

## 2. BÖLÜM

### ORAN ve ORANTI

#### ORAN VE ORANTI KAVRAMI

**2.1. Tanım:** Aynı cinsten iki değişkenin bölme yoluyla karşılaştırılmasına oran denir. İki veya daha fazla eşit oranın kıyaslanmasına (eşitlenmesine) orantı denir.  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

ifadesi bir orantı olup  $a$  ile  $d$  ye dış terimler,  $b$  ile  $c$  ye iç terimler,  $k$  ya da orantı sabiti denir. Daima  $a \cdot d = b \cdot c$  dir. Yani iç terimlerin çarpımı dış terimlerin çarpımına eşittir.

$\frac{a}{0}$  kesir olarak belirsiz olmasına rağmen bir orandır. Oranın payı veya paydası 0 olabilir.

**Örnek:**  $\frac{3 \text{ kg}}{5 \text{ kg}}$ ,  $\frac{250 \text{ m}}{400 \text{ m}}$ ,  $\frac{₺500}{₺325}$  birer orandır. Ama  $\frac{25 \text{ gr}}{36 \text{ cm}}$ ,  $\frac{49 \text{ l}}{200 \text{ m}}$  gibi ifadeler oran değildir. Çünkü ölçü birim değerleri farklıdır.

**Örnek:**  $\frac{2}{5} = \frac{20}{50}$  iki oran karşılaştırarak bir orantı oluşur.

**Örnek:** Sınıfımızın eni 6 m, boyu 11 metredir. Sınıfımızın eninin boyuna oranı nedir?

Çözüm:  $\frac{\text{Eni}}{\text{Boyu}} = \frac{6}{11}$

**Örnek:** Kütlesi 15 gr olan bir yüzükte 13 gr saf altın vardır. Bu yüzüğün altın oranı kaçtır?

$$\text{Çözüm: } \frac{\text{Atın}}{\text{Kütle}} = \frac{13}{15}$$

**Örnek:**  $\frac{22}{33} = \frac{x}{36}$  ise yukarıda tanımda kullandığımız “iç terimlerin çarpımı dış terimlerin çarpımına eşittir” ifadesi gereği,

$$\frac{22}{33} = \frac{x}{36}$$

$$22 \cdot 36 = x \cdot 33$$

$$\frac{22 \cdot 36}{33} = x$$
$$x = 24$$

elde edilir.

**Örnek:**  $\frac{a+b}{a} = 6$  ise  $\frac{2a+b}{a-b}$  nin değeri nedir?

$$\text{Çözüm: } \frac{a+b}{a} = 6$$
$$a + b = 6a$$
$$b = 5a$$

dir. Bu denklem ikinci denklemde yerine yazarsak,

$$\frac{2a+b}{a-b} = \frac{2a+5a}{a-5a} = \frac{7a}{-4a} = -\frac{7}{4}$$

bulunur.

**Örnek:**  $\frac{a}{a-b} = 2$  ise  $\frac{a-b}{a+2b}$  oranı nedir?

$$\text{Çözüm: } \frac{a}{a-b} = 2$$
$$a = 2a - 2b$$
$$2b = a$$

dir. Bu denklemi ikinci denklemde yerine yazarsak,

$$\frac{a-b}{a+2b} = \frac{2(2b)-b}{2b+2b} = \frac{3b}{4b} = \frac{3}{4}$$

bulunur.

**Örnek:**  $\frac{x}{y} = \frac{2}{4}$  ve  $\frac{3x}{x+2y}$  nin değeri nedir?

Çözüm:  $\frac{x}{y} = \frac{2}{4}$   
 $y = 2x$

olacağından

$$\frac{3x}{x+2y} = \frac{3x}{x+2(2x)} = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$$

bulunur.

**Örnek:** Bir işyerine gelen bir aylık cironun  $\frac{1}{3}$  ü kurum gideri olarak harcanıyor. Geriye kalan para 18 personele eşit olarak maaş olarak ödeniyor. Kurum gideri, bir personele maaşına oranı nedir?

Çözüm: Paranın tamamı x lira olsun.

Kurum gideri  $\text{₺} \frac{x}{3}$  alırsa geriye  $x \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \text{₺} x \frac{2}{3}$  'sı kalır.

Personel maaşları  $x \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{18} = \text{₺} x \frac{1}{27}$  olur.

$$\frac{x \cdot \frac{1}{3}}{x \cdot \frac{1}{27}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{27}{1} = 9$$

elde edilir.

**2.1. Sonuç:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$  ise  $a = b \cdot k, c = d \cdot k, e = f \cdot k$  dir

**Örnek:**  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  ve  $4x - 3y + z = 10$  ise x, y ve z'nin değeri nedir?

Çözüm:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$  seçilirse  $x = 3k, y = 4k, z = 5k$  şeklinde olur.

Buna göre,

$$4 \cdot 3k - 3 \cdot 4k + 5k = 10 \text{ ise } k = 2$$

bulunur. Şu halde  $x = 3 \cdot 2 = 6, y = 4 \cdot 2 = 8$  ve  $z = 5 \cdot 2 = 10$  elde edilir.

**Örnek:**  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$  ve  $2a + b - c = 24$  ise a, b ve c'nin değerleri nedir?

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{a}{2} &= \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \text{ ise } a = 2k, b = 3k, c = 4k \\ 2 \cdot 2k + 3k - 4k &= 24 \\ 3k &= 24 \\ k &= 8\end{aligned}$$

$$a = 2k = 2 \cdot 8 = 16, b = 3k = 3 \cdot 8 = 24, c = 4k = 4 \cdot 8 = 32$$

**Örnek:** a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, -4 ile orantılıdır.  $a + b + c = 3$  olduğuna göre  $a \cdot b \cdot c$  toplamı kaçtır?

**Çözüm:**  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{-4} = k$  olursa,  $a = 2k, b = 3k, c = -4k$  olur. Buna göre  $2k + 3k - 4k = 3$  olur ki  $k = 3$  bulunur. Buna göre,  $a = 6, b = 9, c = -12$  elde edilir. Şu halde,  
 $a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 9 \cdot (-12) = -648$   
dir.

**Örnek:** Bir çiftlikte; inek sayısının koyun sayısına oranı  $\frac{2}{5}$ , koyun sayısının tavuk sayısına oranı  $\frac{2}{5}$  dir. Buna göre bu çiftlikte en az kaç hayvan vardır?

**Çözüm:** İneklerin sayısı i, koyunların sayısı k, tavukların sayısı t tane olsun.

$$\begin{aligned}\frac{i}{k} &= \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \text{ ve } \frac{k}{t} = \frac{2}{5} = \frac{10}{25} \\ \frac{i}{4} &= \frac{k}{10} = \frac{t}{25} \\ i &= 4, k = 10 \text{ ve } t = 25\end{aligned}$$

alınırsa bu çiftlikte en az kaç hayvan sayısı 39 olur.

**Örnek:**  $\frac{a}{2} = \frac{b}{4}$  ve  $b^2 - a^2 = 108$  ise a ve b'nin değeri nedir?

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{a}{2} &= \frac{b}{4} = k \text{ ise } a = 2k, b = 4k \\ (4k)^2 - (2k)^2 &= 108 \\ 16k^2 - 4k^2 &= 108\end{aligned}$$

$$12k^2 = 108$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3$$

$$a = 2k = 2 \cdot 3 = 6, b = 4k = 4 \cdot 3 = 12$$

**Örnek:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3$  ise  $\left(\frac{a+b}{a}\right) \left(\frac{c+d}{d}\right)$  işleminin sonucu nedir?

Çözüm:  $a = 3b, c = 3d$  olacağından

$$\left(\frac{a+b}{b}\right) \left(\frac{c+d}{c}\right) = \left(\frac{3b+b}{b}\right) \left(\frac{3d+d}{3d}\right) = \frac{4b}{b} \cdot \frac{4d}{3d} = \frac{16}{3}$$

bulunur.

**2.1. Teorem:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  ise  $\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{k}$  dir.

İspat:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$a = bk, c = dk$$

$$\frac{1}{k} = \frac{b}{a}, \frac{1}{k} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{k}$$

**Örnek:**  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  ise  $\frac{x}{y-x}$  nin değeri nedir?

Çözüm: Önce  $\frac{y-x}{x}$  yi hesaplayalım.

$$\frac{y-x}{x} = \frac{y}{x} - \frac{x}{x} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

bulunur ki bu da 4.1. sonuca göre  $\frac{x}{y-x} = 3$  olduğunu gösterir.

**Örnek:**  $\frac{p+n}{m} = \frac{3}{4}$  ise  $\frac{m}{p} = \frac{5}{8}$  ve  $\frac{m}{n}$  nin değeri nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } \frac{p}{m} + \frac{n}{m} &= \frac{3}{4} \\ \frac{8}{5} + \frac{n}{m} &= \frac{3}{2} \\ \frac{n}{m} &= \frac{3}{2} - \frac{8}{5} \\ \frac{n}{m} &= -\frac{1}{10} \\ \frac{n}{m} &= -10 \end{aligned}$$

**2.2. Teorem:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  ise  $\frac{a}{b} \pm m = \frac{c}{d} \pm m = \frac{1}{k} \pm m$  dir.

İspatı okuyucuya bırakılmıştır.

**2.3. Teorem:** Bir orantıda payların toplamı ile paydaların toplamı orantılıdır.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$$

İspat:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$  ise  $a = bk, c = dk, e = fk, \dots$  olacaktır

$$\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{bk+dk+fk+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{k(b+d+f+\dots)}{b+d+f+\dots} = k$$

olarak bulunur. Buna göre,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$$

dir.

**2.4. Teorem:**  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  ise  $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$  dir.

İspat:  $a = bk, c = dk$

$$a^n = b^n k^n, c^n = d^n k^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = k^n, \frac{c^n}{d^n} = k^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$$

## 2.2. Sonuç:

$$a) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ise } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$$

$$b) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ise } \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+f}{c-d} \text{ veya } \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-f}{c+d}$$

$$c) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a \cdot p}{b \cdot p} = \frac{c \cdot r}{d \cdot r} = k, (p, r \neq 0)$$

$$d) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a \cdot p + c \cdot r}{b \cdot p + d \cdot r} = k, (p, r \neq 0)$$

$$e) \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = k^2$$

**Örnek:** Bir dik üçgende, dar açılarının birbirine oranı  $\frac{1}{4}$  ise bu açılar kaçar derecedir?

Çözüm: Dar açılar  $\hat{A}$  ve  $\hat{B}$  olsun.

$$\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{1}{4} \text{ ise } \frac{\hat{A} + \hat{B}}{\hat{B}} = \frac{1+4}{4}$$

yazılarak  $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$  olacağından

$$\frac{90}{\hat{B}} = \frac{5}{4}$$
$$\hat{B} = 72^\circ$$

olur.

**2.2. Tanım:**  $a, b, x \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

şeklinde oluyorsa  $a$  ve  $b$  sayılarının orta noktası (orta orantısı)  $x$ 'dir denir. Orta nokta  $x = \sqrt{ab}$  dir.

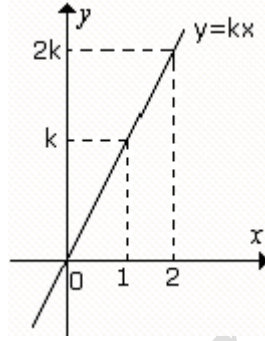
**Örnek:** 4 ve 9 sayısının orta noktasını bulalım.

$$\text{Çözüm: } \frac{4}{x} = \frac{x}{9} \text{ ise } x = \sqrt{4 \cdot 9} = 6 \text{ dir.}$$

## DOĞRU ve TERS ORANTI

### 1. Doğru Orantı

**2.3. Tanım:** İki tür değişkenden biri arttığı zaman diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azaldığı zaman diğeri de aynı oranda azalıyorsa buna doğru orantı denir.  $y$  ile  $x$  doğru orantılı  $k$  da orantı sabiti ise  $\frac{y}{x} = k$  veya  $y = kx$  şeklindedir.



**Örnek:**  $x$  değişkeni  $y^2$  ile doğru orantılıdır.  $x = 25$  için  $y = 5$  ise  $y = 6$  için  $x$  değişkeni nedir?

**Çözüm:**  $\frac{x}{y^2} = k$  olduğundan  $x = 25$  ve  $y = 5$  için  $\frac{25}{5^2} = k$  olup  $k = 1$  dir.  
 $y = 6$  için  $\frac{x}{6^2} = 1$  ve  $x = 36$  bulunur.

**Örnek:** 16 kg domatesten 3 kg salça elde edildiğine göre, 240 kg domatesten kaç kg salça elde edilir.

**Çözüm:** 16 kg domatesten      3 kg salça elde edilirse  
240 kg domatesten      x kg salça elde edilir

$$\frac{16}{240} = \frac{3}{x} \text{ olup } x = \frac{3 \cdot 240}{16} = 45 \text{ kg}$$

**Örnek:** Bir ürünün 150 tanesi  $\text{₺}a$ , 250 tanesi  $\text{₺}3a - 60$  olduğuna göre,  $a$ 'nın değeri nedir?

**Çözüm:** 150 tanesi       $\text{₺}a$



250 tanesi                       $\text{₺}3a - 50$   
orantısı  
 $150 \cdot (3a - 60) = a \cdot 250$   
 $450a - 9\,000 = 250a$   
 $200a = 9\,000$   
 $a = 45$

olur.

**Örnek:** X marka otomobilin duruş mesafesi, frene basıldığı andaki hızının karesiyle doğru orantılı olduğu tespit edilmiştir. X marka otomobil saatte 80 km hızla giderken duruş mesafesi 96 m olduğuna göre, saatte 120 km hızla giderken duruş mesafesi kaç metre olur?

Çözüm:

80 km hızla giden aracın  $(80)^2$  iken                      96 m de durursa,  
120 km hızla giden aracın  $(120)^2$  iken                      x m de durur.

$$x = \frac{96 \cdot 120^2}{80^2} = 216 \text{ m}$$

**2.1. Not:** Dikkat edilirse, doğru orantılı iki veya daha fazla sayı birbiriyile bölüm halindedirler. Buna göre şu tespiti yapabiliriz:

x, y, z sayıları a, b, c sayılarıyla orantılı (doğru orantılı) demek;

$$x : y : z = a : b : c \text{ veya } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

demektir.

**Örnek:** a, b, c sayıları sırasıyla 13, 12, 5 sayıları ile orantılıdır.  $b + c - a = 40$  olduğuna göre c'nin değeri nedir?

Çözüm:  $\frac{a}{13} = \frac{b}{12} = \frac{c}{5} = k$  olursa,  $a = 13k$ ,  $b = 12k$ ,  $c = 5k$  olur. Buna göre  $12k + 5k - 13k = 40$  olacağından  $k = 10$  elde edilir. Buna göre,  $c = 5 \cdot 10 = 50$  bulunur.

**Örnek:** Pembe, mor ve gri renkli ipler kullanılarak, ağırlık bakımından sırasıyla 2, 3 ve 4 oranında 360 gr'lık bir kazak yapılıyor. Kullanılan mor renkli ipin miktarı, gri renkli ipin miktarından kaç gr azdır.

Çözüm: Pembe p, mor m, gri g ile gösterelim.

$$\frac{p}{2} = \frac{m}{3} = \frac{g}{4} = k \text{ ise } p = 2k, m = 3k, g = 4k$$

$$p + m + g = 360$$

$$2k + 3k + 4k = 360$$

$$k = 40$$

$$g - m = 4k - 3k = 40 \text{ gr}$$

**Örnek:** Bir baba 720, 8; 12 ve 16 yaşlarındaki çocuklarına yaşlarıyla orantılı olarak paylaşırsa, ortanca çocuğu kaç lira düşer?

Çözüm: Çocukların aldıkları paralar x, y ve z olsun.

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = k \text{ ise } x = 8k, y = 12k, z = 16k$$

720 ₺ üç kardeşe paylaşılacağından,

$$x + y + z = 720$$

$$8k + 12k + 16k = 720$$

$$8k + 12k + 16k = 720$$

$$k = 20$$

olup ortanca kardeş

$$y = 12k = 12 \cdot 20 = 240$$

alır.

**Örnek:** Bir şirkete 96 bin, 108 bin ve 132 bin para ödeyerek ortak olan üç arkadaş yılsonunda 60 bin kâr ettiği tespit edilmiştir. Bu üç ortakların yılsonu kâr paylaşımlarını bulunuz.

Çözüm: Bu üç kişi a, b ve c şahısları olsun. Bu takdirde (bin katılmamak şartıyla)

$$\frac{a}{96} = \frac{b}{108} = \frac{c}{132} = k$$

olup  $a = 96k, b = 108k, c = 132k$  bulunur. Ayrıca bütün paylaşacakları para 60 bin olduğundan

$$a + b + c = 60$$

$$96k + 108k + 132k = 60$$

$$k = \frac{60}{336} = \frac{5}{28}$$

elde edilir. Şimdi bin kavramını işleme katalım.

$$a = 96\,000 \cdot \frac{5}{28} = \frac{120}{7}$$

$$b = 108\,000 \cdot \frac{5}{28} = \frac{135}{7}$$

$$c = 132\ 000 \cdot \frac{5}{28} = \frac{165}{7}$$

Şu halde;

$$a = \text{₺}17\ 142,86, b = \text{₺}19\ 285,71, c = \text{₺}23\ 571,43$$

şeklinde paylaşırlar.

**Örnek:** İki arkadaş  $\text{₺}180$  bin ve  $\text{₺}200$  bin vererek ortak olan bir şirkete 4. ayın sonunda  $\text{₺}150$  bin ortak olan üçüncü bir şahıs ve 6. Ayın sonunda 250 bin lira veren dördüncü bir şahıs ortak oluyor. Bir yılın sonunda şirketin kârı  $\text{₺}100$  bin olduğu tespit ediliyor. Buna göre ortakların yılsonunda kârdan alacakları payı bulunuz.

**Çözüm:** Bu üç şahıs a, b c ve d şahısları olsunlar. Bu takdirde (bin katılmamak şartıyla)

$$c \text{ şahsı } 8 \text{ ay şirkete ortak olduğundan ortaklık payı } 150 \cdot \frac{8}{12} = 100$$

$$d \text{ şahsı } 6 \text{ ay şirkete ortak olduğundan ortaklık payı } 250 \cdot \frac{6}{12} = 125$$

bin  $\text{₺}$  yatırmış gibi hesaplanacaktır. Buna göre;

$$\frac{a}{180} = \frac{b}{200} = \frac{c}{100} = \frac{d}{125} = k$$

$$a = 180k, b = 200k, c = 100k, d = 125k \text{ bulunur. Ayrıca bütün payla-}$$

şacakları para  $\text{₺}100$  bin olduğundan

$$a + b + c + d = 60$$

$$180k + 200k + 100k + 125k = 100$$

$$k = \frac{100}{605} = \frac{20}{121}$$

elde edilir. Şimdi bin kavramını işleme katalım.

$$a = 180\ 000 \cdot \frac{20}{121} = \frac{3\ 600\ 000}{121}$$

$$b = 200\ 000 \cdot \frac{20}{121} = \frac{4\ 000\ 000}{121}$$

$$c = 100\ 000 \cdot \frac{20}{121} = \frac{2\ 000\ 000}{121}$$

$$d = 125\ 000 \cdot \frac{20}{121} = \frac{2\ 500\ 000}{121}$$

Şu halde;

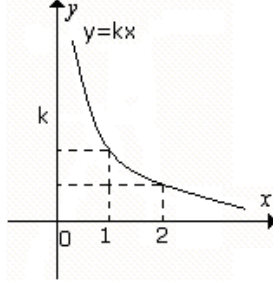
$$A = \text{₺}29\ 752,07, b = \text{₺}33\ 057,86,$$

$$c = \text{₺}16\ 528,93, d = \text{₺}20\ 661,16$$

şeklinde paylaşırlar.

## 2. Ters Orantı

**2.4. Tanım:** İki tür değişkenden biri arttığı zaman diğeri de aynı oranda azalıyor ya da biri azaldığı zaman diğeri de aynı oranda artıyorsa buna ters orantı denir.  $y$  ile  $x$  ters orantılı  $k$  da orantı sabiti ise  $yx = k$  veya  $y = \frac{k}{x}$  şeklindedir.



**Örnek:**  $m^2$  değişkeni  $n$  ile ters orantılıdır.  $m = 4$  iken  $n = 2$  ise  $m = 2$  iken  $n$  kaçtır?

**Çözüm:**  $m^2 \cdot n = k$  olduğundan  $4^2 \cdot 2 = k = 32$  dir.  $m = 2$  ise  $2^2 \cdot n = 32$  olup  $n = 8$  bulunur.

**Örnek:** Mustafa her gün okuluna normal adımlarla yürüyerek 12 dakikada gitmektedir. Koşar adımlarla 1,5 kat hızlı gidince kaç dakikada gidecektir?

**Çözüm:** Normal adımla gitmesiyle koşar adımla gitmesi arasında ters orantı vardır.

1 hızla	12 dakikada giderse
1,5 hızla	x dakikada gider

$$1,5x = 12 \text{ ise } x = \frac{12}{1,5} = 8 \text{ dakika}$$

**Örnek:** Dakikada 3 litre su akıtan bir musluk 12 saatte bir havuzu doldurmaktadır. Suyun debisi artırılarak dakikada 4,5 litre olursa havuz kaç saatte dolar?

Çözüm: 3 litre su ile	12 saatte dolarsa
4,5 litre su ile	x saatte dolar

Bu orantıda litre değeri azalırken havuz dolma süresi artacağından ters orantı vardır.

$$3 \cdot 12 = 4,5 \cdot x$$
$$y = \frac{3 \cdot 12}{4,5} = 8 \text{ sa.}$$

dir.

**2.2. Not:** Dikkat edilirse, ters orantılı iki veya daha fazla sayı birbiriyle çarpım halindedirler. Buna göre şu tespiti yapabiliriz:

x, y, z sayıları a, b, c sayılarıyla ters orantılı demek;  $x \cdot a = y \cdot b = z \cdot c$  demektir.

**Örnek:** Bir yarışmada ₺11 000'lik para ödülü ilk üç dereceyi alan yarışmacılar arasında 1, 2 ve 3 sayıları ile ters oranlı olacak şekilde paylaştırılacaktır. Buna göre, üçüncü gelen yarışmacının alacağı ödül miktarı nedir?

Çözüm: 1. yarışmacı x, 2. yarışmacı y, 3. yarışmacı z ₺ alsın.

$$1 \cdot x = 2 \cdot y = 3 \cdot z = k \text{ ise } x = k, y = \frac{k}{2}, z = \frac{k}{3}$$

$$x + y + z = 11\ 000$$

$$k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = 11\ 000$$

$$k = 6\ 000$$

$$z = \frac{k}{3} = \frac{6\ 000}{3} = ₺2\ 000$$

**Örnek:** 94 sayısı 3, 4 ve 5 ile ters orantılı olarak ayrılırsa, parçalardan en büyüğü kaç olur?

Çözüm:  $a + b + c = 94, 3a = 4b = 5c = k$  olacağından

$$a = \frac{k}{3}, b = \frac{k}{4}, c = \frac{k}{5}$$

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{5} = 94$$

$$\frac{47k}{60} = 94$$

$$k = 120$$

$$a = \frac{k}{3} = \frac{120}{3} = 40$$

bulunur.

**Örnek:**  $x$ ,  $y$  ve  $z$  sayıları sırasıyla 4, 5 ve 8 sayılarıyla ters orantılıdır. Buna göre,  $\frac{4x+5y}{4z}$  oranı kaçtır?

Çözüm:  $4 \cdot x = 5 \cdot y = 8 \cdot z = k$  ise  $x = \frac{k}{4}$ ,  $y = \frac{k}{5}$ ,  $z = \frac{k}{8}$

$$\frac{4x+5y}{4z} = \frac{\frac{4k}{4} + \frac{5k}{5}}{4 \cdot \frac{k}{8}} = \frac{2k}{\frac{k}{2}} = \frac{2k}{1} \cdot \frac{2}{k} = 4$$

### 3. Bileşik Orantı

**2.5. Tanım:** İçerisinde birden fazla doğru veya ters orantı bulunduran denkleme bileşik orantı denir.  $x$ ,  $y$  ile doğru  $z$  ile ters orantılı ve  $k$  orantı sabiti ise  $\frac{xz}{y} = k$  şeklindedir.

**Örnek:**  $y$  sayısı  $(2x + 1)$  ile doğru,  $(3x - 2)$  ile ters orantılıdır.  $x = 1$  için  $y = 3$  olduğuna göre  $x = 2$  için  $x$ 'nin değeri nedir?

Çözüm:  $\frac{y \cdot (3x-2)}{(2x+1)} = k$  olur.  $x = 1$  ve  $y = 3$  olduğundan

$$\frac{3 \cdot (3 \cdot 1 - 2)}{(2 \cdot 1 + 1)} = k = 1$$

elde edilir. Buna göre  $x = 2$  ise  $\frac{y \cdot (3 \cdot 2 - 2)}{(2 \cdot 2 + 1)} = 1$  olup  $y = \frac{5}{4}$  bulunur.

**Örnek:** 50 sayısı 8 ile doğru, 3 ile ters orantılı olarak iki parçaya ayrılıyor. Bu parçaların büyük olanın değeri nedir?

Çözüm:  $a + b = 50$ ,  $\frac{a}{8} = 3b = k$  olacağından  $a = 8k$ ,  $b = \frac{k}{3}$  dir. Şu halde,

$$\frac{k}{3} + 8k = 50$$
$$k = 6$$

$a = 48$  bulunur.

**2.6. Teorem:** Bir bileşik oran işleminde,

$$\frac{\text{İş Miktarı}}{\text{İş Miktarı}} = \frac{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}$$

şeklindedir.

İspat: Bileşik orantı,

1. İş Miktarı
2. Süre (Zaman)
3. İşçi veya Malzeme

den oluşmaktadır. İş miktarı her zaman süre ve işçi-malzeme ile doğru orantılıdır. Çünkü iş miktarı artarsa süre ile işçi-malzeme de artar veya iş miktarı azalırsa süre ile işçi-malzeme de azalır.

Ama süre ile işçi-malzeme ters orantılıdır. Çünkü süre artarsa işçi-malzeme azalır veya süre azalırsa işçi-malzeme artar. Bu durumda,

$$\frac{\text{İş Miktarı}}{\text{İş Miktarı}} = \frac{\text{Süre} \cdot \text{İşçi-Malzeme}}{\text{Süre} \cdot \text{İşçi-Malzeme}}$$
$$\frac{\text{İş Miktarı}}{\text{İş Miktarı}} = \frac{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}$$

şekline dönüşür.

**Örnek:** 60 dönümlük tarlayı 3 traktör 10 saatte sürüyorsa 80 dönümlük tarlayı 2 traktör kaç saatte sürer?

Çözüm: Burada iş miktarı 60 ve 80 dönümlerdir.

<u>İş Miktarı</u>	<u>Saat</u>	<u>Traktör</u>
60	10	3
80	x	2

$$\frac{60}{80} = \frac{10 \cdot 3}{2x} \text{ ise } x = 20 \text{ saat olarak bulunur.}$$

**Örnek:** 8 işçi 6 m genişliğinde 12 km lik yolu 15 günde yapıyor. 5 işçi 8 m genişliğinde 24 km lik yolu kaç günde yaparlar.

Çözüm:

<u>İş Miktarı</u>	<u>İşçi Sayısı</u>	<u>Gün</u>
6 · 12	8	15
8 · 24	5	x

$$\frac{6 \cdot 12}{8 \cdot 24} = \frac{8 \cdot 15}{5x} \text{ ise } x = 64 \text{ gün}$$

olur.

**Örnek:** Aynı kapasitede 21 makine 8 er saat çalışarak 55 ton iş üretiyorsa, 3 yeni makine daha ilave edilince 7 şer saat çalışarak kaç ton üretim yapar.

Çözüm: 

<u>İş Miktarı</u>	<u>Makine Sayısı</u>	<u>Saat</u>
55 ton	21	8
x ton	24	7

$$\frac{55}{x} = \frac{21 \cdot 8}{24 \cdot 7} \text{ ise } x = 55 \text{ ton}$$

**Örnek:** Bir işi 20 işçi 18 günde bitirirse, aynı işi kaç işçi 30 günde bitirir.

Çözüm: Burada iş miktarı aynı olduğuna dikkat etmek gerekir.

<u>İş Miktarı</u>	<u>İşçi Sayısı</u>	<u>Gün</u>
1	20	18
1	x	30

$$\frac{1}{1} = \frac{20 \cdot 18}{x \cdot 30} \text{ ise } x = 12 \text{ işçi}$$

## **KÂR-ZARAR PROBLEMLERİ**

**2.6. Tanım:** Bir alış-verişte kâr durumu, zarar durumu;

Satış Fiyatı = Alış Fiyatı + Kâr Fiyatı

Satış Fiyatı = Alış Fiyatı - Zarar Fiyatı

şeklindedir.

**Örnek:** 150 kg lık çeri domatesini £187,50 ye alan bir market, bunu net ağırlığı 500 gr olan paketler halinde satılacaktır. Her paket için 25 kuruşluk paketleme masrafı olmaktadır. Bu market domateslerin tamamını satarak £127,50 kâr sağladığına göre bir paket çeri domatesi kaç liradan satmıştır?



$$\text{Çözüm: Paket sayısı } \frac{150 \text{ kg}}{0,5 \text{ kg}} = 300 \text{ paket}$$

$$\text{Bir paketin alış fiyatı } \frac{187,50}{150} = \text{₺}1,25$$

$$\text{Bir paketin toplam maliyeti: } 1,25 + 25 = \text{₺}1,50$$

$$\text{Bir kilonun satış fiyatı: } \frac{187,50+127,50}{150} = \text{₺}2,10$$

$$\text{Bir paketteki kâr miktarı: } 2,10 - 1,50 = \text{₺}0,60 \text{ yani } 60 \text{ kuruştur.}$$

**Örnek:** Bir işletme,  $x$  tane ürün sattığında  $y$  lira kâr sağlayacaktır.  $x$  ile  $y$  arasında,  $y = 3x - 15$  biçiminde bir bağıntı vardır.  $y$ 'nin negatif değerleri zararı gösterdiğine göre işletmeci, satıştan kâr edebilmesi için en az kaç tane satış yapması gerekir?

Çözüm:  $y = 3x - 15 > x$  olması için en az  $x = 8$  seçilirse kâr durumuna geçilir.

**Örnek:** Bir satıcı,  $a$  liraya aldığı bir malı kârla 800 liraya,  $b$  liraya aldığı ikinci bir malı da zararla yine 800 liraya satıyor.  $a$  ve  $b$  fiyatlarıyla ilgili bağıntı nasıl oluşur?

Çözüm:  $a$  liraya alınan bir mal 800 liraya kârla satılıyorsa  $a < 800$   
 $b$  liraya alınan bir mal 800 liraya zarar satılıyorsa  $800 < b$   
Buna göre  $a < 800 < b$  dir.

**2.3. Not:** Kâr-Zarar problemleri yüzde, faiz, ıskonto gibi konularda da farklı biçimlerde izahlar yapılacaktır.

## ARİTMETİK ORTALAMA

**2.7. Tanım:**  $n$  tane sayının toplamının  $n$ 'e bölümüne aritmetik ortalama denir. Buna göre,  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

şeklindedir. Buna göre  $a$  ve  $b$ 'nin aritmetik ortalaması  $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$  ve  $a, b$  ve  $c$ 'nin aritmetik ortalaması  $\bar{x} = \frac{a+b+c}{3}$  dir.

**Örnek:** Yapılan fiyat araştırmasında bir markette ₺98 olan bir ürün ikinci bir markette ₺96, üçüncü bir markette ₺102 ve dördüncü bir markette ₺100 olduğu gözlenmiştir. Bu ürünün ortalama fiyatı nedir?

$$\text{Çözüm: } \bar{x} = \frac{98+96+102+100}{4} = \text{₺99}$$

**Örnek:** 4 kardeşin yaşlarının aritmetik ortalaması 15'dir. Büyük kardeş çıkarılınca diğer kardeşlerin yaşlarının aritmetik ortalaması 14'dur. Buna göre büyük kardeş kaç yaşındadır?

**Çözüm:** Bu dört kardeş a, b, c ve d olsun. Bu takdirde onların yaşlarının ortalaması,

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 15$$

$$a + b + c + d = 60$$

dir. Büyük kardeş a ise diğer dört kardeşlerin ortalaması,

$$\frac{b+c+d}{3} = 14$$

$$b + c + d = 42$$

$$a + 42 = 60$$

$$a = 18$$

olur.

## AĞIRLIKLI ARİTMETİK ORTALAMA

**2.8. Tanım:** Her  $i \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq i \leq n$  için  $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\bar{x} = \frac{x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n}{y_1 + y_2 + \dots + y_n}$$

ifadesine ağırlıklı aritmetik ortalama denir.

**Örnek:** 1. firmadan kilogramı ₺10 den 60 kg un, 2. firmadan kilogramı ₺12 den 50 kg un, 3 firmadan kilogramı ₺13 den 40 kg un alınmıştır. Üç firmadan alınan unun karışımından oluşan yeni karışım elde edilmiştir. Yeni karışımın 1 kilo fiyatı nedir?

$$\text{Çözüm: } x_1 = \text{₺10}, y_1 = 60 \text{ kg}$$

$$x_2 = \text{₺12}, y_2 = 50 \text{ kg}$$

$$x_3 = \text{₺13}, y_3 = 40 \text{ kg}$$

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 60 + 12 \cdot 50 + 13 \cdot 40}{60 + 50 + 40} = 11,47$$

**Örnek:** 20 kız, 25 erkek öğrencinin katıldığı bir sınavda kız öğrencilerin puanlarının ortalaması 60, erkek öğrencilerin puanlarının ortalaması 56 olduğuna göre, tüm öğrencilerin puanlarının ortalaması kaçtır?

Çözüm: Kız ve erkek öğrencilerin puanlarının toplamları;

$$\text{Kız}_{\text{Puan Toplamı}} = 60 \cdot 20 = 1200$$

$$\text{Erkek}_{\text{Puan Toplamı}} = 56 \cdot 25 = 1400$$

bulunur. Tüm öğrencilerin puanlarının toplamı ise

$$\text{Tüm Öğrencilerin}_{\text{Puan Toplamı}} = 1200 + 1400 = 2600$$

dir. Erkek ve kız öğrencilerin genel ortalaması ise

$$\bar{x} = \frac{1200 + 1400}{20 + 25} = 57,78$$

elde edilir.

**Örnek:**

Yaş	Kişi Sayısı
20	4
21	20
22	x

Verilen tablo bir sınıftaki öğrencilerin sayısı ile yaşlarını göstermektedir. Bu öğrencilerden yaşlarının ortalaması 21,2 olduğuna göre x'in değeri nedir?

Çözüm: Ağırlıklı aritmetik ortalama kullanacağız.

$$\frac{20 \cdot 4 + 21 \cdot 20 + 22 \cdot x}{4 + 20 + x} = 21,2$$

$$500 + 22x = 21,2(24 + x)$$

$$22x - 21,2x = 508,8 - 500$$

$$0,8x = 8,8$$

$$x = \frac{8,8}{0,8} = 11$$

## GEOMETRİK ORTALAMA

**2.9. Tanım:** n tane sayının çarpımının n-inci dereceden köküne geometrik ortalama denir. Buna göre,  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

şeklindedir. Buna göre a ve b'nin geometrik ortalaması  $G = \sqrt{ab}$  ve a, b, ve c'nin aritmetik ortalaması  $G = \frac{a+b+c}{3}$  dir.

Geometrik ortalama, belirli bir sürede üretim miktarının artışı, enflasyon oranı, faiz oranı gibi işlemlerde kullanılır.

**Örnek:** 3 ile 27 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

Çözüm:  $G = \sqrt{3 \cdot 27} = 9$

**Örnek:** a ile b sayılarının geometrik ortalaması 12, b ile c sayılarının geometrik ortalaması 16, c ile a sayılarının aritmetik ortalaması 20 olduğuna göre, a'nın değeri nedir?

Çözüm:  $\sqrt{ab} = 12, \sqrt{bc} = 16, \sqrt{ca} = 20$   
 $ab = 12^2, bc = 16^2, ca = 20^2$

Her üç denklem taraf tarafa çarpılırsa;

$$abc^2 = (12 \cdot 16 \cdot 20)^2$$

$$abc = 12 \cdot 16 \cdot 20$$

$$a \cdot 16^2 = 12 \cdot 16 \cdot 20$$

$$a = 15$$

elde edilir.

**Örnek:** Bir doktor günlük 100 tane hastayı muayene etmektedir. Ama pazartesi 10 tane daha fazla, Salı günü 16 tane daha fazla hastayı muayene etmiştir. Bu iki günün ortalama hasta miktarı nedir?

Çözüm: Bu sorunun ortalaması geometrik ortalama yöntemiyle bulunur.

$$\sqrt{110 \cdot 116} = 112,96$$

**Örnek:**  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x - 12$  ile  $x + 12$  nin geometrik ortalaması 16 ise x'in değeri nedir?

Çözüm:  $\sqrt{(x - 12)(x + 12)} = 16$

$$\sqrt{x^2 - 12^2} = 16$$

$$x^2 - 12^2 = 16^2$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20$$

### Harmonik Ortalama

Bazı istatistik ve bazı hızların ortalamalarının hesaplarında kullanılan harmonik ortalama tanımı şimdi verilecektir. Bu konuda ilgili bilgiler ileriki konularda anlatılacaktır.

**2.10. Tanım:**  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)$$

denkleminde H değerine harmonik ortalama denir. Buna göre a ve b'nin harmonik ortalaması

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{ olup } H = \frac{2ab}{a+b}$$

olur.

**Örnek:** 2 ile 8'in aritmetik, geometrik ve harmonik ortalamalarını bulunuz.

Çözüm:

$$\text{Aritmetik ortalama } \bar{x} = \frac{2+8}{2} = 5$$

$$\text{Geometrik ortalama } G = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$$

$$\text{Harmonik ortalama } H = \frac{2 \cdot 2 \cdot 8}{2+8} = 3,2$$

**Örnek:** İki sayının aritmetik ortalaması 100, geometrik ortalaması 80 ise harmonik ortalaması nedir?

Çözüm: a ile b sayısının;

$$\text{Aritmetik ortalama } \bar{x} = \frac{a+b}{2} = 100 \text{ ise } a + b = 200$$

$$\text{Geometrik ortalama } G = \sqrt{ab} = 80 \text{ ise } ab = 6400$$

$$\text{Harmonik ortalama } H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \cdot 6400}{200} = 64$$

olur.

## ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

### Oran-Orantı Denklemleri

1. I.  $\frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ kg}}$  ifadesi bir orandır.  
II.  $\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$  ifadesi bir orantıdır.  
II.  $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$  orantısında içlerin toplamı 23 dür.  
IV.  $\frac{27}{9} = \frac{18}{6}$  ifadesinin orantı sabiti 3 dür.

Yukarıdaki bilgilerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm: I. ifadesi oran olamaz, çünkü cm ve kg ayrı ayrı değerler oranlamaktadır. Diğer ifadeler doğrudur.

Cevap: D

2.  $\frac{x}{0,48} = \frac{0,25}{0,75}$  olduğuna göre x in değeri nedir?

- A) 0,016 B) 0,16 C) 1,6 D) 16 E) 160

Çözüm:  $\frac{x}{0,48} = \frac{25}{75}$   
 $\frac{x}{0,48} = \frac{1}{3}$   
 $x = \frac{0,48}{3} = 0,16$

Cevap: B

3.  $x + 2 \neq 0, y + 1 \neq 0$  olmak üzere;

$$\frac{x}{x+2} = \frac{y}{y+1}$$

olduğuna göre,  $\frac{x}{y}$  nin değeri nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:  $\frac{x}{x+2} = \frac{y}{y+1}$   
 $x(y+1) = y(x+2)$   
 $xy + x = yx + 2y$   
 $x = 2y$   
 $\frac{x}{y} = 2$

Cevap: C

4.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  ve  $2x - 3y + z = 6$  sistemine göre  $x$ 'in değeri nedir?

- A) -18 B) -12 C) -6 D) 0 E) 6

Çözüm:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$  ise  $x = 3k, y = 4k, z = 5k$  olacağından,  
 $2x - 3y + z = 6$   
 $2 \cdot 3k - 3 \cdot 4k + 5k = 6$   
 $k = -6$

bulunur. Şu halde  $x = 3k = -18$  dir.

Cevap: A

5.  $\frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{6}$  ve  $3x - y + z = 4$  olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm:  $\frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{6} = k$  ise  $x = 4k, y = 2k, z = 6k$   
 $3 \cdot 4k - 2k + 6k = 4$   
 $k = \frac{1}{4}$   
 $x = 4k = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

Cevap: D

6.  $x, y, z$  birer pozitif reel sayı olmak üzere;

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$$

orantısının sabiti nedir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm:  $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$

$$xz = y^2, yx = z^2 \text{ ve } zy = x^2$$
$$x = y = z = k = 1$$

Cevap: B

7.  $a + b + c = 51, \frac{a}{b} = \frac{1}{4}, \frac{b}{c} = \frac{1}{3}$  olduğuna göre, c'nin değeri nedir?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 35 E) 36

Çözüm:  $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$  ise  $b = 4a$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3} \text{ ise } c = 3b = 3 \cdot 4a = 12a$$
$$a + b + c = 51$$
$$a + 4a + 12a = 51$$
$$a = 3$$
$$c = 12a = 36$$

Cevap: E

8.  $\frac{xy}{z} = 2, \frac{yz}{x} = 3, \frac{zx}{y} = 4$  olduğuna göre, x'in değeri nedir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

Çözüm: Eşitlikleri taraf tarafa çarpalım.

$$\frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \text{ ise } xyz = 24 \quad (1)$$

$$\frac{yz}{x} = 3 \text{ ise } yz = 3x \quad (2)$$

(1) ve (2) den  $xyz = 24$  için  $x \cdot 3x = 24$  olduğundan  $x = \sqrt{8}$  dir.

Cevap: C



9.  $3x = 4y = 5z$  ve  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$  olduğuna göre  $x$ 'in değeri nedir?

- A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

Çözüm:  $3x = 4y = 5z = k$  ise  $x = \frac{k}{3}, y = \frac{k}{4}, z = \frac{k}{5}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

$$\frac{3}{k} + \frac{4}{k} + \frac{5}{k} = 1$$

$$k = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

Cevap: D

10.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$  ise  $\frac{a \cdot e \cdot f}{b \cdot c \cdot e}$  nin değeri nedir?

- A)  $\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{3}$    C)  $\frac{1}{4}$    D)  $\frac{1}{6}$    E)  $\frac{1}{9}$

Çözüm:  $\frac{a}{b} = 3, \frac{d}{c} = \frac{1}{3}, \frac{f}{e} = \frac{1}{3}$

$$\frac{a \cdot e \cdot f}{b \cdot c \cdot e} = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Cevap: B

11.  $a, b, c$  sayıları sırasıyla 2; 3; -4 ile orantılıdır.

$$a + b + c = 2$$

olduğuna göre  $a^2 - b^2 + c^2$  toplamı nedir?

- A) 32   B) 36   C) 40   D) 42   E) 44

Çözüm:  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{-4} = k$  ise  $a = 2k, b = 3k, c = -4k$

$$2k + 3k - 4k = 2$$

$$k = 2$$

$$a = 2k = 4, b = 3k = 6, c = -4k = -8$$

$$a^2 - b^2 + c^2 = 4^2 - 6^2 + (-8)^2 = 32$$

Cevap: A

12.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$ ,  $\frac{d}{e} = 3$ ,  $\frac{f}{a} = 5$  olduğuna göre,  $\frac{c}{b}$  nin değeri nedir?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

Çözüm:  $d = 3e$  ve  $f = 5a$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{3e} \cdot \frac{e}{5a} = 1$$
$$\frac{c}{b} = 15$$

Cevap: C

13.  $\frac{a+3b}{c} = 2$ ,  $\frac{b-3a}{2c} = 4$  olduğuna göre,  $\frac{a}{c}$  nin değeri nedir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

Çözüm:  $\frac{a+3b}{c} = 2$  ise  $a + 3b = 2c$

$$\frac{a-3b}{2c} = 4$$
 ise  $a - 3b = 8c$

Bu denklemler,

$$a + 3b = 2c$$

$$a - 3b = 8c$$

şeklinde yazılabilir. Taraf tarafa toplanırsa,

$$\frac{a}{c} = 10$$

bulunur.

Cevap: A

14.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{2}$  olduğuna göre,  $\frac{a+c}{b+d}$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E) 4

Çözüm: 2.2. Sonuç d maddesi gereği;

$$\frac{a+c}{b+c} = \frac{3}{2}$$

Cevap: C

15.  $a - \frac{1}{b} = 3$  ve  $b - \frac{1}{a} = 9$  olduğuna göre,  $\frac{b-a}{a+b}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{3}{2}$  D)  $\frac{3}{4}$  E) 2

Çözüm:  $a - 1 = 3b$  ve  $ab - 1 = 9a$

$$3b = 9a$$

$$b = 3a$$

$$\frac{b-a}{a+b} = \frac{3a-a}{a+3a} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$$

Cevap: B

16.  $a, b, c, d$  ve  $k \in \mathbb{R}$ ,  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  orantısından,  $\frac{4a+5}{4b+d} = k$  oranı elde edildiğine göre,  $c$ 'nin değeri nedir?

- A) 0 B) 4 C) 5c D) 5 E) 5d

Çözüm: 2.2. Sonuç d maddesi gereği;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ iken } \frac{a \cdot p + c \cdot r}{b \cdot p + d \cdot r} = k$$

olduğunu biliyoruz. Buna göre,

$$\frac{c}{d} = \frac{5}{d}$$
$$c = 5$$

dir.

Cevap: D

17.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin hangisi  $k$  değerine sahip değildir?

A)  $\frac{a \cdot p}{b \cdot p}$     B)  $\frac{a-c}{b-d}$     C)  $\frac{a \cdot p + c \cdot r}{b \cdot p + d \cdot r}$     D)  $\sqrt{\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}}$     E)  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Çözüm: 2.2. Sonuca göre E şıkkı denklem olarak sağlanır, ama k değerine eşit olmaz.

Cevap: E

### Oran ve Orantıyla Sıralama Bulma

18. x, y, z pozitif tamsayılar,

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $x < z < y$     B)  $z < x < y$     C)  $z < y < x$   
D)  $y < x < z$     E)  $x < y < z$

Çözüm:  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = k$   
 $x = 4k, y = 5k, z = 8k$   
 $4k < 5k < 6k$   
 $x < y < z$

Cevap: E

19.  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$  ve  $\frac{a}{-3} = \frac{b}{-5} = \frac{c}{-4}$  eşitliğine göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi vardır?

- A)  $a < c < b$     B)  $b < c < a$     C)  $a < b < c$     D)  $b < a < c$     E)  $c < b < a$

Çözüm:  $\frac{a}{-3} = \frac{b}{-5} = \frac{c}{-4} = k, k \in \mathbb{R}^-$   
 $a = -3k, b = -5k, c = -4$   
 $a < c < b$

Cevap: A

20.  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  ve  $\frac{y}{z} = \frac{2}{5}$  olduğuna göre, x, y, z sırasıyla hangi sayılarla orantılıdır?

- A) 3, 4, 5    B) 3, 4, 10    C) 3, 4, 20    D) 3, 8, 5    E) 3, 5, 10

Çözüm:  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  ve  $\frac{y}{z} = \frac{2}{5}$   
 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  ve  $\frac{y}{2} = \frac{z}{5}$   
 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{y}{8} = \frac{z}{20}$   
 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{20}$

Cevap: C

21. x, y, z birer pozitif reel sayı ve  
 $2x = 3y$ ,  $2y = z$   
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $x < z < y$     B)  $z < x < y$     C)  $z < y < x$   
D)  $y < x < z$     E)  $x < y < z$

Çözüm:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ,  $\frac{y}{1} = \frac{z}{2}$   
 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4} = k$   
 $x = 3k, y = 2k, z = 4k$   
 $2k < 3k < 4k$   
 $y < x < z$

Cevap: D

22. a, b, c birer pozitif sayı ve  
 $\frac{a}{0,5} = \frac{b}{0,7} = \frac{c}{0,3}$   
olduğuna göre, a, b, c sayıları arasındaki sıralama aşağıdakilerde hangisidir?

- A)  $c < b < a$     B)  $b < a < c$     C)  $a < b < c$     D)  $c < a < b$     E)  $a < c < b$

Çözüm:  $\frac{a}{0,5} = \frac{b}{0,7} = \frac{c}{0,3} = k$   
 $a = 0,5k, b = 0,7k, c = 0,3k$   
 $0,3k < 0,5k < 0,7k$   
 $c < a < b$

Cevap: D

23. a, b, c birer pozitif tamsayı,  $\frac{ab}{4} = \frac{bc}{6} = 12$  olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $c < b < a$    B)  $b < a < c$    C)  $a < b < c$    D)  $c < a < b$    E)  $a < c < b$

Çözüm:  $ab = 4k, bc = 6k, ca = 12k$

$$\begin{aligned} \frac{ab}{bc} &= \frac{4k}{6k} \text{ ise } \frac{a}{c} = \frac{2}{3} \\ \frac{bc}{ca} &= \frac{6k}{12k} \text{ ise } \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \\ \frac{ca}{ab} &= \frac{12k}{4k} \text{ ise } \frac{c}{b} = 3 \\ b &< a < c \end{aligned}$$

Cevap: B

### Doğru Orantı

24. Kilosu ₺28,75 olan zeytinden 1 280 gram alan bir kişi kaç lira ödeyecektir?

- A) 35,65   B) 35,75   C) 35,85   D) 36,15   E) 36,25

Çözüm: 1 000 gr zeytin   ₺28,75 ise  
1 240 gr zeytin   ₺x dir  
 $x = \frac{28,75 \cdot 1\,240}{1\,000} = ₺35,65$

Cevap: C

25. A türü makarnada 312 kalori, B türü makarnada 297 kalori bulunmaktadır. Burak, bir çeyrek paket A türünden, bir miktarda B türünden yediğinde, toplam 99 kalori almıştır. Buna göre B türünden makarnadan ne kadar yemiştir.

- A)  $\frac{2}{5}$    B)  $\frac{1}{2}$    C)  $\frac{2}{3}$    D)  $\frac{1}{3}$    E)  $\frac{1}{4}$

Çözüm:

A türü makarnada 312 kalori varsa çeyrek tabakta  $\frac{312}{4} = 78$

B türü makarnadan aldığı kalori  $177 - 78 = 99$  kalori

B türü 1 paket makarnada 297 kalori varsa

x paket makarnada 99 kalori vardır

$$x = \frac{99}{297} = \frac{1}{3}$$

Cevap: D

**26.** 1 kg yaş üzüm kuruyunca 400 grama düşmektedir. Kilosu ₺8 olan yaş üzüm kurutulunca, kuru üzümün kilosu kaç liraya olmaktadır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 27

Çözüm: 1 000 gr yaş üzüm

400 gr kuru üzüm oluyorsa

x gr yaş üzüm

1000 gr kuru üzüm olur.

$$x = \frac{1\ 000 \cdot 1\ 000}{400} = 2500 \text{ gr}$$

Buna göre 2,5 kg yaş üzüm kurutulunca 1 kg kuru üzüm elde edileceğinden 8 ₺ olan yaş üzüm kurutulunca

$$2,5 \cdot 8 = 20 \text{ ₺}$$

olacaktır.

Cevap: B

**27.** Bir reyondaki acılı şalgam ve acısız şalgam şişelerinin sayıları, sırasıyla 2,2 ve 2,6 sayılarıyla orantılıdır. Bu reyondaki acılı şalgam şişesi en az kaç tanedir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm: Acılı şalgam şişesi sayısı a, acısız şalgam şişesi sayısı b olsun.

$$\frac{a}{2,1} = \frac{b}{2,5} = k \text{ alınırsa } a = 2,2 \cdot k, b = 2,6 \cdot k$$

$$a + b = 2,2 \cdot k + 2,6 \cdot k = 4,8 \cdot k$$

elde edilir. Burada k = 5 alınırsa bir öğrencileri en az bir tamsayı olur. Şu halde,

$$a = 2,2 \cdot 5 = 11$$

tanedir.

Cevap: B

**28.** Servet ağının toplam 156 koyunu vardır. Bu koyunları üç ağıla 3; 4 ve 6 sayıları ile orantılı şekilde paylaşmaktadır. Buna göre Servet ağa, en büyük ağılında kaç koyun barındırmaktadır.

- A) 48    B) 51    C) 56    D) 64    E) 72

Çözüm: 1. ağıl a tane, 2. ağıl b tane, 3. ağıl c tane ile koyun alsın.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = k \text{ ise } a = 3k, b = 4k, c = 6k$$

$$a + b + c = 156$$

$$3k + 4k + 6k = 156$$

$$k = 12$$

$$c = 6k = 6 \cdot 12 = 72 \text{ koyun}$$

Cevap: E

**29.** Bir işi yeni makine 12 dakikada, eski makine 21 dakikada yapmaktadır, bir işi yeni makinede 4 dakika ürettikten sonra makine arıza yapınca, geri kalanını ikinci makineye bağlayarak tamamlamıştır. Buna göre, geri kalan iş kaç dakikada bitmiştir?

- A) 14    B) 13    C) 12    D) 11    E) 10

Çözüm: Verilen iş yeni makine ile 4 dakika çalışmış, yeni makinenin 8 dakikalık iş kalmıştır.

Yeni makine ile 12 dakikada  
8 dakikada

Eski makine ile 21 dakikada yapılırsa  
x dakikada tamamlanır.

$$x = \frac{21 \cdot 8}{12} = 14 \text{ da}$$

Cevap: A

**30.** Bir kasabadaki ela ve kahverengi gözlü olmak üzere iki renkte insan vardır. Ela gözlülerin sayısı, kahverengi gözlülerin sayısına oranı  $\frac{5}{12}$  dir. Ela gözlülerin sayısı 300 den fazla olduğuna göre bu kasabada en az kaç insan vardır?

- A) 1020    B) 1021    C) 1022    D) 1023    E) 1024

Çözüm: Ela gözlülerin sayısı x, kahverengi gözlülerin sayısı y olsun.

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{12}$$



$$\frac{300}{y} = \frac{5}{12}$$
$$y = \frac{300 \cdot 12}{5} = 720$$

Ela gözlü en az 301 insan olursa, kahverengi gözlü 721 insan olur. Buna göre, en az kitap 1022 dir.

Cevap: C

**31.** Ana rahmindeki bir bebek ilk dört ayda bulunduğu ayın sayısının karesiyle orantılı olacak şekilde büyüyor. Boyu 1. ay 1,2 cm olan bebek 4. ay kaç cm dir.

- A) 29,3    B) 29,6    C) 30,4    D) 30,8    E) 31,2

Çözüm: 1. ay a, 2. ay b, 3. ay c, 4. ay d cm<sup>2</sup> olsun.

$$\frac{a}{1^2} = \frac{b}{2^2} = \frac{c}{3^2} = \frac{d}{4^2} = k \text{ ise } a = k, b = 4k, c = 9k, d = 12k$$

$$a + b + c + d = k + 4k + 9k + 12k = 26k$$

Ayrıca boyu 1. ay 1,2 cm ise k = 1,2 olacağından

$$26k = 26 \cdot 1,2 = 31,2 \text{ cm}$$

olur.

Cevap: E

### Ters Orantı ve Birleşik Orantı

**32.** a sayısı b sayısı ile ters, c ile doğru orantılıdır. a = 3, b = 5 ve c = 8 ise b = 15 ve c = 16 iken a'nın değeri nedir?

- A) 2    B) 3    C) 5    D) 8    E) 15

Çözüm:  $\frac{a \cdot b}{c} = \frac{3 \cdot 5}{8}$  ise  $\frac{a \cdot 15}{16} = \frac{3 \cdot 5}{8}$  ise a = 2 dir.

Cevap: A

**33.** y sayısı (x + 4) ile doğru orantılı, (2x - 3) ile ters orantılıdır. x = 1 için y = -1 olduğuna göre x ile y değişkenleri arasındaki denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $y = \frac{5(2x+3)}{x-4}$     B)  $y = \frac{5(2x-3)}{x+4}$     C)  $y = \frac{2x-3}{x+4}$

$$D) y = \frac{3(2x-3)}{x+4} \quad E) y = \frac{3-2x}{x+4}$$

Çözüm: Doğru orantıda bölünür ters orantıda çarpılacağından,

$$\frac{y(x+4)}{2x-3} = k$$

olarak bulunur.  $x = 1$  için  $y = -1$  olduğuna göre

$$k = \frac{1 \cdot (1+4)}{2 \cdot 1 - 3} = 5$$

$$y = \frac{5(2x-3)}{x+4}$$

elde edilir.

Cevap: B

34. 520 kg şeker üç kişiye sırasıyla 2, 3, 4 sayıları ile ters orantılı olacak şekilde paylaştırılıyor. Payı en az olan, kaç kg şeker almıştır?

- A) 100 B) 105 C) 110 D) 120 E) 125

Çözüm:  $a + b + c = 520, 2a = 3b = 4c = k$  olacağından

$$a = \frac{k}{2}, b = \frac{k}{3}, c = \frac{k}{4}$$

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 520$$

$$\frac{13k}{12} = 520$$

$$k = 480$$

$$c = \frac{k}{4} = \frac{480}{4} = 120 \text{ kg}$$

bulunur.

Cevap: D

35. a ile b doğru orantı olduğundan  $\frac{3}{4}$  iken ters orantı olduğundan aşağıdakilerden hangisi olamaz

- A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 52

Çözüm: a ile b doğru orantı ise  $a = 3k, b = 4k$  olacaktır. a ile b ters orantı olduğunda

$$a \cdot b = 3k \cdot 4k = 12k^2$$

olacağından 12'in katı olmayan sayı 52'dir.

Cevap: E

36. Bir tekstil makinesi bir iş 36 dakikada yapıyor. Makinin bir özelliğini yitirmesinden dolayı hızı  $\frac{1}{4}$  oranında azalıyor, buna göre makinenin yeni işi bitirme süresi ne kadardır?

- A) 40 B) 44 C) 48 D) 50 E) 52

Çözüm: İşin çalışma süresi 1 ise  $\frac{1}{4}$  oranında azaltılırsa  $\frac{3}{4}$  oranında çalışılır.

Tamamı (1) lik hızla 36 dakika biterse,  
İşin  $\frac{3}{4}$  lük hızla x dakikada biter

ters orantısıyla

$$1 \cdot 36 = \frac{3}{4} \cdot x$$

$$X = 48 \text{ dakika}$$

olur.

Cevap: B

37. 368 sayısı 2 ve 3 ile doğru orantılı, 9 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır. Buna göre, en büyük sayı nedir?

- A) 216 B) 220 C) 222 D) 224 E) 228

Çözüm: Arazi a, b ve c parçalarına ayrılmış olsun.  $a + b + c = 368$  dir.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = 9c = k \text{ ise} \quad a = 2k, b = 3k, c = \frac{k}{9}$$

$$2k + 3k + \frac{k}{9} = 368$$

$$\frac{46k}{9} = 368$$

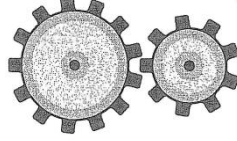
$$k = 72$$

$$b = 3k = 3 \cdot 72 = 216$$

Cevap: A



**41.** Bir dişli çarkta, birbirini döndüren iki dişliden biri 8 defa döndüğünde diğeri 5 defa dönmektedir.



Bu iki dişlide, eşit büyüklükte 91 diş olduğuna göre, 5 defa dönen dişlide kaç diş bulunmaktadır?

- A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

**Çözüm:** Büyük-küçük dişliler arasında ters orantı vardır. Yani dönmele-ri ile diş sayısı arasında ters orantı mevcuttur.

8 defa dönen            5x diş olsun  
5 defa dönen de        8x diş olur

$$5x + 8x = 91 \text{ ise } x = 7$$
$$8x = 8 \cdot 7 = 56$$

diş vardır.

Cevap: A

**42.** Aynı kapasitede 8 işçi, bir işi 24 günde yapıyor. Bu işin 3 katı büyüklükteki bir işi 18 günde, kaç işçi tamamlar?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

**Çözüm:** 3 kat işi, x işçi tamamlasın.

$$\frac{1}{3} = \frac{8 \cdot 24}{18 \cdot x}$$
$$x = 32 \text{ işçi}$$

olur.

Cevap: C

**43.** x tane işçinin günde 12 saat çalışmasıyla 30 günde bitirilebilen bir iş, işçi sayısı 24'e çıkarılarak, günde 10 saat çalışarak 15 günde bitiriliyor. Buna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm: Birleşik orantı denklemi;

$$\frac{\text{İş Miktarı}}{\text{İş Miktarı}} = \frac{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}{\text{Diğerlerinin Çarpımı}}$$

biçimindedir. İş miktarı değişmeyecektir. Buna göre;

$$\frac{1}{1} = \frac{x \cdot 12 \cdot 30}{24 \cdot 10 \cdot 15}$$
$$x = 10 \text{ işçi}$$

olur. k, 5 in katı olduğuna göre k, 10 olması ile mümkündür.

Cevap: C

### Kar-Zarar Problemleri

44. Bir market 7 tane ₺27 den aldığı çikolataların 3 tanesini ₺17 den satmıştır. Market, çikolatalardan ₺150 kâr ettiğine göre, kaç tane çikolata satmıştır?

A) 40 B) 42 C) 44 D) 45 E) 46

Çözüm:

7 tanesi ₺27 den alıyorsa, 1 tanesinin alış fiyatı ₺ $\frac{27}{7}$

3 tanesini ₺17 den satıyorsa, 1 tanesinin satış fiyatı ₺ $\frac{17}{3}$

$$\text{Kâr} = \text{Satış} - \text{Alış} = \frac{17}{3} - \frac{27}{7} = \text{₺} \frac{38}{21}$$

1 tane çikolatadan ₺ $\frac{38}{21}$  kâr elde edilirse,

x tane çikolatadan ₺76 kâr elde edilir.

$$\frac{38}{21} x = 76 \text{ ise } x = 42 \text{ tane}$$

Cevap: B

45. Üretilen bir malın maliyeti x ve satış fiyatı y lira dir. Bu malın satış fiyatının hesaplanması için:

I.  $y = 5x - 80$

II.  $y = 3x + 80$

biçiminde iki bağıntı önerilmiştir. Üretilen malın tümü satılabildiğine ve satış fiyatının hesaplanmasında I. bağıntıyı kullanmak daha kârlı olduğuna göre, x maliyeti en az kaç lira olmalıdır?

- A) 79 B) 80 C) 81 D) 82 E) 83

Çözüm:  $5x - 80 > 3x + 80$   
 $5x - 3x > 80 + 80$   
 $x > 80$

x, en az ₺81 olmalıdır.

Cevap: C

**46.** 450 buzdolabı fabrikadan depoya, kamyon veya pikapla taşınacaktır. En çok 35 buzdolabı götürebilen araba her gidiş için 120 lira en çok 15 buzdolabı götürebildi pikap ise her gidiş için 60 lira almaktadır. Eşyanın tümü en az kaç liraya taşınabilir?

- A) 1510 B) 1520 C) 1540 D) 1560 E) 1580

Çözüm:  $\frac{120}{60} < \frac{35}{15}$  olduğundan araba daha ucuza geldiği görülmektedir.

O halde arabaya mümkün olduğu kadar sefer taşıtılmalıdır. Şu halde,

$$\frac{420}{35} = 12 \text{ sefer kamyon ile}$$

$$\frac{30}{15} = 2 \text{ sefer pikap ile}$$

taşınmalıdır.  $12 \cdot 120 + 2 \cdot 60 = ₺1 560$  eder.

Cevap: D

**47.** x tanesi ₺m den satılan kalemlerden y tane satın alınarak ₺n ödeniyor. Buna göre, y'in x, m ve n türünden değeri nedir?

- A)  $\frac{ym}{n}$  B)  $\frac{yn}{m}$  C)  $\frac{m}{yn}$  D) ymn E)  $y^2mn$

Çözüm: x tanesi m ₺ ise  
y tanesi n ₺ dir

Buna göre  $xn = ym$  olacağından  $x = \frac{ym}{n}$

Cevap: A

## Ortalamalar

48. Toplamları 1'e eşit olan beş tane ondalıklı sayının aritmetik ortalaması nedir?

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,25 D) 0,4 E) 0,5

Çözüm:  $\frac{1}{5} = 0,2$

Cevap: A

49.  $a + b = 12$  olmak üzere,  
2a, 3a, 2b, 3b  
sayılarının aritmetik ortalaması nedir?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

Çözüm:  $\frac{2a+3a+2b+3b}{4} = \frac{5(a+b)}{4} = \frac{5 \cdot 12}{4} = 15$

Cevap: E

50. Bir sınavdan 83, 84 ve 86 notlarını alan bir öğrencinin not ortalaması 87 düşmüştür, buna göre öğretmenin verdiği sözlü notu nedir?

- A) 90 B) 92 C) 93 D) 95 E) 96

Çözüm: öğretmenin verdiği not sözlü notu x olsun.  
$$\frac{83+84+86+x}{4} = 87$$
$$83 + 84 + 86 + x = 87 \cdot 4$$
$$x = 348 - 253 = 95$$

Cevap: D

51.  $a \cdot b = 125$  ise, 1, a ve b sayılarının geometrik ortalaması nedir?

- A) 0 B) 1 C) 5 D) 25 E) 125

Çözüm:  $\sqrt[3]{1 \cdot a \cdot b} = \sqrt[3]{125} = 5$

Cevap: C



52. n tane sayının ortalaması p'dir. Bu sayıların her biri 1 arttığında, yeni ortalama ne olur?

- A) p B) p + 1 C) 2p D) n E) 1

Çözüm:

n tane sayı ortalaması p ise bu sayıların toplamı np'dir.

Bu n tane sayının her biri 1 arttığında yeni sayının toplamı np + n dir.

Yeni ortalama  $\frac{np+n}{n} = p + 1$  olur.

Cevap: B

53. Aşağıdaki tabloda, bir şirkette işçilerin sayısı ve çalışma süreleri verilmiştir.

Çalışan İşçi Sayısı	İşi bitirme süresi
20	x
15	y
17	z

Buna göre; x, y ve z'nin sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir.

- A)  $x < z < y$  B)  $x < y < z$  C)  $z < y < x$   
D)  $y < x < z$  E)  $y < z < x$

Çözüm: İşçi sayısı ile işi bitirme süresi ters orantılıdır. Çünkü işçi sayısı artarsa, iş süresi azalır veya işçi sayısı azalır, iş süresi artar.

$15 < 17 < 20$  ise ters orantısı  $x < z < y$

Cevap: A

54. a ile b sayılarının geometrik ortalaması 12, b ile c sayılarının geometrik ortalaması 16, c ile a sayılarının geometrik ortalaması 20 olduğuna göre, a'nın değeri nedir?

- A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Çözüm:  $\sqrt{ab} = 12, \sqrt{bc} = 16, \sqrt{ca} = 20$   
 $ab = 12^2, bc = 16^2, ca = 20^2$

Her üç denklem taraf tarafa çarpılırsa;

$$abc^2 = (12 \cdot 16 \cdot 20)^2$$

$$abc = 12 \cdot 16 \cdot 20$$

$$a \cdot 16^2 = 12 \cdot 16 \cdot 20$$

$$a = 15$$

elde edilir.

Cevap: B

55. a ile b'nin aritmetik ortalaması 4'tir. a ile geometrik ortalaması 30, b ile geometrik ortalaması 10 olan sayı nedir?

- A) 118 B) 120 C) 122 D) 124 E) 125

Çözüm:  $\frac{a+b}{2} = 4$  ,  $\sqrt{ac} = 30$  ,  $\sqrt{bc} = 10$   
 $a + b = 8$  ,  $ac = 900$  ,  $bc = 100$   
 $a + b = 8$  ,  $ac + bc = 1000$   
 $a + b = 8$  ,  $c(a + b) = 1000$   
 $c = 125$

Cevap: E

56. 12 kişilik bir iş yerinin yaş ortalaması 29 dur. Bunlardan, yaş ortalaması 28 olan 4 kişi işten ayrılıyor. Geriye kalanların aritmetik ortalaması nedir?

- A) 29,4 B) 29,5 C) 29,6 D) 29,8 E) 29,9

Çözüm:

12 kişinin aritmetik ortalaması 29 ise yaşları toplamı 348 dir.

İşten çıkan 4 kişinin aritmetik ortalaması 28 ise yaşları toplamı 112 dir.

Geriye kalan kişilerin yaşları ortalaması

$$\frac{12 \cdot 29 - 4 \cdot 28}{8} = \frac{348 - 112}{8} = 29,5$$

dır.

Cevap: B

57.

Puan	20	40	60	80	100
Öğrenci Sayısı	1	5	10	6	4

Verilen tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavında aldığı puanların dağılımını göstermektedir. Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanların ortalaması kaçtır?

A) 65,38 B) 67 C) 68 D) 69 E) 70

Çözüm: Ağırlıklı aritmetik ortalama kullanılmalıdır.

$$x = \frac{20 \cdot 1 + 40 \cdot 5 + 60 \cdot 10 + 80 \cdot 6 + 100 \cdot 4}{1 + 5 + 10 + 6 + 4} = 65,38$$

Cevap: A

**58.** Ardışık sayılardan oluşan a, b, 60, 70, c, 90 sayılar mevcuttur. Bu sayıların aritmetik ortalaması 65 olduğuna göre, a + b + c nin değeri nedir?

A) 160 B) 170 C) 180 D) 190 E) 200

Çözüm:  $\frac{a+b+60+70+c+90}{6} = 65$

$$a + b + c + 220 = 390$$

$$a + b + c = 390 - 220 = 170$$

Cevap: B

**59.** Birbirinden farklı üç pozitif tamsayının aritmetik ortalaması 50 dir. Bu sayıların en ortadaki sayı, diğer ikisinin ortalaması kadar olduğuna göre; ortada olan sayının değeri nedir?

A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

Çözüm: Bu sayılar a, b, c ve en ortadaki sayı b olsun.

$$\frac{a+b+c}{3} = 50 \quad \text{ve} \quad \frac{a+c}{2} = b$$

$$a + b + c = 150 \quad \text{ve} \quad a + c = 2b$$

$$2b + b = 150$$

$$b = 50$$

Cevap: C

**60.** Bir işyerinde A, B ve C departmanlarda çalışan kişilerin yaş ortalaması sırasıyla 30, 38 ve 41'dir. A ile B departmanlarındaki kişilerin yaş ortalaması 34, B ile C departmanlarındaki kişilerin yaş ortalaması ise 40'dir. Buna göre, bu üç departmanlarındaki kişilerin yaş ortalaması nedir?

A) 36 B) 36,5 C) 37 D) 37,5 E) 38

Çözüm: A departmanında x kişi, B departmanında y kişi, C departmanında z kişi olsun.

A departmanında kişilerin yaşları toplamı  $30x$

B departmanında kişilerin yaşları toplamı  $38y$

C departmanında kişilerin yaşları toplamı  $41z$

dir.

$$\frac{30x+38y}{x+y} = 34 \quad \text{ve} \quad \frac{38y+41z}{y+z} = 40$$

$$x = y \quad \text{ve} \quad z = 2y = 2x$$

olacağından

$$\frac{30x+38y+41z}{x+y+z} = \frac{30x+38x+41 \cdot 2x}{x+x+2x} = \frac{150x}{4x} = 37,5$$

bulunur.

Cevap: D

61. a ve b reel sayılarının geometrik ortalaması 3 dur.  $a + 1$  ve  $b + 1$  sayılarının geometrik ortalaması ise 5'dir. Buna göre,  $a + b$  nin değeri nedir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm: a ve b nin geometrik ortalaması 9 ise  $\sqrt{ab} = 3$

$a + 1$  ve  $b + 1$  nin geometrik ortalaması 6 ise  $\sqrt{(a + 1)(b + 1)} = 5$

Buna göre;

$$ab = 9, (a + 1)(b + 1) = 25$$

$$ab = 9, ab + a + b + 1 = 25$$

$$9 + a + b + 1 = 25$$

$$a + b = 15$$

olur.

Cevap: E

62.  $x + 2$  ile  $x - 2$  sayılarının harmonik ortalaması 3 ise x'in pozitif değeri nedir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$$\text{Çözüm: } H = \frac{2(x+2)(x-2)}{x+2+x-2} = 3$$

$$\frac{x^2-4}{x} = 3$$

$$x^2 - 4 = 3x$$

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 4 &= 0 \\(x + 1)(x - 4) &= 0 \\x &= -1, x = 4\end{aligned}$$

Cevap: A

### KAYNAKÇA

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
2. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
3. M. Zeki DERMAN, Serdar GÜLMEZ, Ökkeş ÖZKÖSELER, Matematik Lise 1, 2, 3, Zafer Yayınları, 2002, Ankara.
4. Hayri EDEN, Lise Matematik Ders Kitabı 1, 2, 3, Küre Yayıncılık, İstanbul, 2003.
5. Ömer Faruk ERTÜRK, Galip KIR, İsmail BİLGİN, Devlet Kitapları, Lise 1, 2, 3, Milli Eğitim Basımevi, 4. Baskı, İstanbul, 2002.
6. Matematik Cep Kitabı, Final Dergisi Yayınları, 1989, İstanbul.
7. Fevzi SÖNMEZ, Sabiha SÖNMEZ, Matematik 1, 2, 3, Ülke Yayın Haber T.L.Ş., 2000, Ankara.
8. Doç.Dr. Zehra BAŞKAYA, Ticari Matematik, Ekin Kitabevi, 2011.
9. Hayrettin ZEHİR, Ticari Matematik, Murathan Yayınevi, 2011.
10. Ticari Matematik, Ötüken SENGER, Murathan Yayınları, 2009, Trabzon.
11. Dr. Öğr. Üy. İsmail TUNA, Öğr. Gör. Şaban YILMAZ, Ticaret ve Finans Matematiği, Seçkin akademik ve mesleki yayınlar, Ekim 2018, Anlara.