

# 1. BÖLÜM

## BİRİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLERE GİRİŞ

Matematikte oluşan modellemelerin günlük hayatta, teknolojiye, ekonomide, turizmde ve sağlık gibi sektörlerden kullanılabilmesi için, bu modellemelerin çözüm kümesi bulunmalıdır. Bunun için pek çok yöntem bulunmaktadır. Bu bölümde önce 1. dereceden denklem çeşitleri ve bu denklemlerin çözüm yollarından bahsedilecek sonra da bazı temel denklem kurup onların çözümlerinden incelenecektir. Bu denklemlere ileri de doğrusal (lineer) denklem de denilecektir. 1. dereceden denklemler aynı zamanda doğrusal denklemleri de sağlamaktadır.

### BİRİNCİ DERECEDEKİ;

#### 1. BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

**1.1. Tanım:**  $a$  ve  $b$  reel sayı ve  $a \neq 0$  olmak üzere,  $ax + b = 0$  şeklindeki eşitliklere 1. dereceden bir bilinmeyenli denklem denir. Denklemi sağlayan  $x$  reel sayısına da denklemin kökü denir. Denklem köklerinin oluşturduğu kümeye de denklemin çözüm kümesi denir. İleri de 1. dereceden bir bilinmeyenli denklemlere doğrusal (lineer) denklem olarak da tanımlanacaktır.

**Örnek:**  $8x + 13 = 0$ ,  $\frac{x+5}{8} = 0$ ,  $2x = 0$ ,  $a + 9 = 0$ ,  $t - 5 = 0$ ,  $m + 7 = 0$  birer birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdir. Burada 1., 2. ve 3. denklemler  $x$ 'e bağlıdır. 4.  $a$ 'ya 5.  $t$ 'ye, 6.  $m$ 'ye bağlı denklemlerdir.

**Örnek:**  $(a - 4)x^2 + (b - 6)x - 10 = 0$  denklemi  $x$ 'e bağlı birinci dereceden denklem olabilmesi için  $a$  ve  $b$  için ne söylenebilir.

**Çözüm:** Denklem birinci dereceden bir bilinmeyenli olabilmesi için  $x^2$  olmamalıdır. Buna göre;

$$a - 4 = 0 \text{ ve } b - 6 \neq 0$$

olmalıdır.

**1.1. Teorem:**  $ax + b = 0$  denkleminde

a)  $a \neq 0$  ise bu denkleminin kökü  $x = -\frac{b}{a}$  ve çözüm kümesi  $\mathcal{C}.K. = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$  dir.

b)  $a = 0, b \neq 0$  ise bu denklemin kökü yoktur ve çözüm kümesi boş kümedir.

c)  $a = 0, b = 0$  ise her reel sayı bu denklemin bir köküdür ve çözüm kümesi tüm reel sayılardır ( $\mathcal{C}.K. = \mathbb{R}$ ) dir.

İspat:  $a \neq 0$  olmak üzere  $ax + b = 0$  denkleminde her iki tarafa  $-b$  eklenirse,

$$ax + b - b = -b \text{ ise } ax = -b$$

bulunur. Her iki tarafı  $a$  ile bölünürse,

$$\frac{ax}{a} = -\frac{b}{a} \text{ ise } x = -\frac{b}{a}$$

elde edilir. ( $b$  ve  $c$  sıkları aşikârdır)

**Örnek:** Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümesini bulunuz.

1.  $3x - 9 = 12$

2.  $2x + 5 = x + 15$

3.  $4(2x - 3) = (2x + 6)$

4.  $\frac{x-4}{5} = \frac{x+6}{8}$

Çözüm:

1.  $3x - 9 = 12$

$$3x = 12 + 9 = 21$$

$$x = -\frac{21}{3} = 7$$

2.  $2x + 5 = x + 15$

$$2x - x = 15 - 5$$

$$x = 10$$

3.  $4(2x - 3) = (2x + 6)$

$$8x - 12 = 2x + 6$$

$$\begin{aligned}
 8x - 2x &= 6 + 12 \\
 6x &= 18 \\
 x &= \frac{18}{6} = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \frac{x-4}{5} &= \frac{x+6}{8} \\
 8x - 32 &= 5x + 30 \\
 8x - 5x &= 30 + 32 \\
 3x &= 62 \\
 x &= \frac{62}{3}
 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{1}{2}x - 3 = 7 - \frac{1}{3}x$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned}
 \text{Çözüm: } \frac{1}{2}x - 3 &= 7 - \frac{1}{3}x \\
 \frac{x}{2} + \frac{x}{3} &= 7 + 3 \\
 \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} &= 10 \\
 5x &= 60 \\
 x &= \frac{60}{5} = 12
 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{x-2}{4} + \frac{x}{2} = x + \frac{x-1}{2}$  denkleminin kökü nedir?

$$\begin{aligned}
 \text{Çözüm: } \frac{x-2}{4} + \frac{x}{2} &= x + \frac{x-1}{2} \\
 \frac{x-2}{4} + \frac{x}{2} - \frac{x-1}{2} &= x \\
 \frac{x-2}{4} + \frac{1}{2} &= x \\
 \frac{x-2}{4} - x &= -\frac{1}{2} \\
 \frac{x-2-4x}{4} &= -\frac{1}{2} \\
 2(-3x-2) &= -4 \\
 3x+2 &= 2 \\
 x &= 0
 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $5x + \frac{1}{2}(8x - 9) = \frac{27}{2}$  denkleminin kökünü bulunuz.

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 2 \cdot \left( 5x + \frac{1}{2}(8x - 9) \right) &= 2 \cdot \frac{27}{2} \\ 10x + 8x - 9 &= 27 \\ 18x &= 27 + 9 = 36 \\ x &= \frac{36}{18} = 2\end{aligned}$$

**Örnek:**  $(2m - 21)x - 5 = x - n$  denklemi 1. dereceden bir bilinmeyenli denklem olmayıp bir reel sayı olduğuna göre  $m$  ve  $n$ 'nin değeri nedir?

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } (2m - 21)x - 5 &= x - n \\ (2m - 21)x - x + (n - 5) &= 0 \\ (2m - 22)x + (n - 5) &= 0\end{aligned}$$

Burada bu denklemin reel sayı ifade ettiğine göre  $2m - 22 = 0$  ve  $n - 5 = 0$  olmalıdır. Öyleyse,  $m = 11$  ve  $n = 5$  dir.

**Örnek:**  $(-a + 3)x + 4a = x - 5$  denklemini sağlayan çözüm kümesi  $\text{Ç. K.} = \{3\}$  olduğuna göre  $a$ 'nın değeri nedir?

**Çözüm:** Denklemin çözüm kümesi  $\text{Ç. K.} = \{3\}$  olduğuna göre 3 denklemini sağlar. O halde  $x$  yerine 3 yazılmalıdır.

$$\begin{aligned}(-a + 3) \cdot 3 + 4a &= 3 - 5 \\ -3a + 9 + 4a &= -2 \\ a &= -11\end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{8x-3}{4} = 2x + 5$  denklemini inceleyiniz.

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{8x-3}{4} &= 2x + 5 \\ 8x - 3 &= 8x + 20 \\ 0 &= 23\end{aligned}$$

olur ki bu denklemin çözüm kümesinin boş küme olduğunu gösterir.

**Örnek:**  $3x + 5 = mx + 6$  denkleminin hangi  $m$  değeri için çözüm kümesi boş ( $\emptyset$ ) kümedir?

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 3x + 5 &= mx + 6 \\ 3x + mx &= 6 - 5 \\ (3 - m)x &= 1 \\ x &= \frac{1}{m-3}\end{aligned}$$

$3 - m = 0$  için  $x$  bir reel sayı olmaz. O halde  $m = 3$  için denklemin çözüm kümesi boş ( $\emptyset$ ) kümedir?

**Örnek:**  $ax + 2 = b - 5x$  denkleminin çözüm kümesinin tüm reel sayılar olması için  $a$  ve  $b$ 'nin değerleri ne olmalıdır?

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } ax + 2 &= b - 5x \\ (a + 5)x + (2 - b) &= 0 \\ a + 5 = 0 \text{ ve } 2 - b &= 0 \\ a = -5 \text{ ve } b &= 2\end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{2x}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 0$  denkleminin  $\mathbb{R}$  deki çözüm kümesi nedir?

**Çözüm:** Bu denklemin çözülebilmesi için  $x \neq 1$ ;  $x \neq -1$  olmalıdır.

$$\begin{aligned}\frac{2x(x+1)}{x^2-1} - \frac{x(x-1)}{x^2-1} &= 0 \\ \frac{2x^2+2x-x^2+x}{x^2-1} &= 0 \\ x^2 + 3x &= 0 \\ x(x+3) &= 0 \\ x = 0 \text{ ve } x &= -3\end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{x+1}{x} - \frac{x+4}{x+1} = \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{x+1}{x} - \frac{x+4}{x+1} &= \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} \\ \frac{x+1}{x} + \frac{x}{x-1} &= \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-1}{x^2-x} + \frac{x^2}{x^2-x} &= \frac{x}{x+1} + \frac{x+4}{x+1} \\ \frac{2x^2-1}{x^2-x} &= \frac{2x+4}{x+1} \\ (2x^2-1)(x+1) &= (x^2-x)(2x+4) \\ 2x^3+2x^2-x-1 &= 2x^3+4x^2-2x^2-4x \\ 4x-x &= 1 \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**1.2. Tanım:**  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$  biçimindeki denklemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli rasyonel denklemler denir. Burada  $P(x) = 0$  ve  $Q(x) \neq 0$  dir.

**Örnek:**  $\frac{(x-3)(x+4)}{x+5} = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

**Çözüm:**  $x - 3 = 0$  veya  $x + 4 = 0$  ise  $x = 3$  veya  $x = -4$  dir.  $x + 5 \neq 0$  olduğunda  $x \neq -5$  dir. O halde çözüm kümesi  $\mathcal{C} = \{3; -4\}$  olur.

**Örnek:**  $\frac{x^2-6x}{x} = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

**Çözüm:**  $x^2 - 6x = 0$  ise  $x(x - 6) = 0$  ise  $x = 0$  veya  $x = 6$  dir. Ayrıca  $x \neq 0$  olduğunda çözüm kümesi  $\mathcal{C}.K. = \{4\}$  olur.

## 2. BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEM KURMA

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde bilinmeyen  $x$  gibi bir değişken alınır. Bu değişkene göre, diğer denklemler duruma göre yeni denklem olacak şekilde yazılır. Oluşan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözülür.

**Örnek:** İki katına 10 ilave edilince, 3 katından 14 eksik olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

**Çözüm:** Kabul edelim ki bu sayı  $x$  olsun.

$$\begin{aligned} 2x + 10 &= 3x - 14 \\ 10 + 14 &= 3x - 2x \\ x &= 24 \end{aligned}$$

**Örnek:** Bir düğünde 25 erkek ve 10 kadın vardır. Bu salona kaç evli çift girerse erkek sayısı kadın sayısının 2 katı olur?

**Çözüm:** Bu salona  $x$  tane erkek,  $x$  tane kadın girdiğini düşünelim.

$$\begin{aligned} 25 + x &= 2(10 + x) \\ 25 + x &= 20 + 2x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

**Örnek:** Bir merdivenin basamaklarını ikişer ikişer çıkıp, üçer üçer inen bir kişinin, çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 5 fazladır. Buna göre, merdiven kaç basamaklıdır?

**Çözüm:** Merdivenin basamak sayısı  $x$  olsun.

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &= \frac{x}{3} + 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} &= 5 \\ \frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} &= 5 \\ x &= 30 \text{ basamaklıdır} \end{aligned}$$

### 3. İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

**1.3. Tanım:**  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  olmak üzere,  $ax + by + c = 0$  şeklindeki eşitliklere 1. dereceden iki bilinmeyenli denklem denir.

**Örnek:**  $2x + 3y - 10$ ,  $4a + 2b = 7$ ,  $m - n = 12$  birer birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdir. Burada 1. denklem  $x$  ve  $y$ 'ye, 2. denklem  $a$  ve  $b$ 'ye 3. denklem  $m$  ve  $n$ 'ye bağlıdır.

**1.4. Tanım:**  $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ dx + ey + f &= 0 \end{aligned}$$

şeklinde birden fazla iki bilinmeyenli denklemlerden oluşan sistemlere iki bilinmeyenli denklem sistemi denir. Doğrusal fonksiyonlar konusunda bu denklemlerin bir bilinmeyenli denklemlerin doğru gösterdiğini söyleyeceğiz. Orada iki bilinmeyenli bu sistem, iki doğrunun kesişme noktalarını verecek.

**Örnek:**  $2x - y + a = 0$

$$ax + y + b = 0$$

sisteminin çözüm kümesi  $\mathbb{C}. K. = \{(x; y) = (2; 3)\}$  ise  $b$ 'nin değeri kaçtır?

**Çözüm:** Denklemi  $x = 1, y = 3$  sağladığından

$$2 \cdot 2 - 3 + a = 0 \text{ ise } a = -1$$

$$-1 \cdot 1 + 3 + b = 0 \text{ ise } b = -1$$

olarak bulunur.

**1.2. Teorem:**  $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

şeklinde verilen denklem sisteminin çözümü için:

i)  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$  ise denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz ikiliden oluşur.

ii)  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$  ise denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.

iii).  $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$  ise denklem sisteminin çözüm kümesi tek ikiliden oluşur.

**İspat:** i)  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$  ise  $a = d \cdot k, b = e \cdot k, c = f \cdot k$  yazılabilir. Buna göre bu iki denklem

$$ax + by + c = 0 \}$$

$$dx + ey + f = 0 \}$$

$$kdx + key + kf = 0 \}$$

$$dx + ey + f = 0 \}$$

$$k(dx + ey + f) = 0 \}$$

$$dx + ey + f = 0 \}$$

elde edilir. Burada  $k$  keyfi olduğundan denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuzdur.



ii)  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = k$  ise  $a = d \cdot k, b = e \cdot k$  yazılabilir. Buna göre bu iki denklemler

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} kdx + key + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} k(dx + ey) + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{array} \right\}$$

$$k(-f) + c = 0$$

$$c = f \cdot k$$

$$k = \frac{c}{f}$$

olur ki bu bir çelişkidir. Şu halde bu denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.

iii)  $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$  ise  $a = d \cdot k$  ve  $b = e \cdot m$  olacak şekilde  $k$  ve  $m$  reel sayıları vardır.

$$\left. \begin{array}{l} k \cdot d \cdot x + m \cdot e \cdot y + c = 0 \\ d \cdot x + e \cdot y + f = 0 \end{array} \right\}$$

$k \neq m$  olduğundan bu denklemde belli bir düzen yoktur. Şu halde bu denklem sisteminin çözüm kümesi tek ikiliden oluşur.

**Örnek:**  $ax + 10y + 5 = 0$

$$6x - by + 3 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için  $a$  ve  $b$  ne olmalıdır?

Çözüm:  $\frac{a}{6} = \frac{10}{-b} = \frac{5}{3}$  ise  $a = 10$  ve  $b = -6$

**Örnek:**  $mx + 2y - 7 = 0$

$$6x + 4y + n = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için  $m + n$  ne olmalıdır?

Çözüm:  $\frac{m}{6} = \frac{2}{4} = \frac{-7}{n}$

$$m = 3, n = -14$$

$$m + n = 3 - 14 = -11$$

**Örnek:**  $2x - 5y + 4 = 0$   
 $-4x + 10y + k = 0$

denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olması için  $k$ 'nin değeri ne olmalıdır?

Çözüm:  $\frac{2}{-4} = \frac{-5}{10} \neq \frac{4}{k}$  ise  $k \neq 8$  dir. Yani  $k, -8$  olursa çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

**Örnek:**  $ax + (a + 2) + 12 = 0$   
 $2x + 3y + 23 = 0$

denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olması için  $a$ 'nın değeri ne olmalıdır?

Çözüm:  $\frac{a}{2} = \frac{a+2}{3} \neq \frac{12}{23}$

$$3a = 2a + 4$$

$$a = 4 //$$

Şimdi 1.2. teoreminin 3. durumu olan kısmı inceleyelim. 3. Kısım birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemin çözümü gerekmektedir. Bunun için üç önemli metotla çözüm yapılmaktadır. Yok etme metodu, yerine koyma metodu ve karşılaştırma metodu olarak bilinmektedir. Bu metotların dışında lineer cebir derslerinde doğrusal (lineer) denklem sistemleri konusunda başka yöntemlerde anlatılacaktır. Şimdilik üç metodu vereceğiz.

**1. Yok Etme Metodu:** Verilen denklem sisteminde değişkenlerden birinin katsayıları birbirine eşitlenip taraf tarafa toplanarak veya çıkarılarak değişkenlerden biri yok edilir. Diğer değişken bulunur ve sonuca gidilir.

**Örnek:**  $2x + 3y = 7$   
 $3x - y = 5$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: Verilen denklemleri katsayıları eşitleyerek taraf tarafa toplayalım,

$$\left. \begin{array}{l} 1/ \ 2x + 3y = 7 \\ 3/ \ 3x - y = 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 9x - 3y = 15 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa,

$$11x = 22$$

$$x = 2$$

olur.  $x = 2$  olduğuna göre herhangi bir denklemde yerine yazarsak,

$$3 \cdot 2 - y = 5$$

$$y = 1$$

dir. Buna göre çözüm kümesi  $\mathcal{C} = \{(2,1)\}$  olarak bulunur.

**Örnek:**  $3a - 2b = 8$

$$a + b = 1$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: 2. denklem 2 ile çarparsak,

$$\left. \begin{array}{l} 1/ \ 3a - 2b = 8 \\ 2/ \ a + b = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a - 2b = 8 \\ 2a + 2b = 2 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa,

$$5a = 10$$

$$a = 2$$

olur.  $a = 2$  olduğuna göre herhangi bir denklemde yerine yazarsak,

$$2 + b = 1$$

$$b = -1$$

dir. Buna göre çözüm kümesi  $\mathcal{C}. K. = \{(2, -1)\}$  olarak bulunur. //

1. dereceden bir bilinmeyenli denklemler, bazen bir bilinmeyenli ama farklı dereceden denklemlerinde çözümünde kullanılabilir. Bunu örnekle izah edelim.

**Örnek:**  $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 3$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 2$$

denklem sisteminin çözümü nedir?

Çözüm: 1. denklem 3 ile 2. denklem -2 ile çarpılırsa,

$$\left. \begin{array}{l} 3/ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 3 \\ -2/ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = -2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{6}{x} - \frac{9}{y} = 9 \\ -\frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 4 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa  $-\frac{11}{y} = 11$  ise  $y = -1$  dir. Bulunan bu  $y = -1$  değerini 2.

denklemde yerine yazarsak,  $\frac{3}{x} + \frac{1}{-1} = -2$  ise  $x = -3$  olarak bulunur.

**2. Yerine Koyma Metodu:** Verilen denklem sisteminde bilinmeyen değerlerden biri çekilerek, diğer denklemde yerine yazıp değişkenler bulunur.

**Örnek:**  $x - 3y = 1$ ,  $2x + y = 9$  denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: 1. denklemden  $x = 3y + 1$  bulunur. Bu denklem 2. denklemde yerine yazarsak,

$$2(3y + 1) + y = 9$$

$$6y + 2 + y = 9$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

dir.  $y = 1$  olduğuna göre  $x - 3 \cdot 1 = 1$  ise  $x = 4$  elde edilir. Buna göre çözüm kümesi Ç. K. =  $\{(4, 1)\}$  olarak bulunur.

$$\text{Örnek: } \frac{2x+1}{y-1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{x+y}{x-1} = 7$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: 1. ve 2. denklemlerde içler dışlar çarpımı yapılırsa,

$$8x + 4 = 5y - 5 \text{ ise } 8x - 5y = -9$$

$$x + y = 7x - 7 \text{ ise } y = 6x - 7$$

elde ederiz. 2. denklemi 1. denklemde yerine yazarsak,

$$8x - 5(6x - 7) = -9$$

$$8x - 30x + 35 = -9$$

$$-22x = -44$$

$$x = 2$$

$$y = 6x - 7 = 6 \cdot 2 - 7 = 5$$

$$\text{Ç. K.} = \{(x; y) = (2; 5)\}$$

olarak bulunur.

**3. Karşılaştırma Metodu:** Verilen denklem sisteminin her ikisinden de aynı değişken çekilir. Denklemlerin diğer tarafları eşitlenerek sonuca gidilir.

**Örnek:**  $2a - 3b = -8$ ,  $2a + 4b = 13$  denklem sisteminde  $b$ 'nin değeri nedir?

Çözüm: 1. ve 2. denklemlerde  $2a$  çekilirse,

$$2a = 3b - 8 \text{ ve } 2a = -4b + 13$$

dir. Bu iki denklemlerin sol tarafları birbirine eşit olduklarından sağ tarafları da birbirlerine eşittir.

$$3b - 8 = -4b + 13$$

$$7b = 21$$

$$b = 3$$

elde edilir.

#### 4. İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM KURMA

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerde bilinmeyen  $x$  ve  $y$  gibi iki değişken alınır. Bu değişkene göre, diğer denklemler verilere göre yeni denklem olacak şekilde yazılır. Oluşan birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem yok etme, yerine koyma ve karşılaştırma metotların biriyle çözülür.

**Örnek:** 25 ve 50 kuruşluklardan oluşan 9 tane madeni para bulunuyor. Bu paraların tutarı 325 kuruştur. Bu paralardan 25 ve 50 kuruşlukların sayısı nedir?

Çözüm: 25 kuruşluklar x tane  
50 kuruşluklar y tane  
olsun. Buna göre,

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ 25x + 50y = 325 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -x - y = -9 \\ x + 2y = 13 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa  $y = 4$ ,  $x = 5$  tanedir.

**Örnek:** Bir otelde 4 yataklı ve 3 yataklı toplam 7 tane oda vardır. Toplam 25 yataklı olan bu otelin 4 yataklı oda sayısı nedir?

Çözüm: 4 yataklı x tane, 3 yataklı y tane oda olsun. Bu takdirde,

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 7 \\ 4x + 3y = 25 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -3x - 3y = -21 \\ 4x + 3y = 25 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa  $x = 4$  olarak bulunur.

**Örnek:** Yağmur ile Zehra'nın paraları toplamı 90 liradır. Yağmur Zehra'ya 5 lira verirse Zehra'nın parası Yağmur'un parasının 2 katı olacaktır. İlk durumda Yağmur'un parası kaç liradır?

Çözüm: Yağmur'un parası y ₺, Zehra'nın parası z ₺ olun.

$$\left. \begin{array}{l} y + z = 90 \\ 2(y - 5) = z + 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} y + z = 90 \\ 2y - 10 = z + 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} z = 90 - y \\ 2y = z + 15 \end{array} \right\}$$

dir. Yerine koyma metodu uygulanarak 1. denklem 2. denklemde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} 2y &= (90 - y) + 15 \\ y &= 35 \text{ ₺} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

### 5. ÇOK BİLİMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

İçerisinde bir veya daha fazla değişken bulunduran birkaç birinci dereceden denklemin özel durumları vardır. Bu durumları çözmek için iki bilinmeyenli denklemdeki metotlar uygulanır.

**Örnek:**  $3x + 5y - z = 16$

$$x - y + 5z = 28$$

olduğuna göre  $x + y + z$  toplamı kaçtır?

**Çözüm:** Verilen denklemleri taraf tarafa toplarsak,

$$4x + 4y + 4z = 44$$

bulunur.

**Örnek:**  $x + 4y - 3z = 15$

$$x - 4y + 3z = -5$$

olduğuna göre  $x$  in değeri nedir?

**Çözüm:** Verilen denklemler taraf tarafa toplanırsa  $x = 10$  olarak bulunur.

**Örnek:**  $x + y = 10$

$$y + z = 6$$

$$z + x = 8$$

ise  $x$ 'in değeri nedir?

**Çözüm:** Verilen denklemleri taraf tarafa toplarsak,

$$2x + 2y + 2z = 24$$

$$x + y + z = 12 \quad (1)$$

olarak bulunur. Burada verilen 2. denklemi bulunan (1) denklemde yerine yazarsak,

$$x + 6 = 12$$

$$x = 6$$

elde edilir.

**Örnek:**  $4x + 5y + 6z = 17$

$$x + 2y + 3z = 5$$

ise  $x + y + z$  toplamı kaçtır?

Çözüm: Verilen denklemleri taraf tarafa çıkarırsak,

$$3x + 3y + 3z = 12$$

$$x + y + z = 4$$

bulunur.

**Örnek:**  $\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre x'in değeri nedir?

Çözüm: Her iki denklemi taraf tara toplarsak

$$\frac{5}{x} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \text{ ise } x = 5$$

elde edilir.

**Örnek:**  $3x + 2y + 3z = 20$

$$x - 3y + 2z = 8$$

olduğuna göre  $x + y + z$  toplamı kaçtır?

Çözüm: 2. denklem  $-2$  ile çarpıp tara tarafa toplarsak,

$$\left. \begin{array}{l} 1/ \quad 3x - 5y + 5z = 20 \\ -2/ \quad x - 3y + 2z = 8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 5y + 5z = 20 \\ -2x + 6y - 4z = -16 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanır;

$$x + y + z = 4$$

elde edilir.

**Örnek:**  $x - y + 3z = 12$

$$3x + y - 2z = 10$$

$$x + 2y - z = 5$$

olduğuna göre  $2x + 6y + z$  toplamı kaçtır?

Çözüm: 2. denklem  $-1$  ile, 3. denklem  $4$  ile çarpıp taraf tarafa toplarsak

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 3z = 12 \\ 3x + y - 2z = 10 \\ x + 2y - z = 5 \end{array} \right\}$$



$$\left. \begin{array}{l} 1/ \quad x - y + 3z = 12 \\ -1/ \quad 3x + y - 2z = 10 \\ 4/ \quad x + 2y - z = 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 3z = 12 \\ -3x - y + 2z = -10 \\ 4x + 8y - 4z = 20 \end{array} \right\}$$

taraf tarafa toplanırsa;

$$2x + 6y + z = 22$$

bulunur.

**Örnek:**  $(a + 3)x + (a - 3b + 6)y = 0$  denklemleri her  $(x; y)$  için sağlanıyorsa  $a \cdot b$  nin değeri kaçtır?

**Çözüm:** Her  $(x; y)$  için verilen denklem sağlanıyorsa

$$a + 3 = 0 \text{ ve } a - 3b + 6 = 0$$

olmalıdır. Şu halde,  $a = -3$  ve  $b = 1$  dir.

**Örnek:**  $a + \frac{3}{b} = 8$

$$b + \frac{3}{a} = 5$$

olduğuna göre  $\frac{a}{b}$  nin değeri nedir?

**Çözüm:**

$$\left. \begin{array}{l} a \cdot b + 3 = 8b \\ a \cdot b + 3 = 5a \end{array} \right\}$$

$$\frac{a \cdot b + 3}{a \cdot b + 3} = \frac{8b}{5a}$$

$$1 = \frac{8b}{5a}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{8}{5}$$

## 6. ÇOK BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN KURULUMU

Birinci dereceden denklemlerin ikiden fazla bilinmeyen veya ikiden fazla denklem sistemleri varsa, bunların bazıları bir bilinmeyenli veya iki bilinmeyenli denklemler gibi kurularak çözülür. Diğerleri Lineer Cebir derslerinde anlatılacaktır.

**Örnek:** Bir markette 2 paket pirinç, 3 paket makarna, 4 paket bulgur alan bir kimse, toplam 81 ₺ ödemiştir? Bir paket pirincin fiyatı bir bulgurun paket fiyatının 2 katı, bir paket bulgurun fiyatı da bir makarnanın fiyatının 3 katı olduğuna göre, bir pirincin fiyatı kaç liradır?

Çözüm: Pirinç p, bulgur b, makarna m ₺ olsun.

$$2p + 3m + 4b = 81, p = 2b, b = 3m \text{ ise } p = 2b = 2 \cdot 3m = 6m$$

$$2 \cdot 6m + 3m + 4 \cdot 3m = 81$$

$$m = 3 \text{ ₺ ve } p = 18 \text{ ₺}$$

**Örnek:** a, b, c ve d birer ilçedir. a ilçesi ile diğer ilçeler arası 20 km'dir. Ama a ilçesinden çıkıp, başka yollardan sırasıyla b, c ve d ilçeleri gezilip tekrar a ilçesine gelince 94 km yol alınmaktadır. b den c'ye giden yol, c'den d'ye giden yoldan 8 km fazla olduğuna göre b ile c arası kaç km'dir.

Çözüm: a ile diğer ilçeler arası 20 km

b ile c arası x km

c ile d arası y km olsun.

$$20 + x + y + 20 = 94$$

$$x + 8 = y$$

$$20 + x + x + 8 + 20 = 94$$

$$x = 23 \text{ km}$$

olur.

## BİRİNCİ DERECE DENKLEMLERİN EŞİTSİZLİKLERİ

Birinci dereceden bir veya birkaç bilinmeyenli denklemlerin eşitsizlik çözümleri eşitlik çözümlerine benzemektedir. Buradaki tek fark eksi (-) ile her iki taraf çarpıldığında eşitsizliğin yön değiştirmesidir.

**1.5. Tanım:** a sayısı b sayısından küçükse,  $a < b$  şeklinde

a sayısı b sayısından büyükse,  $a > b$  şeklinde

a sayısı b sayısından küçük ve eşitse,  $a \leq b$  şeklinde

a sayısı b sayısından büyük ve eşitse,  $a \geq b$  şeklinde

sembolü ile gösterilir. Bu tanımda;

$a < b$  ve  $a > b$  eşitsizliğinde a ile b sayıları asla eşit olmaz.

$a \leq b$  ve  $a \geq b$  eşitsizliğinde a ile b sayılarının eşit olduğu durum vardır.

**Örnek:**  $2x - 1 < 9$

$$2x < 9 + 1$$

$$2x < 10$$

$$x < 5$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = \text{Ç. K.} = \{(-\infty; 5)\}$$

$$\text{Örnek: } 8 - x < -4$$

$$8 - (-4) < x$$

$$12 < x$$

$$\text{Ç. K.} = \{(-\infty; 12)\}$$

$$\text{Örnek: } -2x + 1 < 7 + x$$

$$x - 2x < 7 - 1$$

$$-x < 6$$

$$x > -6$$

$$\text{Ç. K.} = \{(-6; +\infty)\}$$

$$\text{Örnek: } \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \leq -1$$

$$\text{Çözüm: } \frac{2x}{6} - \frac{3x}{6} \leq -1$$

$$-x \leq -6$$

$$x \leq 6$$

$$\text{Ç. K.} = \{[6; +\infty)\}$$

### KESİR PROBLEMLERİ

1. dereceden denklemlerden olan kesir problemlerinin denklemlerini kurarken şu prensiplere dikkat etmek gerekir.

1. Bir sayının  $\frac{1}{x}$  i eksilirse, geriye bu sayının  $1 - \frac{1}{x}$  i kalır.

2. Bir bütün birden çok kesirli parçaya bölünürse bu bütünün tamamı kesirlerin paydasının OKEK'ine eşit olacak şekilde seçilir.

3. Bir bütün artarda kesirlere ayrıldığında sondan başa doğru ters işlemle gelinerek bütün bulunabilir.

4. Uygun geometrik şekiller yardımıyla çözüm yapılabilir.

5. Homojen bir telin gibi cismin bir parçası kesilirse cismin orta noktası kesilen parçanın yarısı kadar kayar.

**Örnek:** 125 m yükseklikten bırakılan bir top, yere düştükten sonra düşüş yüksekliğinin  $\frac{2}{5}$  u kadar tekrar yükselmektedir. Top yere üçüncü yükselişi kaç m'dir?

Çözüm: Top 125 metre yükseklikten bırakılıyor

1. yükselişi  $125 \cdot \frac{2}{5} = 50$  m dir.

2. yükselişi  $50 \cdot \frac{2}{5} = 20$  m dir.

3. yükselişi  $20 \cdot \frac{2}{5} = 8$  m dir.

**Örnek:** Bir bahçenin  $\frac{2}{5}$  ine domates, sonra da kalanın  $\frac{1}{3}$  üne fasulye ekiliyor. Geriye kalan  $260 \text{ m}^2$  de diğer sebzeler ekiliyor. Buna göre bahçenin tümü kaç metrekaredir?

Çözüm: Bahçenin tamamı  $x \text{ m}^2$  olsun. Önce  $\frac{2}{5}$  ine domates ekilirse, geriye

$$\left(1 - \frac{2}{5}\right)x = \frac{3}{5}x$$

arazi kalır. Sonra geriye kalanın  $\frac{1}{3}$  üne fasulye ekilirse, geriye

$$\frac{3}{5} \left(1 - \frac{1}{3}\right)x = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{2}{5}x$$

kalır. Buna göre;

$$\frac{2}{5}x = 260 \text{ ise } x = 650 \text{ m}^2$$

arazi olur.

**Örnek:** Bir ilaç pazarlamacısı elindeki ilaçların  $\frac{1}{5}$  ini bir eczaneye, sonrada geri kalan ilaçların  $\frac{1}{4}$  ünü ikinci bir eczaneye satıyor. Geriye 120 kutu ilaç kalıyor. Buna göre ilk eczaneye sattığı ilaç kutusu sayısı nedir?

Çözüm: Adamın borcu  $x$  olsun.

Önce  $\frac{1}{5}$  ini bir eczaneye satarsa geriye  $(1 - \frac{1}{5})x = \frac{4}{5}x$ 'i kalır

Sonra kalanın  $\frac{1}{4}$  ünü satarsa geriye  $\frac{4}{5} \left(1 - \frac{1}{4}\right)x = \frac{3}{5}x$ 'i kalır

Buna göre  $\frac{3}{5}x = 120$  ise  $x = 200$  kutu ilaç

İlk eczaneye sattığı ilaç sayısı  $\frac{1}{5} \cdot 200 = 40$  ilaç

olur.

**Örnek:**  $\frac{3}{8}$  i boş olan bir benzin deposundaki deponun  $\frac{2}{5}$  i kullanınca, bu deponun tamamını doldurmak için 35 litre benzin gerekmektedir. Buna göre, bu depo kaç litre benzin almaktadır?

Çözüm: Deponun tamamı  $x$  litre benzin alsın.

Deponun  $\frac{3}{8}$  i boş ise  $(1 - \frac{3}{8})x = \frac{5}{8}x$  i doludur

Benzinin  $\frac{2}{5}$  i kullanınca geriye  $\frac{5}{8} \left(1 - \frac{2}{5}\right)x = \frac{3}{8}x$  kalır

Deponun boş kısmı  $(1 - \frac{3}{8})x = \frac{5}{8}x = 35$  ise  $x = 56$  litredir.

**Örnek:** Bir harita teknikeri bir yolun  $\frac{1}{3}$  ünün ölçümünü yapıyor, sonra 3 km daha ölçüm yapınca yolun yarısına geliyor. Buna göre, yolun uzunluğu kaç metredir?

Çözüm: Yolun tamamı  $x$  metre olsun.

Yolun  $\frac{1}{3}$  ünün ölçümü yapınca  $\frac{x}{3}$  olur.

Sonra 3 km daha ölçüm yapınca yolun  $\frac{x}{2}$  inin ölçümü yapılır.

$$\frac{x}{3} + 3 = \frac{x}{2} \text{ ise } x = 18 \text{ km}$$

olur.

**Örnek:** Bir okulunda çalışan elemanların  $\frac{2}{3}$  ü öğretmendir. Diğer çalışanlardan 10 tanesi memurdur. Geriye kalan bütün elemanlar tüm elemanların  $\frac{2}{9}$  u olup, diğer işlerde görev yapmaktadır. Bu okulda kaç kişi görev yapmaktadır?

Çözüm: Okulda çalışan kişi sayısı  $x$  olsun.

Öğretmenlerin sayısı  $\frac{2x}{3}$  olur.

10 memur hariç geriye  $\frac{2x}{9}$  kişi kalmıştır.

$$\frac{2x}{3} + 10 + \frac{2x}{9} = x \text{ ise } x = 90$$

kişidir.

**Örnek:** Bir işletme sahibi parasının  $\frac{1}{3}$  ü ile bir makine satın alıyor. Parasının geri kalanı ile 12 tane makinenin sarf malzemesinden alıyor. Makinenin parası sarf malzemelerinin parasının kaç katıdır?

Çözüm: İşletme sahibinin paranın tamamı  $x$  lira olsun.

Makine  $\frac{x}{3}$  lira ise işletme sahibini geriye  $(1 - \frac{1}{3})x = \frac{2}{3}x$  lirası kalır.

Sarf malzemelerin tanesi  $x \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9} = x \cdot \frac{2}{27}$  liraya alınmıştır.

$$\frac{x \cdot \frac{1}{3}}{x \cdot \frac{2}{27}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{27}{2} = \frac{9}{2}$$

## ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

### Birinci Dereceden;

#### 1. Bir Bilinmeyenli Denklem Çözme

1.  $-3(x - 1) = -5x + 7$

olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

$$\begin{aligned}
\text{Çözüm: } & -3(x-1) = -5x+7 \\
& -3x+3 = -5x+7 \\
& 5x-3x = 7-3 \\
& 5x-3x = 7-3 \\
& x = \frac{4}{2} = 2
\end{aligned}$$

Cevap: C

2.  $3x - (8 - x) = -4(2 - x)$   
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0    B) 1    C) 2    D)  $\mathbb{R}$     E)  $\emptyset$

$$\begin{aligned}
\text{Çözüm: } & 3x - (8 - x) = -4(2 - x) \\
& 3x - 8 + x = -8 + 4x \\
& 0 = 0
\end{aligned}$$

Cevap: D

3.  $\{x - [(y + 3) - (z + 12)]\} - \{x + [(z + 5) - (x - 2)]\} + (y - x - 2)$   
toplamı nedir?

- A) 1    B) 2    C) 4    D) y    E) z

$$\begin{aligned}
\text{Çözüm: } & \{x - [(y + 3) - (z + 12)]\} - \{x + [(z + 5) - (x - 2)]\} + (y - x + 2) \\
& = \{x - [y + 3 - z - 12]\} - \{x + [z + 5 - x + 2]\} + y - x + 2 \\
& = \{x - y - 3 + z + 12\} - \{x + z + 5 - x + 2\} + y - x + 2 \\
& = x - y - 3 + z + 12 - z - 7 + y - x + 2 \\
& = 4
\end{aligned}$$

Cevap: C

4.  $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3} - \frac{x-1}{x}$   
eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{5}$     B)  $-\frac{1}{4}$     C)  $-\frac{1}{3}$     D)  $-\frac{1}{2}$     E)  $-\frac{2}{3}$

$$\text{Çözüm: } \frac{1}{x} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned}
 1 + \frac{x}{x+1} &= \frac{2}{3} \\
 \frac{x}{x+1} &= \frac{2}{3} - 1 = \\
 \frac{x}{x+1} &= -\frac{1}{3} \\
 3x &= -x - 1 \\
 x &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

5.  $\frac{3x-4}{5} - \frac{x-8}{2} = 4$  olduğuna göre, x'in değeri nedir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm:  $\frac{3x-4}{5} - \frac{x-8}{2} = 4$

$$\begin{aligned}
 \frac{6x-8}{10} - \frac{5x-40}{10} &= 4 \\
 6x - 8 - 5x + 40 &= 40 \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

Cevap: E

6.  $\frac{0,05x+3}{0,08x+5} = \frac{5}{4}$  olduğuna göre, x kaçtır?

A) -65 B) -50 C) -25 D) 20 E) 35

Çözüm:  $\frac{0,05x+3}{0,08x+5} = \frac{5}{4}$

$$\begin{aligned}
 \frac{5x+300}{8x+500} &= \frac{5}{4} \\
 20x + 1200 &= 40x + 2500 \\
 -20x &= 1300 \\
 x &= -65
 \end{aligned}$$

Cevap: A

7.  $4x + \frac{1}{2}(7x - 5) = 50$  olduğuna göre, x kaçtır?



- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 4x + \frac{1}{2}(7x - 5) &= 50 \\ 8x + 7x - 5 &= 100 \\ 15x &= 105 \\ x &= 7\end{aligned}$$

Cevap: D

$$8. \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-2} = 1$$

denkleminin köklerinden biri 6 olduğuna göre, a'nın değeri nedir?

- A) 2 B) -2 C) 0 D) 4 E) 5

Çözüm: Denkleminin köklerinden biri 6 olduğuna göre  $x = 6$  dir.

$$\begin{aligned}\frac{1}{6-a} + \frac{1}{6-4} + \frac{1}{6-2} &= 1 \\ \frac{1}{6-a} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} &= 1 \\ \frac{1}{6-a} &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \\ 6 - a &= 4 \\ a &= 2\end{aligned}$$

Cevap: A

$$9. \frac{x}{a} + c = \frac{x(b+c)}{ba} \text{ denkleminin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?}$$

- A) 1 B) c C) a D) b E) ab

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{x}{a} + c &= \frac{x(b+c)}{ba} \\ c &= \frac{xb+xc}{ba} - \frac{xb}{ab} \\ c &= \frac{xc}{ba} \\ ba &= x\end{aligned}$$

Cevap: E

10.  $\frac{x-2}{x-7} = \frac{x-4}{x-8}$  olduğuna göre, x'in değeri nedir?

- A) 8    B) 10    C) 12    D) 16    E) 18

Çözüm:  $\frac{x-2}{x-7} = \frac{x-4}{x-8}$

$$(x-2)(x-8) = (x-4)(x-7)$$

$$x^2 - 8x - 2x + 16 = x^2 - 7x - 4x + 28$$

$$11x - 10x = 28 - 16$$

$$x = 12$$

Cevap: C

## 2. Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma

11. Hangi sayının 3 eksiğinin  $\frac{3}{2}$  ü aynı sayının 1 fazlasına eşittir?

- A) 11    B) 12    C) 13    D) 14    E) 15

Çözüm: Verilen sayı x olsun.

$$(x-3) \cdot \frac{3}{2} = x+1$$

$$(x-3) \cdot 3 = 2 \cdot (x+1)$$

$$3x - 9 = 2x + 2$$

$$3x - 2x = 9 + 2$$

$$x = 11$$

Cevap: A

12. Hangi sayının iki katına 5 ilave edilince, 3 katından 10 eksik olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12    B) 14    C) 15    D) 16    E) 18

Çözüm: İstenen sayı x olsun.

$$2x + 5 = 3x - 10$$

$$10 + 5 = 3x - 2x$$

$$15 = x$$

Cevap: C

13. Bir sayının  $\frac{2}{5}$  i ile aynı sayının  $\frac{5}{6}$  sının toplamı 37 ise bu sayı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 35

Çözüm: İstenen sayı x olsun.

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}x + \frac{5}{6}x &= 37 \\ \frac{12x}{30} + \frac{25x}{30} &= 37 \\ \frac{37x}{30} &= 37 \\ x &= 30\end{aligned}$$

Cevap: D

14. Bir sayının  $\frac{4}{5}$  inin 9 fazlası, aynı sayıya eşittir. Bu sayı kaçtır?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm: İstenen sayı x olsun.

$$\begin{aligned}\frac{4}{5}x + 9 &= x \\ 9 &= x\left(1 - \frac{4}{5}\right) \\ 9 &= x\frac{1}{5} \\ x &= 45\end{aligned}$$

Cevap: B

15. 8 katı ile 5 katının toplamı 3900 olan sayı kaçtır?

A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

Çözüm: İstenen sayı x olsun.

$$\begin{aligned}8x + 5x &= 3900 \\ 13x &= 3900 \\ x &= 300\end{aligned}$$

Cevap: C

**16.** Metal işleri için, bir balkonun aralığı 8 eşit parçaya bölesi planlanıyor. Aralıklar fazla geniş olduğu fark edilince aralıkların her birinin uzunluğu 3 cm kısaltılıp 10 eşit parçaya bölünmeye karar verilmiştir. Buna göre, balkonun boyu kaç cm dir?

- A) 120   B) 150   C) 180   D) 210   E) 240

**Çözüm:** Balkonun ilk aralığı  $x$  cm olacak şekilde bölünsün.

$$8x = 10(x - 3)$$

$$8x = 10x - 30$$

$$30 = 10x - 8x$$

$$15 = x$$

olur. Buna göre balkonun uzunluğu;  $8x = 120$  cm dir.

Cevap: A

**17.** Bir üniversitenin Bilgisayar Mühendisliği bölümünü 24 erkek ve 10 bayan öğrenci kazanmıştır. Ek kontenjanda erkek ve bayan sayısı eşit sayıda öğrenci daha geldiğinde sınıftaki erkek öğrenci sayısı bayan öğrenci sayısının 2 katı olmuştur. Son durumda sınıfın mevcudu ne olmuştur?

- A) 36   B) 38   C) 40   D) 42   E) 44

**Çözüm:** Ek kontenjandan  $x$  tane erkek  $x$  tane bayan öğrenci gelsin.

$$24 + x = 2(x + 10)$$

$$24 + x = 2x + 20$$

$$4 = x$$

Sınıf mevcudu:  $24 + 10 + 2x = 42$  olur.

Cevap: D

**18.** Bir havuz A kovası ile 20 kova, B kovası ile 14 kova su almaktadır. A kovası B kovasından 3 litre küçük olduğuna göre bu havuz kaç litre su almaktadır.

- A) 100   B) 110   C) 120   D) 130   E) 140

**Çözüm:** A kovası  $x$  litre alınırsa, B kovası  $x + 3$  litre olur.

$$20x = 14(x + 3)$$

$$20x = 14x + 42$$

$$6x = 42$$

$$x = 7$$

$$20x = 140 \text{ litre}$$

Cevap: E

19. Bir baba üç kardeşe bir miktar para veriyor. Bu paradan herkes 20 ₺ alıyor. Kalan paranın yarısını en büyük kardeş, üçte birini ortanca kardeş, geri kalan en küçük kardeş alıyor. En küçük kardeşin aldığı para 25 ₺ dir. Buna göre, babanın bu üç çocuğuna verdiği para kaç liradır?

- A) 70    B) 80    C) 90    D) 100    E) 120

Çözüm: 20 ₺ den 3 kardeş 60 ₺ yapar. Kalan paranın tamamı  $x$  ₺ olsun.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 25 = x$$

$$25 = x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{5x}{6}$$

$$30 = x$$

$$30 = x$$

$$30 + 60 = x + 60 = 90₺$$

olur.

Cevap: C

20.  $\frac{2}{5}$ 'i dolu olan bir benzin deposuna 5 litre daha benzin eklenince depunun yarısı doluyor. Buna göre, depo tam dolu iken kaç litre benzin alır?

- A) 45    B) 50    C) 55    D) 60    E) 65

Çözüm: Benzinin tamamı  $x$  olsun.

$$\frac{2x}{5} + 5 = \frac{x}{2}$$

$$5 = \frac{x}{2} - \frac{2x}{5}$$

$$5 = \frac{5x}{10} - \frac{4x}{10}$$

$$x = 50 \text{ litre}$$

Cevap: B

21. Muhammet ve Ebubekir ceplerindeki parayı birleştirerek lokantaya gidiyor. Paralarının yarısı ile yemek yiyorlar. Başlangıçta Ebubekir'in 35 ₺ varken, son durumda ikisinin 40 ₺ parası kaldığı tespit ediliyor. Buna göre Muhammed'in başlangıçta kaç lirası mevcuttur.

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

Çözüm: Muhammed'in parası  $x$  ₺ olsun.

$$\frac{35+x}{2} = 40$$

$$x = 45 \text{ ₺}$$

Cevap: C

**22.** Hüseyin bir kitabı her gün bir önceki günden 2 tane daha fazla soru çözerek 7 günde bitiriyor. Hüseyin 4. günün sonunda soruların  $\frac{1}{2}$  ünü çözdüğüne göre, Hüseyin ilk gün kaç soru çözmüştür?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Çözüm: İlk gün  $x$  tan soru çözsün;

$$\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{2} =$$

$$= x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) + (x + 10) + (x + 12)$$

$$\frac{4x+12}{2} = 42$$

$$4x + 12 = 84$$

$$x = 18$$

olur.

Cevap: B

**23.** Bir rafta bulunan dosyalardan sağdan sayılınca  $n$ . dosya soldan sayılınca  $n-5$ . dosya Ömer'in dosyasıdır. Rafta 244 dosya olduğuna göre, Ömer'in dosyası sağdan kaçinci sıradadır?

- A) 125 B) 126 C) 127 D) 128 E) 130

$$\text{Çözüm: } n + (n - 5) - 1 = 244$$

$$n = 125$$

Cevap: A

**24.** Bir hastane bir ayda 3825 hasta tedavi etmiştir. Bunların  $n$  tanesi cerrahi müdahale,  $2n-10$  tanesi cerrahisiz yatakta,  $3n-41$  tanesi ayakta tedavi görmüştür. Bu hastanede personel sayısı bu süre içinde cerrahi müdahale gö-

ren hasta sayısının yarısı kadar olduğuna göre bu hastanedeki personel sayısı kaç kişidir?

- A) 319 B) 320 C) 321 D) 322 E) 323

$$\text{Çözüm: } n + (2n - 10) + (3n - 41) = 3825$$

$$6n - 51 = 3825$$

$$n = 646 \text{ cerrahi müdahale olmuştur.}$$

$$\text{Personel sayısı } \frac{n}{2} = \frac{646}{2} = 323 \text{ dir.}$$

Cevap: E

**25.** Bir hastaneye gelen  $x$  ₺ ödenek ile,  $n$  tane yatak almak gerekirken indirim yaptırılarak  $n + 4$  tane yatak alınmıştır. Yeni durumda bir yatak kaç liraya alınmıştır?

- A)  $\frac{x}{n(n+4)}$  B)  $\frac{2x}{n+4}$  C)  $\frac{x}{n-4}$  D)  $\frac{2x}{n-4}$  E)  $\frac{x}{n+4}$

$$\text{Çözüm: } \frac{x}{n-4}$$

Cevap: E

### 3. İki Bilinmeyenli Denklem Çözme

$$26. \quad 4x + 3y = 18$$

$$2x - 5y = -4$$

denklem sistemine göre  $x^2 - y^2$  değeri nedir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 18 \\ 2x - 5y = -4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 5/ \quad 4x + 3y = 18 \\ 3/ \quad 2x - 5y = -4 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 20x + 15y = 90 \\ 6x - 15y = -12 \end{array} \right\}$$

İki denklemi taraf tarafa toplanırrsa;

$26x = 78$  ise  $x = 3$   
 bulunur.  $x$  değeri 1. denklemde yerine yazılırsa;  
 $20 \cdot 3 + 15y = 90$   
 $15y = 30$   
 $y = 2$   
 elde edilir.  $x^2 - y^2 = 3^2 - 2^2 = 5$  olur.

Cevap: A

27.  $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 0$  ve  $3x + 5y = 60$  denklem sisteminde  $x + y$  in değeri nedir?

A) 12    B) 14    C) 16    D) 18    E) 20

Çözüm:  $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 0$  ise  $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$  olup  $x = \frac{5y}{3}$  dir. Bu denklemi 2. denklemde yerine yazılırsa;

$$3 \frac{5y}{3} + 5y = 60 \text{ olup } y = 6$$

bulunur. Bu  $y$  değeri 2. Denklemde yerine yazılırsa;

$$3x + 5 \cdot 6 = 60$$

$$x = 10$$

elde edilir. Şu halde  $x + y = 6 + 10 = 16$  dir.

Cevap: C

28.  $\left. \begin{array}{l} ax + by = 5 \\ bx - ay = 0 \end{array} \right\}$  denklemlerinden  $a = 2, b = 1$  olabilmesi için  $x$  aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) -3    B) -2    C) 1    D) 2    E) 3

Çözüm:  $\left. \begin{array}{l} ax + by = 5 \\ bx - ay = 0 \end{array} \right\}$  denklemlerinden  $a = 2, b = 1$  oluyorsa;

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$

iki bilinmeyenli denklemi oluşur. Bu iki denkleme yok etme metodu uygulanırsa;

$$\left. \begin{array}{l} 2/ \quad 2x + y = 5 \\ 1/ \quad x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 10 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$



İki denklemi taraf tarafa toplanırrsa;

$$5x = 10 \text{ ise } x = 2$$

bulunur.

Cevap: D

**29.**  $(3x - y - 9)m + (x + 2y - 10)n = 0$  eşitliğini her  $m, n$  için doğru ise,  $x$ 'in değeri nedir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 3 E) 4

Çözüm: Verilen denklem her  $m$  ve  $n$  için doğru ise;

$$\begin{cases} 3x - y - 9 = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$$

dir. Bu iki denklem yok etme metodu uygulanırssa;

$$\begin{array}{l} 2/ \quad 3x - y - 9 = 0 \\ 1/ \quad x + 2y - 10 = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} 6x - 2y - 18 = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$$

İki denklemi taraf tarafa toplanırssa;

$$7x - 28 = 0 \text{ ise } x=4$$

bulunur.

Cevap: E

**30.**  $x, y$  reel sayılar ve

$$(4x + y - 7)^2 + (2x - y - 5)^2 = 0$$

olduğuna göre,  $x + y$  toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

Çözüm: Verilen denklemin sonucu 0 olması için

$$4x + y - 7 = 0 \text{ ve } 2x - y - 5 = 0$$

olmasıyla mümkündür. Bu iki denklem yok etme metodu uygulanırssa;

$$\begin{cases} 4x + y - 7 = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

İki denklemi taraf tarafa toplanırssa;

$$6x - 12 = 0 \text{ ise } x = 2$$

bulunur.  $x$  değeri 2. denklemde yerine yazılırsa;

$$2 \cdot 2 - y - 5 = 0$$

$y = -1$   
elde edilir. Şu halde  $x + y = 2 - 1 = 1$  dir.

Cevap: B

31.  $a + \frac{2}{b} = 3$  ve  $b + \frac{2}{a} = 9$  olduğuna göre, b sayısı a sayısının kaç katıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:  $a + \frac{2}{b} = 3$  ve  $b + \frac{2}{a} = 9$   
 $\frac{ab+2}{b} = 3$  ve  $\frac{ab+2}{a} = 9$   
 $ab + 2 = 3b$  ve  $ab + 2 = 9a$   
 $ab = 3b - 2$  ve  $ab = 9a - 2$

Karşılaştırma metodu gereği;

$$3b - 2 = 9a - 2$$

$$3b = 9a$$

$$b = 3a$$

olur.

Cevap: C

32.  $\frac{10}{x} + \frac{2}{y} = 7$  ve  $\frac{6}{x} - \frac{4}{y} = -1$   
denklem sisteminde  $x + y$  in değeri nedir?

A) -2 B) -1 C) 2 D) 3 E) 5

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} 2/ \quad \frac{10}{x} + \frac{2}{y} = 7 \\ 1/ \quad \frac{6}{x} - \frac{4}{y} = -1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{20}{x} + \frac{4}{y} = 14 \\ \frac{6}{x} - \frac{4}{y} = -1 \end{array} \right\}$$

İki denklemi taraf tarafa toplanırrsa;

$$\frac{26}{x} = 13$$

$$x = 2$$

bulunur. x değeri 1. denklemde yerine yazılırsa;

$$\frac{20}{2} + \frac{4}{y} = 14$$

$$\frac{4}{y} = 4$$

$$y = 1$$

elde edilir. Şu halde  $x + y = 2 + 1 = 3$  dir.

Cevap: D

33.  $x + y = -6$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$  olduğuna göre,  $xy$ 'in değerleri nedir?

A) -16 B) -32 C) -36 D) -40 E) -48

Çözüm:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$

$$\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{1}{8}$$

$$-\frac{6}{xy} = \frac{1}{8}$$

$$xy = -48$$

Cevap: E

#### 4. İki Bilinmeyenli Denklem Kurma

34. Bir marketin çemen reyonunda bir miktar çemen vardır. Çemen reyonundan o gün 10 tane satılınca  $\frac{a}{3}$  tane çemen paketi kalmıştır. Reyona o gün  $\frac{4a}{3}$  tane daha çemen ilave edilince ilk duruma göre 10 tane daha fazla çemen oluyor. Buna göre ilk durumda reyonda kaç paket çemen vardır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm: Reyonun içinde x paket çemen olsun.

$$\text{Çemenden 10 paket satılırsa } x - 10 = \frac{a}{3}$$

Reyona  $\frac{4a}{3}$  paket ilave edilirse  $\frac{4a}{3} + \frac{a}{3} = \frac{5a}{3}$  olur. Bu son durum ilk durumdan 10 tane fazla olacağından  $x + 10 = \frac{5a}{3}$  bulunur. Buna göre;

$$\left. \begin{array}{l} x - \frac{a}{3} = 10 \\ x - \frac{5a}{3} = -10 \end{array} \right\}$$

denklemleri oluşur. Bu iki denklem çözülürse;

$$\left. \begin{array}{l} 15/ \quad x - \frac{a}{3} = 10 \\ -3/ \quad x - \frac{5a}{3} = -10 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 15x - 5a = 150 \\ -3x + 5a = 30 \end{array} \right\}$$

$x = 15$  paket bulunur.

Cevap: D

**35.** Bir okulda 24 ve 30 öğrenciden oluşan 11 tane sınıf bulunuyor. Bu okulun mevcudu 294 dur. Bu okulda 25 öğrencilik sınıf sayısı, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

Çözüm: 24 öğrencilik sınıf  $x$  tane, 30 öğrencilik sınıf  $y$  tane olsun. Buna göre;

$$\left. \begin{array}{l} 24x + 30y = 294 \\ x + y = 11 \end{array} \right\}$$

denklemleri elde edilir. Bu denklem sistemine yok etme metodu uygulanırsa;

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{6} / 24x + 30y = 294 \\ -5/ \quad x + y = 11 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 5y = 49 \\ -5x - 5y = -55 \end{array} \right\}$$

olur. İki denklemi taraf tarafa toplanırsa;

$$x = 6$$

bulunur.  $x$  değeri 1. denklemde yerine yazılırsa;

Cevap: A

**36.** 5 kalem ve 2 silgi 7,75 ₺

6 kalem ve 1 silgi 8,25 ₺  
olduğuna göre, bir kalem bir silgiden kaç lira fazladır?

- A) 0,60 B) 0,50 C) 0,40 D) 0,30 E) 0,25

Çözüm: Kalem  $x$  ₺, silgi  $y$  ₺ olsun.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 7,75 \\ 6x + y = 8,25 \end{cases}$$

denklemleri olur. Bu denklem yok etme metodu uygulanırsa;

$$\begin{cases} -1/ 5x + 2y = 7,75 \\ 2/ 6x + y = 8,25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x - 2y = -7,75 \\ 12x + 2y = 16,5 \end{cases}$$

İki denklemi taraf tarafa toplanırsa;

$$7x = 8,75 \text{ ise } x = 1,25 \text{ ₺}$$

bulunur.  $x$  değeri 2. denklemde yerine yazılırsa;

$$6 \cdot 1,25 + y = 8,25$$

$$y = 0,75$$

elde edilir. Şu halde  $x - y = 1,25 - 0,75 = 0,50$  dır.

Cevap: B

37. Gül ile Yağmur'un paraları toplamı 900 ₺ dir. Gül, Yağmur'a 50 lira borcu olduğundan onu verince, son durumda Yağmur'un parası Gül'ün parasının 2 katı oldu. İlk durumda Yağmur'un parası kaç liradır?

- A) 500 B) 525 C) 550 D) 575 E) 600

Çözüm: Gül'ün parası  $G$  ₺, Yağmur'un parası  $Y$  ₺ olsun.

$$\begin{cases} G + Y = 900 \\ 2(G - 50) = Y + 50 \end{cases}$$

denklemleri olur. Bu denklem düzenlenirse;

$$\begin{cases} G = 900 - Y \\ 2G = Y + 150 \end{cases}$$

bulunur. 1. denklem 2. denklemde yerine yazılırsa;

$$2(900 - Y) = Y + 150$$

$$1800 - 2Y = Y + 150$$

$$3Y = 1650$$

$$Y = 550 \text{ ₺}$$

elde edilir.

Cevap: C

38.  $x, y$  pozitif iki tamsayı olmak üzere,

$$x^2 - y^2 = 29$$

dir. Buna göre  $x$ 'in değeri nedir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm:  $x^2 - y^2 = 29$  denkleminde iki kare farkı alınırsa;

$$(x - y)(x + y) = 1 \cdot 29$$

yazılabilir. Burada  $x$  ve  $y$  pozitif iki tamsayı olduğundan;

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 29 \end{cases}$$

denklemleri olur. İki denklemi taraf tarafa toplanırsa;

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

elde edilir.

Cevap: E

39.  $n$  bir doğal sayı olmak üzere 1'den  $n$ 'ye kadar olan sayıların toplamı  $x$ ,  $n + 2$ 'den  $2n$ 'e kadar olan sayıların toplamı  $y$  ile gösteriliyor.

$$x + y = 4999$$

ise,  $n$ 'in değeri kaçtır?

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

Çözüm:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = x$$

$$(n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + \dots + (2n) = y$$

ise

$$x + (n + 1) + y = 1 + 2 + 3 + \dots + (2n)$$

$$n + 1 + 4999 = \frac{(2n)(2n+1)}{2}$$

$$2n + 10000 = 4n^2 + 2n$$

$$10000 = 4n^2$$

$$2500 = n^2$$

$$50 = n$$

olur.

Cevap: A

**40.** Bir otelde 2 kişilik ve 3 kişilik odalar mevcuttur. Toplam 10 oda ve toplam 24 yatak olduğuna göre, bu otelde 2 kişilik kaç oda vardır.

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: 2 kişilik odalar  $x$  tane, 3 kişilik odalar  $y$  tane olsun.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

denklemleri olur. Bu denklemleri yok etme metodu uygulanırsa;

$$\begin{cases} 3/ & x + y = 10 \\ -1/ & 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 30 \\ -2x - 3y = -24 \end{cases}$$

İki denklemleri taraf tarafa toplanırsa;

$$x = 6 \text{ oda}$$

olarak bulunur.

Cevap: D

**41.** Bir hara çiftliğinde Belçika ve Hazar olmak üzere iki tür at vardır. Belçika atın gezinti fiyatı 12 ₺, Hazar atının gezinti fiyatı 20 ₺'dir. Bu atlarla 100 ₺ harcayarak gezinti yapan bir kişi en fazla kaç gezinti yapmıştır.

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: Verilen sayılarda 12'yi mümkün olduğunca büyük seçmeliyiz. Ama 12'yi en fazla 5 seçilirse, geriye kalan 20'nin katı olan sayı bulunabilir.

$$12 \cdot 5 + 20 \cdot 2 = 100$$

olduğundan en fazla 7 gezinti yapılır.

Cevap: D

**42.** Bir su deposunun içinde  $x$  litre su vardır. Depoya 5 litre su eklenirse  $y$  litre su oluyor. Depodan ilk durumda 5 litre su alınsaydı  $\frac{y}{3}$  litre su kalacaktı. İlk durumda depoda kaç litre su vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm: 
$$\begin{cases} x + 5 = y \\ x - 5 = \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5 = y \\ 3x - 15 = y \end{cases}$$

Karşılaştırma yöntemini kullanırsak;

$$3x - 15 = x + 5$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

elde edilir.

Cevap: D

**43.** 260 öğrencisi olan bir okulda 10 erkek 16 bayan öğrenci nakillerini başka okula aldırıyor, geriye kalan öğrencilere arasında, bayanların sayısı erkeklerin sayısının iki katı oluyor. Buna göre başlangıçta kaç erkek öğrenci vardı?

- A) 80 B) 82 C) 84 D) 86 E) 88

**Çözüm:** Son durumda erkek öğrencilerin sayısı  $x$  tane olsun. Bu durumda  $2x$  tane bayan öğrenci vardır.

$$x + 2x + 10 + 16 = 260$$

$$x = 78$$

erkek öğrenci vardır. İlk durumda  $78 + 10 = 88$  öğrenci bulunmaktadır.

Cevap: E

**44.** Bir okuldaki her bayan öğrencinin, okuldaki diğer bayan öğrencinin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının iki katından 11 eksiktir; her erkek öğrencinin de okuldaki diğer erkek öğrencilerin sayısı, bayan öğrenci sayısından 21 eksiktir. Buna göre, okuldaki toplam öğrenci sayısı nedir?

- A) 76 B) 80 C) 82 D) 84 E) 88

**Çözüm:** Erkek öğrenci sayısı  $x$ , bayan öğrenci sayısı  $y$  tane olsun.

$$y - 1 = 2x - 11 \quad \text{ve} \quad x - 1 = y - 21$$

olur. Bu denklemler yerine koyma yöntemiyle çözümlerse;

$$y = 2x - 10 \quad \text{ve} \quad x = y - 20$$

$$y = 2(y - 20) - 10$$

$$y = 30$$

ve

$$y = 2x - 10 = 2 \cdot 30 - 10 = 50$$

dir.  $x + y = 30 + 50 = 80$  olarak bulunur.

Cevap: B



45. Bir sınavda, her 4 yanlış bir doğruyu götürmektedir. Her matematik sorusu 5 puan, her Türkçe sorusu 4 puandır. Matematikten 16 doğru x yanlış, Türkçeden 25 doğru y yanlış yapan bir öğrenci toplam 153,5 puan almıştır. Toplam 24 yanlış olduğuna göre bu öğrenci matematikten kaç tane yanlış soru yapmıştır.

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm: Verilere göre;

$$x + y = 24$$

$$5 \left( 16 - \frac{x}{4} \right) + 4 \left( 25 - \frac{y}{4} \right) = 153,5$$

denklemi oluşur. İkinci denklem düzenlenirse;

$$x + y = 24$$

$$5x + 4y = 106$$

elde edilir. Yok etme metodu uygulanırsa;

$$-4/ \quad x + y = 96$$

$$5x + 4y = 106$$

$$-4x - 4y = -96$$

$$5x + 4y = 106$$

bulunur. Taraf tarafa toplanırsa  $x = 10$  olur.

Cevap: A

46. Bir markette ilk gün birinci üründen x tane, ikinci üründen y tane satmıştır. İkinci gün birinci üründen  $\frac{y}{2}$  tane ikinci üründen x tane satmıştır. Toplam satılan ürün sayısı  $3x$  tane olduğuna göre x, y'nin kaç katıdır?

A) 1,3 B) 1,4 C) 1,5 D) 1,6 E) 1,7

Çözüm:  $x + y + \frac{y}{2} + x = 3x$  ise  $\frac{3y}{2} = x$

Cevap: C

### 5. Çok Değişkenli Denklemlerin Çözümü

47.  $a + b + 3 = c$

$$b + 3 + c = a$$

$$3 + c + a = b$$

ise  $a + b + c$  toplamı nedir?

- A) 3 B) 9 C) 0 D) -9 E) -3

Çözüm: Her üç denklem taraf tarafa toplanırsa;

$$2a + 2b + 2c + 9 = a + b + c$$

$$a + b + c = -9$$

bulunur.

Cevap: D

48.  $\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ y + z = 17 \\ z + x = 15 \end{array} \right\}$  olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: Her üç denklem taraf tarafa toplanırsa;

$$2x + 2y + 2z = 12 + 17 + 15$$

$$x + y + z = 22$$

(1)

bulunur. (1) denklemden  $y + z = 17$  denklemini çıkarılırsa;

$$x + 17 = 22$$

$$x = 5$$

elde edilir.

Cevap: B

49.  $\left. \begin{array}{l} 5x + 6y + 7z = 22 \\ x + 2y + 3z = 6 \end{array} \right\}$  olduğuna göre,  $x + y + z$  toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

Çözüm: Her iki denklemini taraf tarafa çıkarırsak;

$$4x + 4y + 4z = 16$$

$$x + y + z = 4$$

elde edilir.

Cevap: A

50.  $\left. \begin{array}{l} x - y = 22 \\ y - z = 20 \\ z - v = 18 \end{array} \right\}$  ise  $x - 2y + z - v$  nin değeri kaçtır?

- A) -20    B) -18    C) 0    D) 18    E) 20

Çözüm: 2. denklem (-) ile çarpılırsa;

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 22 \\ -y + z = -20 \\ z - v = 18 \end{array} \right\} x - 2y + 2z - v = 22 - 20 + 18 = 20$$

elde edilir.

Cevap: E

51.  $x + 2y + 3z = 32$   
 $x + 6y + 9z = 44$

denklemine göre x hakkında ne söylenir.

- A)  $x + y + z$  değerinin de verilmesi gereklidir.  
 B)  $y + z$  değerinin de verilmesi gereklidir.  
 C)  $y$  değerinin de verilmesi gereklidir.  
 D)  $z$  değerinin de verilmesi gereklidir.  
 E)  $x$ 'in değeri bulmak için başka bilgiye gerek yoktur.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 32 \\ x + 6y + 9z = 42 \end{array} \right\}$$

1. denklemi 3 ile 2. denklemi -1 ile çarparsak,

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 6y + 9z = 96 \\ -x - 6y - 9z = -42 \end{array} \right\}$$

bulunur. Buradan

$$x = 27$$

elde edilir. Yani x değeri bulunur.

Cevap: E

52.  $x + y + z = 5$   
 $xy + xz = 6$

olduğuna göre,  $x$ 'in alabileceği değer toplamı nedir?

- A) 5    B) 6    C) 8    D) 10    E) 11

Çözüm:  $y + z = 5 - x$   
 $x(y + z) = 6$

yazılabilir. Burada 1. denklemi 2. denklemde yazarsak;

$$\begin{array}{l} x(5 - x) = 6 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{array}$$

$$x = 3 \text{ ve } x = 2$$

bulunur.

Cevap: A

$$53. xy = 15$$

$$yz = 20$$

$$zx = 12$$

olduğuna göre, x'in değeri nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Her üç denklemi taraf tarafa çarparsak;

$$(xyz)^2 = 15 \cdot 20 \cdot 12$$

$$xyz = 60$$

olarak bulunur. 2. Denklem  $yz = 20$  olduğundan;

$$x \cdot 20 = 60$$

$$x = 3$$

elde edilir.

Cevap: C

$$54. x + y = 32$$

$$y + z = 30$$

$$z + v = 28$$

olduğuna göre,  $x + v$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

Çözüm: 2. denklemi  $-1$  ile çarpıp taraf tarafa toplanırsa;

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 32 \\ -y - z = -30 \\ z + v = 28 \end{array} \right\} x + v = 32 - 30 + 28 = 30$$

elde edilir.

Cevap: C

55.  $x, y, z$  birbirinden farklı birer pozitif tamsayıdır.

$$x + y + z = 9$$

$$x + y - z = 5$$

olduğuna göre,  $x$  kaç farklı değer alır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: İki denklem taraf tarafa toplanırsa;

$$x + y = 7$$

olur. Burada  $x$  ve birer pozitif tamsayılar olduğundan  $x$ , 1'den 6'ya kadar değerlerdir.

Cevap: E

56.  $x = a + b$

$$y = a - b$$

olduğuna göre,  $x^2 - y^2$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $ab$  B)  $-2ab$  C)  $-4ab$  D)  $4ab$  E)  $2ab$

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (a + b)^2 - (a - b)^2 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) \\ &= 4ab \end{aligned}$$

Cevap: D

## 6. Çok Değişkenli Denklemleri Kurma

57. Mağazada 2 pantolon, 3 gömlek, 2 düzüne çorap alan bir kimse, toplam 800 ₺ ödemiştir? Bir pantolonun fiyatı bir gömleğin fiyatının 2 katı, bir düzine çorabın fiyatı da bir gömleğin fiyatının yarısı olduğuna göre, bir gömleğin fiyatı kaç liradır?

- A) 100 B) 120 C) 150 D) 180 E) 200

Çözüm: Pantolonun fiyatı  $p$  ₺, gömleğin fiyatı  $g$  ₺, bir düzine çorabın fiyatı  $\ç$  ₺ olsun.

$$2p + 3g + 2\ç = 800, \quad p = 2g, \quad g = 2\ç$$

olur. Burada  $p = 2g = 4\ç$  dir. Buna göre;

$$2 \cdot 4\ç + 3 \cdot 2\ç + 2\ç = 800$$

$$16\ç = 800$$

$$\ç = 50$$

$$g = 2\ç = 2 \cdot 50 = 100 \text{ ₺}$$

dir.

Cevap: A

**58.** Bir futbol maçında galip olan 3 puan, mağlup olan 0 puan, beraberlik durumunda her iki takımada 1 puan verilmektedir. 4 takımın katıldığı bir grupta tüm maçlar yapıldığında A takımı 3 galibiyet, 1 beraberliği, B takımının 2 galibiyeti 2 beraberliği, C takımının 1 galibiyeti, 2 beraberliği var olduğu bilinmektedir. Bu takımların diğer maçları mağlubiyetle sonuçlanmıştır. Buna göre D takımının toplam puanı en az kaçtır? (Bu grupta her takım rakibiyle 2 maç yapacaktır.)

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

**Çözüm:** Bu grupta her takım 6 maç yapacaktır.

	Galibiyeti	Mağlubiyeti	Berberliği
A takımı	3	2	1
B takımı	2	2	2
C takımı	1	3	2
D takımı	?	?	?

Galibiyet sayısı ile mağlubiyet sayısı eşit olacağından D takımının 1 galibiyeti olur. Her takım 6 maç yapacağından toplam 24 maç vardır. Bu durumda 5 maç eksik kalmaktadır. Bu 5 maç berabere olursa D takımının puanı en az olur. Buna göre D takımı 1 galibiyet, 5 beraberlik ve 0 mağlubiyeti vardır. Toplam 8 puanı eder.

Cevap: E

**59.** 600 üyeli bir mecliste 5 partiye mensup milletvekillerinden oluşmuştur ve her partinin milletvekili sayısı birer ardışık sayı oluşturmaktadır. Bu ardışık sayılar arasındaki fark 30 olduğuna göre en çok üyesi olan partinin milletvekili sayısı nedir?

- A) 170    B) 180    C) 190    D) 200    E) 210

**Çözüm:** En az üyesi olan partinin  $x$  tane vekili olsun.

$$x + (x + 30) + (x + 60) + (x + 90) + (x + 120) = 600$$

$$5x + 300 = 600$$

$$x = 60$$

En çok üyesi olan parti  $x + 120 = 60 + 120 = 180$  milletvekili olur.

Cevap: B

**60.** 107 bayan çorak kutusu, 10'luk, 12'lik ve 15'lik gruplara ayrılarak paketlenmiştir. Toplam paket sayısı 10 olduğuna göre, içinde 10'luk olan paket sayısı en çok kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm: 12'lik ve 15'lik paket sayısı en az 1 tane seçilirse, en fazla 8 tane 10'luk kutu olur.

Cevap: B

**61.** Bir işletme, kilosu 20 ₺ den  $x$  kilo çay almıştır. Bu çayın yarısını kilosu 25 ₺ den üçte birini kilosu 21 ₺ den, geri kalanını da kilosu 24 ₺ den satarak 2 310 ₺ kâr ettiğine göre  $x$ 'in değerini bulunuz.

- A) 640 B) 645 C) 650 D) 655 E) 660

Çözüm: Çayın 1. kısmı  $\frac{x}{2}$  ve 2. kısmı  $\frac{x}{3}$  ise 3. kısım  $y$  kg olsun.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + y = x \text{ ise } y = \frac{x}{3}$$

$$25 \cdot \frac{x}{2} + 21 \cdot \frac{x}{3} + 24 \cdot \frac{x}{6} = 20x + 2310$$

$$x = 660 \text{ kg}$$

Cevap: E

**62.** Bir mağazada ilk gün A ürünün satışı, B ürünün satışının 3 katı, C ürününün 6 katıdır. İkinci gün her üç üründen de B ürünün birinci gün sattığı kadar satmıştır. İki günde A ürünü C ürünün 2 katından 10 tane daha fazla satmıştır. İlk gün C ürünü kaç tane satmıştır.

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm: Verilere göre  $A = 3B$ ,  $A = 6C$  dir. Bu durumda  $C = x$  alınırsa,

$$\text{İlk gün } A = 6x, B = 2x, C = x$$

$$\text{İkinci gün } A = 2x, B = 2x, C = 2x$$

$$\text{Toplam } A = 8x, B = 4x, C = 3x$$

elde edilir. Ayrıca;

$$8x = 2 \cdot 3x + 10$$

$$x = 5$$

dir.

Cevap: A

**63.** Bir doktor o günkü hastalarının  $\frac{1}{3}$  ünü muayene ediyor, acile acil hasta geldiğinden acile gidiyor ve acil hastasını tedavi ederek, tekrar muayene

odasına gelip 14 hasta daha muayene ettiğinde hasta sayısının yarısına geldiğini tespit ediyor. Buna göre bu doktorun muayenehanedeki o günkü hasta sayısı kaç tanedir?

- A) 84 B) 85 C) 86 D) 87 E) 88

Çözüm: Hasta sayısı tamamı  $x$  tane olsun. Hasta sayısının üçte biri  $\frac{x}{3}$ , yarısı  $\frac{x}{2}$  dir. Buna göre,

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} + 14 &= \frac{x}{2} \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} &= -14 \\ x &= 84\end{aligned}$$

hasta vardır.

Cevap: A

### Birinci Dereceden Eşitsizlikler

64.  $\frac{3x-1}{2} \leq 4$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x \leq 3$  B)  $x < 3$  C)  $x = 3$  D)  $x > 3$  E)  $x \geq 3$

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{3x-1}{2} &\leq 4 \\ 3x-1 &\leq 8 \\ 3x &\leq 9 \\ x &\leq 3\end{aligned}$$

Cevap: A

65.  $2(x-3) + x < 3(x+1)$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[4; \infty)$  B)  $(-\infty; 0)$  C)  $\mathbb{R}$  D)  $(-1; +\infty)$  E)  $\emptyset$

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 2(x-3) + x &< 3(x+1) \\ 2x-6+x &< 3x+3 \\ 2x+x-3x &< 6+3 \\ 0 &< 9\end{aligned}$$



olduğundan bütün reel sayılar denklemi sağlar.

Cevap: C

66.  $\frac{-2x+4}{3} \leq -2$  ise, x'in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm:  $\frac{-2x+4}{3} < -12$   
 $-2x + 4 \leq -36$   
 $-2x \leq -40$   
 $x \geq 20$

Cevap: D

67.  $\frac{2x-15}{-5} \geq 1$  ise, x'i kaç doğal sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:  $\frac{2x-15}{-5} \geq 1$   
 $2x - 15 \leq -5$   
 $2x \leq 10$   
 $x \leq 5$

68.  $3x - 1 < 11$  olması,  $x < a$  olmasını gerektiriyor ise, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A)  $a \leq 4$  B)  $a \geq 4$  C)  $a = 4$  D)  $a > 4$  E)  $a < 4$

Çözüm:  $3x - 1 < 11$   
 $3x < 12$   
 $x < 4$

dir. Burada  $x < a$  olması için  $a \geq 4$  olmalıdır.

Cevap: B

### Kesir Problemleri

69. Bir lokantanın  $\frac{2}{7}$  ini bir firmanın personeli, sonra da kalanın  $\frac{2}{5}$  ini hastanenin personeli rezerve ediyor. Geriye 6 masa kalıyor. Buna göre bu lokantada kaç masa vardır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

Çözüm: Lokantanın tamamı  $x$  masa olsun. Önce  $\frac{2}{7}$  ini bir firma rezerve ederse, geriye

$$\left(1 - \frac{2}{7}\right)x = \frac{5}{7}x$$

arazi kalır. Sonra geriye kalanın  $\frac{2}{5}$  üni hastane personeli rezerve ederse, geriye

$$\frac{5}{7} \left(1 - \frac{2}{5}\right)x = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{3}{7}x$$

i kalır. Buna göre;

$$\frac{3}{7}x = 6 \text{ ise } x = 14$$

masa olur.

Cevap: A

70. Bir döver biçer operatörü bir arazinin bir miktarını biçtikten sonra öğle yemeği molası veriyor. Operatör, moladan sonra

- 24 dekar (dönüm) daha biçerse tüm arazinin  $\frac{7}{12}$ 'sini,
- önceden biçtiği mesafenin  $\frac{1}{3}$ 'ü kadar daha biçerse tüm arazinin  $\frac{3}{5}$ 'ini biçmiş oluyor.

Buna göre, tüm arazinin uzunluğu kaç dekardır?

- A) 144 B) 160 C) 180 D) 198 E) 216

Çözüm: Arazinin uzunluğu  $x$  dekar, operatörün molaya kadar biçtiği alan  $y$  dekar olsun.

$$\left. \begin{array}{l} y + 24 = \frac{7x}{12} \\ \left(y + \frac{y}{3}\right) = \frac{3x}{5} \end{array} \right\} \text{ ise } x = 180$$

Cevap: C

71. Bir kerestenin bir ucundan  $\frac{1}{8}$  si kesiliyor, kerestenin orta noktası 10 cm kayıyor. Bu kerestenin tamamı kaç cm'dir?

- A) 135 B) 142 C) 150 D) 156 E) 160

Çözüm: Orta nokta 10 cm kısalıyorsa kerestenin  $\frac{1}{8}$  i 20 cm dir. Buna göre kerestenin tamamı  $8 \cdot 20 = 160$  cm dir.

Cevap: E

72. Bir çikolata deposundaki kolilerin  $\frac{1}{6}$  sını, daha sonrada geriye kalanların  $\frac{2}{5}$  ini satıyor. Geriye 21 koli çikolata kalıyor. Buna göre bu depoda bulunan toplam koli sayısı nedir?

- A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

Çözüm: Toplam koli sayısı x olsun.

Önce  $\frac{1}{6}$  ini satarsa geriye  $\left(1 - \frac{1}{6}\right)x = \frac{5}{6}x$ 'i kalır

Sonra kalanın  $\frac{2}{5}$  ünü satarsa geriye  $\frac{5}{6} \left(1 - \frac{2}{5}\right)x = \frac{1}{2}x$ 'i kalır

Buna göre  $\frac{1}{2}x = 21$  ise  $x = 42$  koli

olur.

Cevap: D

73. Ölçüleri aynı olan iki buluz aynı anda örülmeye başladıklarında, bir makine 2 saatte, diğer makine 3 saatte tamamlıyor. Bu iki örgü aynı anda örülmeye başladıktan kaç saat sonra, birinin boyu diğerinin boyunun  $\frac{1}{4}$  ü kadar olur?

- A) 1 sa 30 da B) 1 sa 48 da C) 2 sa 10 da  
D) 2 sa 16 da E) 2 sa 20 da

Çözüm: Bluzların ölçüleri x olsun ve t süresi kadar örülsünler.

1. bluzun  $x$  ölçüsü                      2 saatte örülüyorsa  
        $y$  ölçüsü                               $t$  saatte kadar da örülür  
 Burada;  $y = \frac{xt}{2}$  dir. Geriye  $x - \frac{xt}{2}$  ölçü kalır.

2. bluzun  $x$  ölçüsü                      3 saatte örülüyorsa  
        $z$  ölçüsü                               $t$  saatte kadar da örülür  
 Burada;  $z = \frac{xt}{3}$  dir. Geriye  $x - \frac{xt}{3}$  ölçü kalır.

$$x - \frac{xt}{2} = \frac{1}{4} \left( x - \frac{xt}{3} \right)$$

$$1 - \frac{t}{2} = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{t}{3} \right)$$

$$1 - \frac{t}{2} = \frac{1}{4} - \frac{t}{12}$$

$$t = \frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5} = 1 + \frac{48}{60}$$

1 saat 48 dakika

Cevap: B

### KAYNAKÇA

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
2. Doç. Dr. Neşe Yelkenkaya, Sayılar Teorisi Ders Notları, İstanbul Kültür Üniversitesi, İnternet Ders Notları, 2020.
3. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
4. M. Zeki DERMAN, Serdar GÜLMEZ, Ökkeş ÖZKÖSELER, Matematik Lise 1, 2, 3, Zafer Yayınları, 2002, Ankara.
5. Hayri EDEN, Lise Matematik Ders Kitabı 1, 2, 3, Küre Yayıncılık, İstanbul, 2003.
6. Ömer Faruk ERTÜRK, Galip KIR, İsmail BİLGİN, Devlet Kitapları, Lise 1, 2, 3, Milli Eğitim Basımevi, 4. Baskı, İstanbul, 2002.
7. Matematik Cep Kitabı, Final Dergisi Yayınları, 1989, İstanbul.
8. Fevzi SÖNMEZ, Sabiha SÖNMEZ, Matematik 1, 2, 3, Ülke Yayın Haber T.L.Ş., 2000, Ankara.