679.9 &= 111111111 \\12345679.18 &= 222222222 \\12345679.27 &= 333333333 \\12345679.36 &= 444444444 \\12345679.45 &= 555555555 \\12345679.54 &= 666666666 \\12345679.63 &= 777777777 \\12345679.72 &= 888888888 \\12345679.81 &= 999999999\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}9876545321.9 &= 08888888889 \\9876545321.18 &= 17777777778 \\9876545321.27 &= 26666666667 \\9876545321.36 &= 35555555556 \\9876545321.45 &= 44\ 444444445 \\9876545321.54 &= 53333333334 \\9876545321.63 &= 62222222223 \\9876545321.72 &= 71111111112\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}67.67 &= 4\,489 \\667.667 &= 444\,889 \\6667.6667 &= 44\,448\,889\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}1 &= 1! \\2 &= 2! \\145 &= 1!+4!+5! \\40585 &= 4!+0!+5!+8!+5!\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}135 &= 1^1 + 3^2 + 5^3 \\175 &= 1^1 + 7^2 + 5^3 \\518 &= 5^1 + 1^2 + 8^3 \\598 &= 5^1 + 9^2 + 8^3\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\begin{aligned}1306 &= 1^1 + 3^2 + 0^3 + 6^4 \\1676 &= 1^1 + 6^2 + 7^3 + 6^4 \\2427 &= 2^1 + 4^2 + 2^3 + 7^4\end{aligned}$$

**Örnek:** Narsist (Armstrong ) sayılar;

$$\begin{aligned}153 &= 1^3 + 5^3 + 3^3 \\370 &= 3^3 + 7^3 + 0^3 \\371 &= 3^3 + 7^3 + 1^3 \\3435 &= 3^3 + 4^3 + 3^3 + 5^3 \\998411261211 &= 9984^3 + 1126^3 + 1211^3\end{aligned}$$

**Örnek:**  $0^0 = 0$  olmak üzere

$$438579088 = 4^4 + 3^3 + 8^8 + 5^5 + 7^7 + 9^9 + 0^0 + 8^8 + 8^8$$

$$438579088 = 4^4 + 3^3 + 8^8 + 5^5 + 7^7 + 9^9 + 0^0 + 8^8$$

**Örnek:**

$$4913 = (4 + 9 + 1 + 3)^3$$

$$5832 = (5 + 8 + 3 + 2)^3$$

$$17576 = (1 + 7 + 5 + 7 + 6)^3$$

$$19683 = (1 + 9 + 6 + 8 + 3)^3$$

$$390625 = (3 + 9 + 0 + 6 + 2 + 5)^4$$

$$234256 = (2 + 3 + 4 + 2 + 5 + 6)^4$$

$$52521875 = (5 + 2 + 5 + 2 + 1 + 8 + 7 + 5)^5$$

$$8833 = 88^2 + 33^2$$

**Örnek:**

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$$

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$$

$$36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 = 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2$$

·  
·  
·

**Örnek:**

$$\sqrt[3]{0} = 0$$

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{512} = 5 + 1 + 2 = 8$$

$$\sqrt[3]{4913} = 4 + 9 + 1 + 3 = 17$$

$$\sqrt[3]{5832} = 5 + 8 + 3 + 2 = 18$$

$$\sqrt[3]{17576} = 1 + 7 + 5 + 7 + 6 = 26$$

$$\sqrt[3]{19683} = 1 + 9 + 6 + 8 + 3 = 27$$

**Örnek:**

$$9^2 = 81 \quad 8 + 1 = 9$$

$$45^2 = 2025 \quad 20 + 25 = 45$$

$$55^2 = 3025 \quad 30 + 25 = 55$$

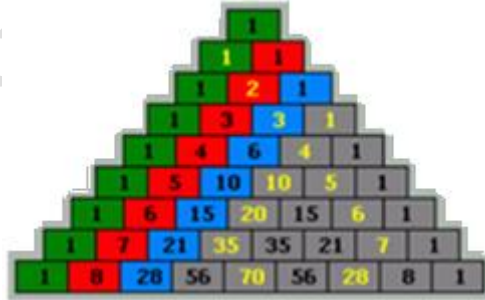
$$99^2 = 9801 \quad 98 + 01 = 99$$

$$297^2 = 88209 \quad 88 + 209 = 297$$

$$703^2 = 494209 \quad = 494 + 209 = 703$$

$$999^2 = 998001 \quad 998 + 001 = 999$$

**Örnek:** Paskal üçgeni sayılar kendisinin üstünde iki sayının toplamına eşittir. Bu sayılar kendi aralarında güzel bir sanat oluşturur.



Paskal üçgeni piramit şeklindeki sayıların simetri şeklinde

1. Kenarlar "1" sayından oluşur.

2. İkinci sıra pozitif tamsayılardır.

3. Üçüncü sıra, üçgen sayılardır. (1,3,6,10,15,...) Bu sayılar

$$\binom{2}{0}, \binom{3}{1}, \binom{4}{2}, \binom{5}{3}, \dots \text{ dir.}$$

4. Aynı yöndeki sayıların toplamı, seçtiğimiz son sayının ters yönündeki sayıya eşittir. Mesela  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$  veya  $1 + 4 + 10 + 20 + 35 = 70$  dir.
5. Her satırdaki sayıların toplamı, 2'nin üstlerini verir. Mesela 5. Satırdaki sayıların toplamı  $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4$  dir.
6. Her satır, sıfırdan başlamak üzere kendi derecesinden bir polinomun katsayılarını verir. Mesela
$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$
dir.

### Örnek (Kaprekar Sabiti): 6174 sayısı

Hintli matematikçi Kaprekar'ın ortaya koyduğu sabit bir sayı bu. Adı da Kaprekar Sabiti. Nasıl mı? Hemen anlatalım. Siz de bir kalem kâğıt alın, deneyin. 4 haneli bir sayı düşünelim. Tek şart aynı rakamı sadece iki kere kullanabilirsiniz. Örneğin bu sayı 5479 olsun. Şimdi bu sayıdaki rakamları önce büyükten küçüğe ve sonra küçükten büyüğe sıralayalım ve büyük sayıdan küçüğü çıkaralım:

$$9754 - 4579 = 5175$$

elde edile bu sayıyı yine büyükten küçüğü ve küçükten büyüğe sıralayalım ve tekrar birbirlerinden çıkaralım.

$$7551 - 1557 = 5994$$

bulunur. Aynı işlemi birkaç defa tekrar edelim.

$$9954 - 4599 = 5355$$

$$5553 - 3555 = 1998$$

$$9981 - 1899 = 8082$$

$$8820 - 0288 = 8532$$

$$8532 - 2358 = 6174$$

Bu tekrarlama işlemi en fazla yedi kere sürebiliyor. O yedi döngü içinde mutlaka 6174 ile karşılaşılıyor. İşte Kaprekar ortaya çıkardığı bir çalışma.

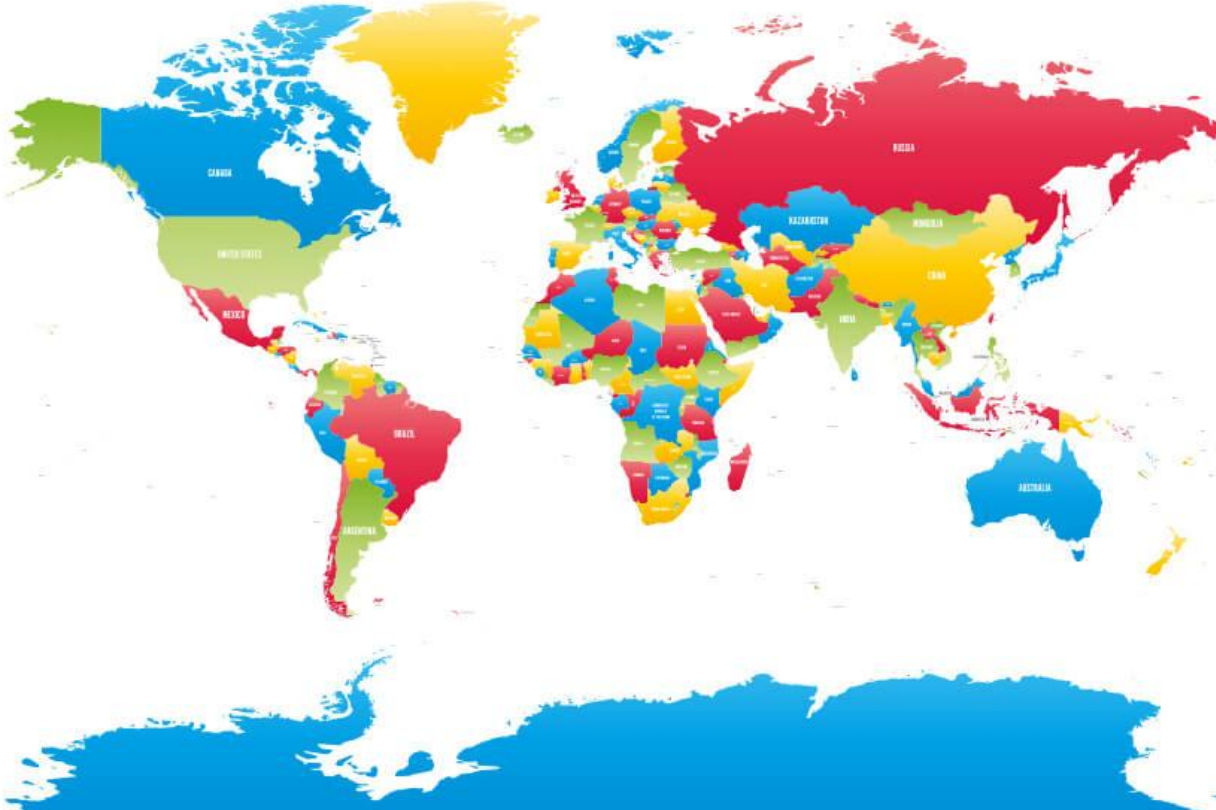
### DÖRT RENK TEOREMİ

Bir haritayı renklendirmek için dört farklı renk yeter. Bu teoriyi Francis Guthrie 1853'te ortaya atmış. Ve daha ilginç olanı bu teorem, bilgisayar kullanılarak ispat edilen ilk majör teorem. Teoremi, 1976'da Kenneth Appel ve Wolfgang Haken adlı programcılar ispatlamış.





Dört renk kullanılarak çizilen Türkiye haritası



Dört renk kullanılarak çizilen dünya haritası

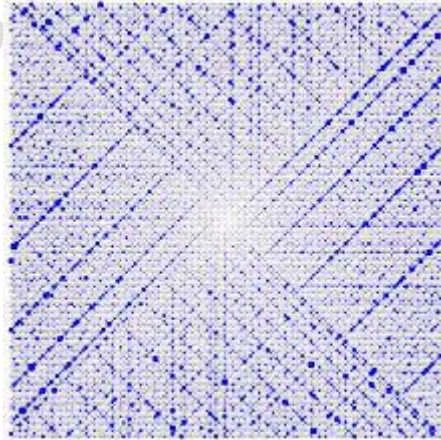
## BAZI TABLOLAR

Sayıların sanatları hakkında bazı tablolar verelim.

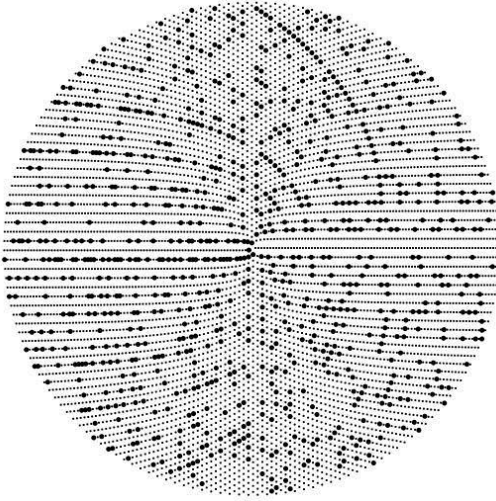
**Örnek:** Stanislaw Ulam, 2. Dünya Savaşı'nda Polonya'dan ABD'ye kaçmış, Manhattan Projesi gibi gizli bir takım projelerde de görev almış bir matematikçidir. 1963'te katıldığı bir seminerde sıkılır ve önündeki kağıtta sayılarla oynamaya başlar. Önce aşağıdaki gibi spiral şeklinde tüm sayıları yazar ve sonra asal sayıları aradan seçer:

100	99	98	97	96	95	94	93	92	91	90
101	64	63	62	61	60	59	58	57	56	89
102	65	36	35	34	33	32	31	30	55	88
103	66	37	16	15	14	13	12	29	54	87
104	67	38	17	4	3	2	11	28	53	86
105	68	39	18	5	0	1	10	27	52	85
106	69	40	19	6	7	8	9	26	51	84
107	70	41	20	21	22	23	24	25	50	83
108	71	42	43	44	45	46	47	48	49	82
109	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

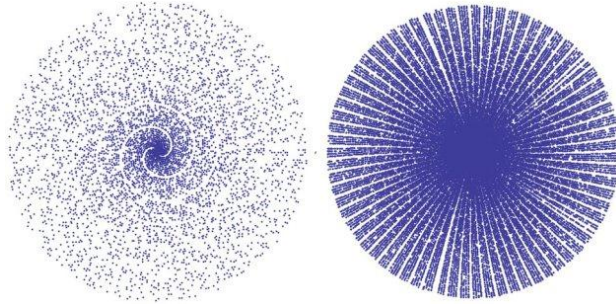
Stanislaw Ulam Asal sayılar hep diagonal çizgiler üzerinde gittiğini tespit eder. Daha sonraki dönemlerde başka matematikçilerin çalışmaları sonucuna daha geniş versiyonunu aşağıdaki şekli oluşturduğu tespit edilmiştir.



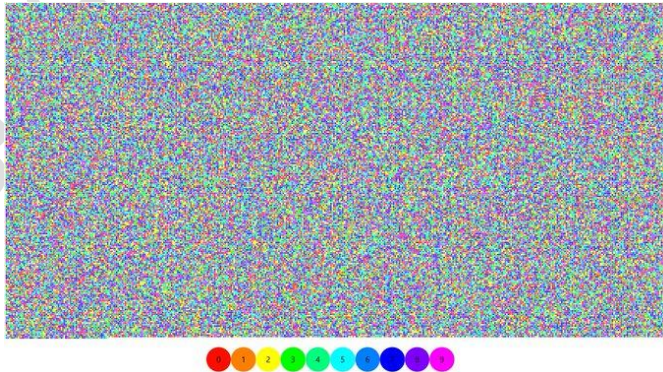
Eğer bu veriler spiral bir gösterim tercih edilirse elimize şu geçiyor:



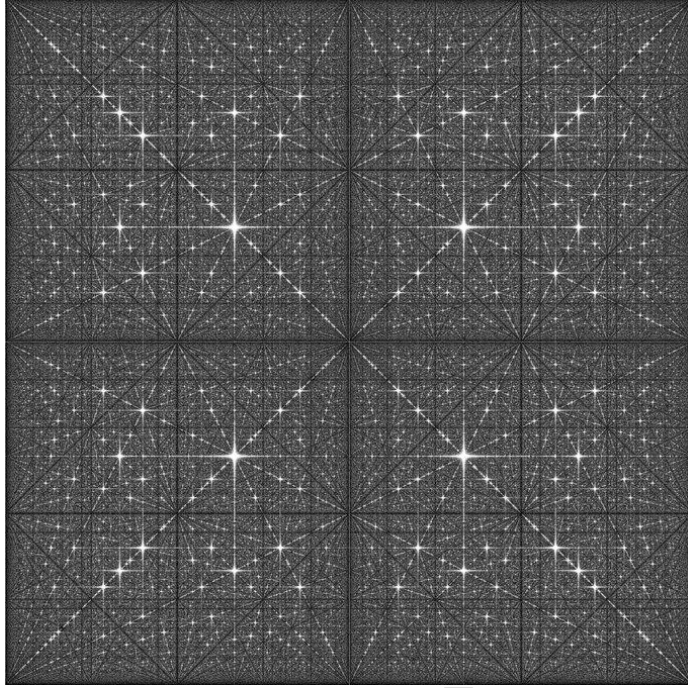
Yine ilk 5 bin ve 50 bin asal sayının polar koordinatlardaki gösterimi ise aşağıdaki şekilde gibidir.



**Örnek:** 3,1415926535897932384626433832795... sayısının aynı türden rakamları tek renklerle kodlayınca ilk 100 bin basamağın tablosu aşağıdaki şekilde oluşur.



**Örnek:** Aralarında Asal Sayıların Fourier dönüşümü ile elde edilmiş tablosu aşağıdaki şekildedir.



#### KAYNAKÇA

1. <https://cangurses.wordpress.com/2017/06/18/nedir-bu-asal-sayilarin-gizemi-ve-riemann-hipotezi/>
2. <https://twitter.com/canitti/status/838749818352709632>

Öğr. Gör. Şaban