3. BÖLÜM
DENKLEM KURMA

Matematikte denklem kurma çok sayıdadır. Ama denklem kurma kavramı ile bu bölümde birinci dereceden denklem ile oran ve orantının uygulaması olan;

–Ölçü Birimleri
–Yaş Problemleri
–İşçi-Havuz Problemleri
–Hız Problemleri

anlatılması amaçlanmıştır. Şimdi bu konuları izah edelim.

1. ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Uzunluk, alan, hacim, ağırlık ve zaman gibi kavramlar aralarında bir ölçü birimi ile belirlenirler. Bu birimlerin değerleri elbette birer kabuldür. Mesela bürgün 24 saat olarak belirlenmiştir. Bu bir kabuldür. Uzunluk metre, alan metre kare, hacim metre küp, ağırlık gram olarak kabul edilmiştir. Yine zaman dakika, saat, hafta, ay, yıl gibi kabuller mevcuttur.

Tarih boyunca ölçü birimleri pek çok sayıda olmuştur. Her bölgede ayrı ayrı ölçü birimleri kullanılmıştır. Hatta her şehirde farklılıklar arz etmiştir. Mesela Osmanlı döneminde ve Türkiye Cumhuriyetinin ilk yıllarına 65 cm'ye karşılık gelen "Endaze" uzunluk ölçü birimi kullanılmıştır. 01 Nisan 1931'de kaldırılmıştır. Ama günümüzde bir standart oluşturulmuştur. Birkaç farklı standartlar kalmıştır. Mesela ülkemizde ve pek çok dünya ülkelerinde uzunluk ölçüsü metre kullanılmasına rağmen İngiltere'de inç ölçü birimi tercih edilmektedir.

Uzunluk Ölçü Birimleri

3.1. Tanım: Uzunluk ölçü birimleri metredir. Metrenin üst katları ve alt katları mevcuttur. Metrenin üst katları;

1 000 metreye 1 kilometre (km),
100 metreye hektometre (hm),
10 metreye dekametre (dam)

denir. Metrenin alt katları;

1 metrenin $\frac{1}{10} = 0{,}1$ ine desimetre (dm)

1 metrenin $\frac{1}{100} = 0{,}01$ ine santimetre (cm)

1 metrenin $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$ ine milimetre (mm)

denir. Buna göre;

1 metre = $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$ kilometre (km)

1 metre = $\frac{1}{100} = 0{,}01$ hektometre (hm)

1 metre = $\frac{1}{10} = 0{,}1$ dekametre (dam)

1 metre = 10 desimetre (dm)

1 metre = 100 santimetre (cm)

1 metre = 1 000 milimetre (mm)

olur.

$1 \text{ km} = 10 \text{ hm} = 100 \text{ dam} = 1\,000 \text{ m} = 10\,000 \text{ dm} = 100\,000 \text{ cm} = 1\,000\,000 \text{ mm}$

Örnek: Erzurum Palandöken dağının yüksekliği 3185 metredir. Palandöken dağının yüksekliğini kilometre olarak ifade edelim.

Çözüm: $1 \text{ m} = \frac{1}{1\,000}$ km olduğundan $\frac{3185}{1\,000} = 3{,}185$ km dir.

Örnek: Atletizmde, çekiç atma dalında bir şahıs, 1. atışta 55,5 m, 2. atışta 56,8 m, 3. atışta 55,4 m çekiç atmıştır. Attığı çekiçlerin toplamı cm ve mm cinsinden hesaplayınız.

Çözüm: Toplam $55{,}5 + 56{,}8 + 55{,}4 = 167{,}7$ m dir.

$1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm}$

$167{,}7 \text{ m} = 167{,}7 \cdot 1\,000 = 167\,700 \text{ mm}$

3.2. Tanım: Uzunluk ölçü birimi olarak inç ve fit de kullanılmaktadır.

1 inç = 2,54 cm

1 fit = 30,48 cm

Örnek: 32 inç olan tv, kaç cm'dir?

Çözüm: 1 inç = 2,54 cm olduğuna göre;

$$2{,}54 \cdot 32 \cong 81{,}28 \text{ cm}$$

olur.

Örnek: 32 inç olan tv, kaç cm'dir?

Çözüm: 1 inç = 2,54 cm olduğuna göre;

$$2{,}54 \cdot 32 \cong 81{,}28 \text{ cm}$$

olur.

Alan ve Arazi Ölçü Birimleri

3.3. Tanım: Alan ölçü birimleri metrekaredir. Her kenarı 1 m olan kare şeklindeki düzlemin oluşturduğu bölgeye 1 m^2 denir. Bu metrekarenin üst katları ve alt katları mevcuttur. Metrekarenin üst katları;

1 000 000 = 10^6 metrekareye 1 kilometrekare (km^2),
10 000 = 10^4 metrekareye hektometrekare (hm^2),
100 = 10^2 metrekareye dekametrekare (dam^2)

denir. Metrekarenin alt katları;

1 metrekarenin $\frac{1}{100} = 0{,}01$ ine desimetrekare (dm^2)
1 metrekarenin $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$ ine santimetrekare (cm^2)
1 metrekarenin $\frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000\,001$ ine milimetrekare (mm^2) denir.

Buna göre;

1 metrekare = $\frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000\,001$ Kilometrekare (km^2)
1 metrekare = $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$ Hektometrekare (hm^2)
1 metrekare = $\frac{1}{100} = 0{,}01$ Dekametrekare (dam^2)

1 metrekare = 100 desimetrekare (dm^2)
1 metrekare = 10 000 santimetrekare (cm^2)
1 metrekare = 1 000 000 milimetrekare (mm^2)

olur.

1 km^2 = 100 hm^2 = 10 000 dam^2 = 1 000 000 m^2
1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2

3.4. Tanım: Arazi ölçülerinde temel birim olarak ar kullanılır. Ar (a); 100 m^2 lik alandır, ama 1 000 m^2 ye dekar (dönüm) (daa), 10 000 m^2 ye hektar (ha) adı verilir.

100 m^2 lik alana alan ölçü biriminde dekametrekare arazi ölçü biriminde ar denildiğine dikkat etmek gerekir. 1 000 m^2 lik alanın alan ölçü birimi yoktur ama arazi ölçü biriminde dönüm veya dekar ismi verildiğini unutmamak gerekir.

Dikdörtgen şeklindeki bir arazinin uzun kenarı 50 m kısa kenarı 20 m ise bu bir dönümlük (dekarlık) arazi oluşturur.

1 ha = 10 daa = 100 a

Örnek: 22 hektarlık araziyi dönüm ve ar türünden hesaplayınız.

Çözüm: 22 hektar = 220 dekar (dönüm)
= 2 200 ar (dekametre)

Örnek: Yeni kurulan bir üniversite için devlet hazinesinde bulunan 14,2 hektarlık bir arazi ile 8,8 hektarlık bir arazi kamulaştırılarak üniversite bünyesine alınmıştır. Bu üniversite toplam kaç dönümlük arazi üzerine kurulmuştur.

Çözüm: $14{,}2 + 8{,}8 = 23$ ha
23 ha = 230 daa

Örnek: 4 dekarlık bir arazinin 12 arlık bölümüne elma ağacı, 1800 metrekarelik bölümüne armut ağacı dikiliyor. Geriye kalan kısmın kaç metrekare olduğunu bulunuz.

Çözüm: 4 daa = 4 000 m^2
12 a = 1 200 m^2

$4\,000 - 1\,200 - 1\,800 = 1\,000 \text{ m}^2$

Örnek: Ölçeği $\frac{1}{1\,000}$ olan bir köy projede okul alanı 182 cm^2 dir. Buna göre okulun gerçek alanı kaç m^2 dir?

Çözüm: $\frac{1}{1\,000}$ lik 182 cm^2 ise
1 lik x dir

$$\frac{1}{1\,000}x = 1 \cdot 182$$
$$x = 182\,000\ \text{cm}^2 = 1820\ \text{m}^2$$

Hacim Ölçü Birimleri

3.5. Tanım: Hacim ölçü birimleri metreküptür. Her kenarı 1 m olan küp şeklindeki katı cismin oluşturduğu şekle 1 m^3 denir. Bu metreküpün üst katları ve alt katları mevcuttur. Metrekarenin üst katları;

1 000 000 000 = 10^9 metreküpe 1 kilometreküp (km^3),
1 000 000 = 10^3 metreküpe hektometreküp (hm^3),
1 000 = 10^3 metreküpe dekametreküp (dam^3)
denir. Metreküpün alt katları;

1 metreküpün $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$ ine desimetreküp (dm^3)
1 metreküpün $\frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000\,001$ ine santimetreküp (cm^3)
1 metrekarenin $\frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0{,}000\,000\,001$ ine milimetreküp (mm^3) denir. Buna göre;

1 metreküp = $\frac{1}{1\,000\,000\,000} = 0{,}000\,000\,001$ kilometreküp (km^3)
1 metreküp = $\frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000\,001$ hektometreküp (hm^3)
1 metreküp = $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$ dekametreküp(dam^3)
1 metreküp = 1000 desimetreküp (dm^3)
1 metreküp = 1000 000 santimetreküp (cm^3)
1 metreküp = 1000 000 000 milimetreküp (mm^3)
olur.

$1\ km^3 = 1\ 000\ hm^3 = 1\ 000\ 000\ dam^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ m^3$
$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ mm^3$

Ağırlık Ölçü Birimleri

3.6. Tanım: Ağırlık ölçü birimleri gramdır. Gramın üst katları ve alt katları mevcuttur. Gramın üst katları;

1 000 grama 1 kilogram (kg),
100 grama hektogram (hg),
10 grama dekagram (dag)

denir. Gramın alt katları;

1 gramın $\frac{1}{10} = 0{,}1$ ine desigram (dg)
1 gramın $\frac{1}{100} = 0{,}01$ ine santigram (cg)
1 gramın $\frac{1}{1000} = 0{,}001$ ine miligram (mg)

denir. Buna göre;

1 gram = $\frac{1}{1\ 000} = 0{,}001=$ kilogram (kg)
1 gram = $\frac{1}{100} = 0{,}01$ hektogram (hg)
1 gram = $\frac{1}{10} = 0{,}1$ dekagram (dag)
1 gram = 10 desigram (dg)
1 gram = 100 santigram (cg)
1 gram= 1 000 miligram (mg)

olur.

1 kg = 10 hg = 100 dag = 1 000 g = 10 000 dg = 100 000 cg = 1 000 000 mg

3.7. Tanım: Ağırlık ölçü birimi olarak kilogramında üst katları vardır. Bunlar;

1 000 kilograma 1 ton,
100 kilograma kentel,
1 000 tona kiloton,
1 000 000 tona megaton

adı verilir.

3.8. Tanım: Sıvı veya gaz haldeki maddelerin ağırlık ölçü birimi litredir. 1 litre (ℓ) su 1 kilogramlık suya karşılık gelir.

$\frac{1}{10} =$ 0,1 litreye (ℓ) 1 desilitre veya hektogram
$\frac{1}{100} =$ 0,01 litreye (ℓ) 1 santilitre veya dekagram
$\frac{1}{1000} =$ 0,001 litreye (ℓ) 1 mililitre veya gram

karşılık gelir. Ama litre su dışındaki diğer sıvı veya gaz halindeki maddelerde farklı değerlere eşittir. Bu değerler cismin özgül kütlesine göre değişir.

1 litre su 1 kg
1 litre yağ 850-900 gr
1 litre kolonya 800-850 gr
1 litre lpg 750 gr
1 litre alkol 700 gr
1 litre civa 13,6 kilogram
gelir.

Zaman Ölçü Birimleri

3.9. Tanım: Bir günlük zaman 24 saatlik dilimden oluşur. Saatin 60'da birine dakika, dakikanın 60'da birine saniye, saniyenin 100'de birine salise, salisenin 100'da birine erbaa denir.

1 saat	1sa.
1 dakika	1 dk. veya 1'
1 saniye	1'

Örnek: 2 gün 15 saat 25 dakika 12 saniye toplam kaç saniye eder.

Çözüm: $2 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + 15 \cdot 60 \cdot 60 + 25 \cdot 60 + 12 = 228\,312''$

Örnek:

$$\begin{array}{rrrr} & 15 \text{ sa.} & 46' & 35'' \\ + & 6 \text{ sa.} & 38' & 47'' \\ \hline & 22 \text{ sa.} & 25' & 22'' \end{array}$$

Burada;

35'' + 47'' = 82'' = 1' 22''
46' + 38' + 1' = 85' = 1 sa. 25'

biçimindedir.

Örnek:

$$\begin{array}{rrrr} & 22 \text{ sa.} & 22' & 36'' \\ - & 15 \text{ sa.} & 41' & 46'' \\ \hline & 6\text{sa.} & 40'' & 50'' \end{array}$$

Burada;

1' 36'' = 96'' ve 96'' – 46'' = 50''
1sa 21' = 81' ve 81' – 41' = 40'

biçimindedir.

Örnek: 15 Nisan 2005 yılında doğan bir şahıs 1 0cak 2050 yılında kaç yaşında olur.

Çözüm:

$$\begin{array}{rrrr} & 2050 & 01 & 01 \\ - & 2005 & 04 & 15 \\ \hline & 44 & 08 & 16 \end{array}$$

Burada;

1 ay + 1 gün = 31 gün ve 31 – 15 = 16 gün
1 yıl + 0 ay = 12 ay ve 12 – 4 = 8 gün

biçimindedir.

Zaman Birimini Ondalıklı Sayı Türünden İfadesi

Matematikte bazı zaman birimlerini ondalıklı sayı türünden oluşur. Zaman birimi ondalıklı sayılar çıkması durumunda; 12 ile çarpılarak aya, 30 ile çarpılarak güne, 24 ile çarpılarak saate, 60 ile çarpılarak dakikaya ve saniyeye çevrilebilirler. Veya ay, gün, saat, dakika ve saniye verildiğinde ondalıklı sayıya çevirmek için verilen sayılar ilgili rakamlara bölünerek bulunur.

Örnek: 3 yıl 2 ay 5 günü ondalıklı sayıya çeviriniz.

Çözüm: Ay 12'ye bölünerek, gün 12 · 365'ye bölünerek elde edilir.

$$3 + \frac{2}{12} + \frac{5}{12 \cdot 365} = 3{,}1678082 \text{ yıl}$$

Örnek: 8 saat 32 dakika 45 saniye ondalıklı sayıya çeviriniz.

Çözüm: Dakika 60'a bölünerek, saniye $60 \cdot 60$'ye bölünerek elde edilir.

$$8 + \frac{32}{60} + \frac{45}{60 \cdot 60} = 8{,}5458333 \text{ saat}$$

Örnek: 5,789654 yılı ay ve gün türünden bulunuz.

Çözüm: 5,789654 olup 5 yıl

$0{,}789654 \cdot 12 = 9{,}475848$ olup 9 ay

$0{,}475848 \cdot 30 = 28{,}55088$ olup 28 gün

$0{,}55088 \cdot 24 = 13{,}22112$ olup 13 saat

$0{,}22112 \cdot 60 = 13{,}2672$ olup 13 dakika

$0{,}2672 \cdot 60 = 16{,}032$ olup 16 saniye

0,032olup 32 salise

5,789654 yıl; 5 yıl 9 ay 28 gün 13 saat 13 dakika 16 saniye 32 salisedir.

Miladi, Hicri ve Rumi Takvimler Arası Dönüşüm

Miladi takvim Hz. İsa'nın doğum tarihi olarak kabul edilen 01 Ocak 0001 tarihinde Pazar günü başlar. Miladi dünyanın güneş etrafında dönmesine göre hareket eden takvimdir. Hicri ve Rumi takvim Hz. Peygamber'in hicreti günü ilk gün kabul edilmiş takvim sistemidir. Hicri takvim ayın hareketlerine göre düzenlenmiştir. İlk günü Miladi olarak 20 Eylül 622 Pazartesi tarihine rast gelmektedir.

Miladi ve Rumi takvim dünyanın güneş etrafında dönmesine göre hareket etmesine göre hesaplamıştır. Osmanlı döneminde 1790 yılında kullanılmaya başlayan Rumi takvim ve ilk tarihini miladi 584 yılı esas kabul edilmiştir.

Miladi ve Rumi takvime göre 1 yıl 365 gün 5 saat 48 dakika, 46 saniyedir (365,2422). Bu yaklaşık olarak 356 gün 6 saattir. 6 saatten dolayı her dört yılda bir 28 gün olan Şubat ayları 29 gün olmaktadır. Şubat 29 olan yıla artık yıl adı verilir. Artık yıl dörde bölünen sayıların bulunduğu yılardır. Mesela 2020, 2024 gibi yıllar artık yıllardır.

Ay, dünya etrafında 12 defa döndüğü zaman bir kameri sene olur ve bu süre 354,367 gündür (354 gün 8 saat 48 dakika 34,68 saniyedir). Dünya, güneş etrafında 1 defa döndüğü zaman da bir miladi sene olur ve 365,2422 gündür.

Hicri takvimlerde de, miladi takvimlerde olduğu gibi artık yıllar mevcuttur. 30 yılda yaklaşık 11 günlük bir gerileme yapmaktadırlar. Bu gerilemeyi düzeltmek için 30 yıllık dönemlerin 2, 5, 7, 10, 13, 15, 18, 21, 24, 26 ve 29 yılları 355 gün, diğer yıllar ise 354 gündür.

Hicri yıl miladi yıldan (365,2422 – 354,367 =) 10,8752 gün daha kısa olduğundan aylar bazen 29. bazen de 30 gün çekmektedir.

3.1. Teorem: Miladi M, Hicri H ve Rumi R ile gösterilmek üzere, Miladi, Hicri ve Rumi takvim arasında;

$$\mathrm{M} = \mathrm{R} + 584 = \frac{354}{365}\mathrm{H} + 622$$

eşitliği vardır. Bu eşitlik ile birbirlerine çevrilir.

İspat: Miladi ve Rumi takvim her ikisi de dünyanın güneş etrafında dönmesi üzerine hesaplanmıştır. Aralarında 584 yıl fark olduğundan $\mathrm{M} = \mathrm{R} + 584$ eşitliği vardır.

Miladi takvim 365 gün Hicri takvim 365 gün olduğundan;

$$\frac{354}{365}$$

denklemine göre Miladi takvim ile Hicri takvim arasında $\mathrm{M} = \frac{354}{365}\mathrm{H} + 622$ ilişki mevcuttur.

Örnek: Hey on beşli türküsüne konu olan Rumi 1315 Tokat doğumlu 15 yaşındaki gençlerin Çanakkale savaşına alınışı olduğundan bu gençlerin Miladi doğum tarihlerini bulunuz.

Çözüm: $\mathrm{M} = 1315 + 584 = 1899$

Örnek: Miladi 1453 yılında İstanbul'un fethi gerçekleşmiştir. Bu tarihin Rumi ve Hicri yılını bulunuz.

Çözüm: $\mathrm{M} = \mathrm{R} + 584$

$1453 = \mathrm{R} + 584$

$\mathrm{R} = 869$

ve

$$\mathrm{M} = \frac{354}{365}\mathrm{H} + 622$$

$$1453 = \frac{354}{365}\text{H} + 622$$
$$\text{M} = 857$$

olur.

2. YAŞ PROBLEMLERİ

Yaş problemlerinin denklemlerini kurarken şu prensiplere dikkat etmek gerekir.

i) Bir kişinin yaşı x ise;
k yıl sonraki yaşı $x + k$
k yıl önceki yaşı $x - k$

ii) İki kişinin yaşları toplamı x ise;
k yıl sonraki yaşları toplamı $x + 2k$
k yıl önceki yaşları toplamı $x - 2k$

iii) n kişinin yaşları toplamı x ise;
k yıl sonraki yaşları toplamı $x + nk$
k yıl önceki yaşları toplamı $x - nk$

dir.

Örnek: Bir anne 26 yaşında iken oğlu 6 yaşında ise kaç yıl sonra annenin yaşının oğlunun yaşının 3 katı olur.

Çözüm: x yıl sonra anne $26 + x$, oğlu $6 + x$ yaşında olur.

$$26 + x = 3(6 + x)$$
$$x = 4$$

Örnek: Bir babanın yaşı 36, iki çocuğunun yaşları toplamı 15'dir. Kaç yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 2 katına eşit olur?

Çözüm: x yıl sonra baba $36 + x$, çocukları $15 + 2x$ yaşında olurlar.

$$36 + x = 2(15 + 2x)$$
$$x = 2$$

Örnek: Bir babanın yaşı üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katıdır. 3 yıl önce babanın yaşı çocukların yaşları toplamının 3 katıdır. Babanın bugünkü yaşı kaçtır?

Çözüm: Çocukların yaşları toplamı x ise babanın yaşı 2x dir. 3 yıl önce

$$2x - 3 = 3(x - 3 \cdot 3)$$
$$x = 24$$

olarak bulunur. Şu halde babanın yaşı $2x = 48$ dir.

Örnek: Yeliz'in bugünkü yaşı, Refika'nın 2 yıl sonraki yaşının 3 katıdır. Refika'nın bugünkü yaşı x ise, Yeliz'in bugünkü yaşı x türünden nedir?

Çözüm: Yeliz $= 3(x - 2) = 3x - 6$ dır.

Örnek: 50 yaşındaki bir anne oğlunun yaşındayken, oğlunun yaşı bugünkü yaşının $\frac{1}{3}$ dür. Buna göre oğlunun bugünkü yaşı kaçtır?

Çözüm: Oğlunun bugünkü yaşı x olsun.

k yıl önce anne 50 – k yaşında, oğlu x – k yaşında olur.

$$50 - k = x$$
$$x - k = \frac{x}{3}$$

denklemleri elde edilir. 1. denklem 2. denklemde yerine yazılırsa

$$x - (50 - x) = \frac{x}{3}$$
$$2x - \frac{x}{3} = 50$$
$$x = 30$$

bulunur.

3. İŞÇİ–HAVUZ PROBLEMLERİ

Bir iş yerinde yapılacak olan işin süresi ve işçilerin sayısı incelenebilir. Yine bir havuzun suyu miktarı veya doldurma süresi veya suyun boşalma süresi araştırabilir. Bu miktarların araştırılması işçi–havuz problemlerini oluşturur.

3.10. Tanım: İşçi ve havuz problemleri birim zamanda yapılan iş miktarı hesaplanarak yapılan denklemlere işçi ve havuz problemleri denir.

Yapılan iş miktarı; işçi sayısı, kapasite ve çalışma süreleri ile doğru orantılıdır. Ayrıca, işin bitme süresi; işçi sayısı ve kapasite ile ters orantılıdır.

Yine havuz problemleri havuzun kapasitesi ve dolma–boşalma süreleri ile doğru orantılı, havuzun dolma–boşalma süreleri havuzun kapasiteleri ile ters orantılıdır.

3.11. Tanım: Bir problemi bir zaman türünden ele almaya o problemin birim zamanı denir. (1 dakika, 1 saat, 1 gün, 1 ay, ... gibi)

1. a) Bir işi bir işçi x birim zamanda bitiriyorsa, bir birim zamanda işin $\frac{1}{x}$ i biter.

b) Bir havuzu bir musluk x birim zamanda dolduruyorsa (boşaltıyorsa), o havuz 1 birim zamanda $\frac{1}{x}$ i kadarı dolar (boşalır).

2. a) Bir işi n tane işçi x birim zamanda bitiriyorsa, 1 işçi n.x birim zamanda bitirebilir.

b) Bir havuz n tane musluk x birim zamanda bitiriyorsa, 1 musluk n.x birim zamanda bitirebilir.

3. a) Bir işçi bir işi a birim zamanda, ikinci işçi aynı işi b birim zamanda, ikisi birlikte x birim zamanda yapıyorlarsa,

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$$

dir.

b) Bir havuzu bir musluk a birim zamanda, ikinci musluk b birim zamanda, ikisi birlikte x birim zamanda yapıyorlarsa,

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$$

dir. Burada havuzu dolduran musluk (+) ile, havuzu boşaltan musluk (–) işlemi ile yapılır.

4. a) Bir işin tamamı tek başına A, B, C birim zamanda bitiren üç işçi bir işte sırasıyla a, b, c birim saat çalışıyorlarsa bu işin,

$$\frac{a}{A}+\frac{b}{B}=\frac{c}{C}$$

kadarı biter.

b) Bir havuzun tamamı tek başlarına, birinci ve ikinci musluk sırasıyla a ve b birim zamanda dolduruyor, üçüncü bir musluk da bu havuzun tamamını tek başına c saatte boşaltıyor olsun, üçü birlikte açıldığında t birim zamanda havuzu dolduran su miktarı m ise,

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\cdot t=m$$

olur. Burada,

havuzun tamamı doluyorsa $m=1$

havuzun yarısı doluyorsa $m=\frac{1}{2}$

havuzun üçte ikisi doluyorsa $m=\frac{2}{3}$

gibidir.

Örnek: Bir işi Ömer 20, Hamza 30 günde yapabilmektedir. İkisi birlikte aynı işi kaç günde yaparlar?

Çözüm: İkisi birlikte x günde yapsınlar

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{1}{x} \text{ ise } x=\frac{60}{5}=12 \text{ günde}$$

Örnek: Bir işi Ali 12 ve Osman 18 günde yapabiliyor. İkisi birlikte 3 gün çalıştıktan sonra Osman işten ayrılıyor. Geriye kalanı Ali kaç günde bitirir?

Çözüm: Bir günde işin $\frac{1}{12}+\frac{1}{18}=\frac{5}{36}$ u biter

Üç günde $3\cdot\frac{5}{36}=\frac{5}{12}$ i biter

Geriye kalan iş $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$ dır

Ali $12\cdot\frac{7}{12}=7$ günde bitirir

Örnek: İki musluk boş bir havuzu sırasıyla 8 ve 12 saatte doldurmaktadır. Havuzun dibindeki üçüncü bir musluk 24 saatte boşaltmaktadır. Havuz boşken üç musluk açılırsa, havuz kaç saatte dolar?

Çözüm: $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}-\frac{1}{24}=\frac{1}{6}$

Havuzun tamamı 6 saatte dolar.

Örnek: Üç işçi bir işi sırasıyla x, y, z günde bitirebilmektedir. Üçü birden aynı işi 18 günde bitirebildiğine ve x, y, z arasında $x < y < z$ sıralaması bulunduğuna göre, z işçisi için işi bitirme süresi en az kaç gündür?

A) 25 B) 48 C) 52 D) 72 E) 73

Çözüm: $x < y < z$ ise $\frac{1}{z} < \frac{1}{y} < \frac{1}{x}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18}$$
$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z} + \frac{1}{z} < \frac{1}{18}$$
$$\frac{3}{z} < \frac{1}{18}$$
$$54 < z$$

olacağından z işçisi en az 55 günde işi bitirir.

Örnek: Veri analizi yapan Furkan ile Burak İstatistiksel hesapları birlikte çalışarak 20 günde yapıyorlar. Birlikte işe başlayıp 10 gün çalıştıktan sonra Burak izne ayrılıyor. Furkan 20 gün daha çalışarak işi tamamlıyor. Bu hesapların tümünü Furkan tek başına yaptığında kaç günde yapar?

Çözüm: İşi Furkan x günde Burak y günde yapsınlar. Bu takdirde

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$$

dur. Bu durum Furkan ve Burak 20 günde işin tamamını yaptığını gösterir. İkisi birlikte 10 gün çalışırlarsa işin $\frac{1}{2}$ i tamamlanmış olur. Geriye işin $\frac{1}{2}$ si kalmış olur.

Furkan işin $\frac{1}{2}$ si 20 günde tamamlıyorsa tamamını $x = 40$ günde tamamlar.

Örnek: Bir musluk 3 saatte 20 litre su akıtmakta, ikinci bir musluk ise 4 saatte 15 litre su yapmaktadır. İkisi birlikte su akıttığında, 250 litrelik havuz kaç saatte dolar?

Çözüm:

Birinci musluk 3 saatte 20 litre su akıtırsa, 1 saatte $\frac{20}{3}$ litre su akıtır

İkinci musluk 4 saatte 15 litre su akıtırsa, 1 saatte $\frac{15}{4}$ litre su akıtır

İkisi birlikte $\frac{20}{3}+\frac{15}{4}=\frac{125}{12}$ olup 1 saatte $\frac{125}{12}$ litre su akıtır

1 saatte $\frac{125}{12}$ litre su akıtırsa

x saatte 250 litre su akıtır

$250=\frac{125}{12}x$ ise $x=24$ sa.

olarak bulunur.

Örnek: Bir döver biçer, sırasıyla 1, 2 ve 6 dönümleri olan üç tarlayı biçecektir. Bir dönümü 20 dakikada biçen operatör, 100 dakika kadar çalıştıktan sonra, döver biçer arıza yapmıştır. Bu operatör 6 dönümlü tarlanın kaçta kaçını biçmiştir?

Çözüm: 1. tarla 1 dönüm olup 20 dakikada
2. tarla 2 dönüm olup 40 dakikada
3. tarla 6 dönüm olup 120 dakikada

biçecer. Operatör toplam 100 dakika çalıştığında 1. ve 2. tarla tam biçilir 3. tarlanın 2 dönümü biçilir. Buna göre 3. tarlanın $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ü kalır.

Örnek: İki kişi bir işi birlikte 6 saatte bitiriyor. Bunlardan biri diğerinden aynı işi 5 saat erken bitiriyor. Buna göre, erken bitiren bu işi tek başına kaç saatte bitirir?

Çözüm: 1. İşçi x saatte bitirsin. 2. İşçi $x+5$ saatte bitirir.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{x+5+x}{x(x+5)}=\frac{1}{6}$$

$$12x+30=x^2+5x$$

$$x^2-7x-30=0$$

$$(x-10)(x+3)=0$$

4. HIZ PROBLEMLERİ

3.12. Tanım: Birim zamanda gidilen yola hız denir. Buna göre hareketlinin hızı v, hareketlinin t birim zamanda aldığı yol x ise,

$$x = v \cdot t$$

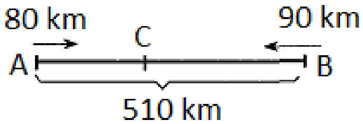
dir. Burada birimlerin uyguluğuna dikkat edilmelidir. Örneğin,

$$\begin{aligned} \text{Yol} &= \text{Hız} \cdot \text{Zaman} \\ \text{km} &= \text{km/sa} \cdot \text{sa} \\ \text{m} &= \text{m/dk} \cdot \text{dk} \\ \text{m} &= \text{m/sn} \cdot \text{sn} \end{aligned}$$

şeklinde büyüklüklerin birbirleriyle işlem yapılabilir.

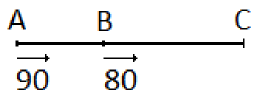
Örnek: Aralarında 450 km uzaklık bulunan iki araba hareketlerinden biri saatte 80 km hızla, diğeri saatte 90 km hızla birbirine doğru harekete geçiyorlar. Kaç saat sonra karşılaşırlar?

Çözüm: 80 km hızla hareket eden araç A şehrinden, 90 km hızla hareket eden araç B şehrinden hareket etsinler. Bu iki araç C noktasında t saatte karşılaşsınlar.



$$\begin{aligned} |AB| &= |AC| + |CB| \\ 510 &= 80.t + 90.t \\ t&=3 \text{ sa.} \end{aligned}$$

Örnek:



İki otomobil, A ve B noktalarından aynı anda, aynı yönde hareket ediyor. A'dan hareket edenin hızı 90 km/sa, diğerinin ki 80 km/sa tir. A'dan hareket eden 5 saat sonra diğerine yetiştiğine göre, A ile B arası kaç km'dir?

Çözüm: A ve B'den hareket eden araçlar C gibi bir noktada t saatte buluşsunlar.

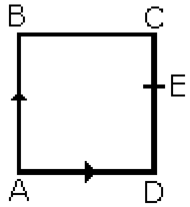
$$\begin{aligned} |AC| &= |AB| + |BC| \\ 90.5 &= |AC| + 80.5 \\ |AC| &= 50 \text{ km} \end{aligned}$$

Örnek: A kentinden B kentine gidip ve geri dönen bir otomobil, gidişinde ortalama 80 km, dönüşünde ortalama 70 km hız yapmıştır. Bu otomobil gidiş-geliş süresi 5 saat olduğuna göre A’dan B’ye kaç dakikada gitmiştir?

Çözüm: Otomobil t saatte gidip $5-t$ saatte gelsin.

$$|AB| = |AB|$$
$$80.t = 70.(5-t)$$
$$80.t = 350 - 70t$$
$$t = \frac{350}{150} = \frac{7}{3}\ \text{sa} = \frac{7}{3} \cdot 60 = 140\ \text{dk}$$

Örnek: ABCD bir kare olmak üzere;



iki motor bisikletli şekildeki A noktasından aynı anda yola çıkıyor. Birisi AB yönünde v_1 hızı ile, diğeri AD yönünde v_2 hızı ile, ABCD karesi çevresinde sürüyorlar. İki motor bisikletli, ilk kez BC’nin E orta noktasında karşılaşıyor. $|DE| = 2|CE|$ olduğuna göre, $\frac{v_1}{v_2}$ oranı nedir?

Çözüm: Karenin bir kenarı 3a ve karşılaşma süreleri t olsun.

$|AE| = |AB| + |BC| + |CE|$ ve $|AE| = |AD| + |DE|$

$|AE| = 3a + 3a + a$ ve $|AE| = 3a + a$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{7a}{4a} = \frac{7}{4}$$

olur.

Örnek: Bir vapur bir yolu saatte ortalama v km hızla t saatte almıştır. Vapur, hızını saatte 1 km artırırsa aynı yolu kaç saatte alır?

Çözüm: Vapur $v \cdot t$ km yol almıştır;

v km hızla	t saatte gitmişse
v + 1 km hızla	x saatte gider

Hız artığında süre kısalacağından ters orantı vardır

$$x = \frac{vt}{v+1}$$

saatte alır.

Örnek: Durgun sudaki hızı 40 km/sa olan bir boat akıntı hızı 8 km olan bir ırmakta bir gidiyor ve sonra geri dönüyor. Gidiş dönüş yol süresi toplam 5 saat sürdüğüne göre alınan toplam yolu bulunuz.

Çözüm:
Akıntı yönünde hız $40+8=48$ km/sa
Akıntıya karşı hız $40-8=32$ km/sa
Akıntı yönünde t saat gidilirse akıntının tersine $5-t$ saat gidilir.

$$48t=32(5-t)$$
$$t=2 \text{ sa}$$

eder. 2 saatte gidip 3 saatte geri döner.

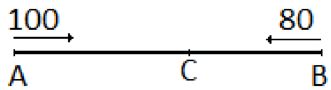
$$48\cdot 2+32\cdot 3=192 \text{ km}$$

toplam yol alır.

Örnek: Bir sınavın x tane sorusu vardır ve sınavın süresi t saattir. Bir öğrenci önce paragraf sorularından başlıyor ve soruların $\frac{1}{3}$ tamamladığında süresinin yarısını kullandığını fark ediyor. Geri kalan soruların tamamını tamamlaması için soru çözme hızını kaç katına çıkarmalıdır?

Çözüm: Öğrenci soruların;
$\frac{x}{3}$ ünü $\frac{t}{2}$ saatte yaparsa, soru çözme hızı $v_1=\frac{x/3}{t/2}=\frac{2x}{3t}$ dir
$\frac{2x}{3}$ ünü $\frac{t}{2}$ saatte tamamlaması için hızı $v_2=\frac{2x/3}{t/2}=\frac{4x}{3t}$ olmalıdır.
Soru çözme hızını $\frac{v_2}{v_1}=\frac{\frac{4x}{3t}}{\frac{2x}{3t}}=2$ katına çıkarmalıdır.

Örnek:



Hızı saatte 100 km olan bir araç A noktasından, hızı saatte 80 km olan başka bir araç B noktasından birbirlerine doğru aynı anda hareket ediyorlar ve C gibi bir noktada karşılaşıyorlar. A'dan hareket eden, karşılaştıklarından 2 saat sonra B noktasına vardığına göre, AB arası kaç km'dir?

Çözüm: A'dan hareket eden araç karşılaştıklarından 2 saat sonra B noktasına vardığına göre,

$$|CB| = 100 \cdot 2 = 200 \text{ km}$$

dir. B'den hareket eden araç C noktasına,

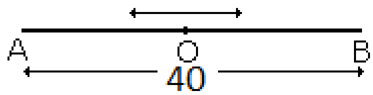
$$200 = 80 \cdot t$$
$$t = 2,5 \text{ sa}$$

ulaşıp karşılaşırlar. Buna göre A'dan hareket eden araç C ye 2,5 saatte vardığına göre,

$$|AC| = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ km}$$
$$|AB| = |AC| + |CB| = 250 + 200 = 450 \text{ km}$$

dir.

Örnek:



Bir lunaparkta, A ve B noktaları arasındaki mesafe 40 m ve orta noktası olan O'dur. Bu lunaparkta ters yönde iki tren O noktasından hareket ediyor. Trenin dakikadaki hızları sırasıyla 5 ve 4 m'dir. Bu iki tren A ve B vardıklarında, durmadan geri dönüyorlar. İlk karşılaşmaları O noktasından kaç kilometre uzakta olurlar?

Çözüm: Araçların ilk karşılaştıkları nokta D olsun. D noktası $|OB|$ arasında bir noktadır.

$$|AO| = |OB| = 20 \text{ m}$$

dir. $|OD| = x$ m ise;

O'dan çıkıp A noktasından geçip D'ye gelen tren $20 + 20 + x$ metre yol alır.

O'dan çıkıp B noktasından geçip D'ye gelen tren $20 + (20 - x)$ metre yol alır. Bu iki araç t saatte ulaşırsa;

$$40 + x = 5t \text{ ve } 40 - x = 4t$$
$$160 + 4x = 200 - 5x$$
$$x = \frac{40}{9} \text{ m}$$

olur.

Örnek: Uzunluğu 100 m, saatteki hızı 120 km olan bir tren uzunluğu 900 m olan tünele girdiği andan kaç saniye sonra tünelden tamamen çıkar?

Çözüm: Tünelin uzunluğu 0,9 km ve trenin uzunluğu 0,1 km olduğuna göre toplam uzunluk 1 km eder.

$$120 \cdot t = 1$$
$$t = \frac{1}{120} \text{ sa} = \frac{1}{120} \cdot 60 \cdot 60 = 30 \text{ sn}$$

olur. Burada saat, iki defa 60 ile çarpılarak saniye elde edilir.

Örnek: Bir araç, gidişte saatte ortalama 80 km hızla, gelişte saatte ortalama 100 km hızla dönüyor. Gidiş ve dönüş yolculuğu 18 saat olduğuna göre bu iki şehir arası uzaklık kaç km'dir?

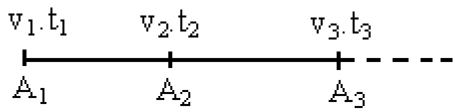
Çözüm: İki şehir arası x km, t_1 saatte gidip t_2 saatte geri dönsün.

$$t_1 + t_2 = 18, x = 80t_1, x = 100t_2$$
$$5t_1 + 5t_2 = 90, 4t_1 = 5t_2$$
$$5t_1 + 4t_1 = 90$$
$$t_1 = 10 \text{ sa } t_2 = 8 \text{ sa}$$
$$x = 80t_1 = 800 \text{ km}$$

olur.

3.13. Tanım: Bir hareketlinin iki nokta arasında aldığı toplam yolun bu yolu kat ettiği toplam zamana hareketlerinin bu yol boyunca ortalama hızı denir, v_{ort} şeklinde gösterilir.

3.2. Teorem:



A_1 dan A_2 ye v_1 km/sa hızla t_1 saat, A_2 dan A_3 ye v_2 km/sa hızla t_2 saat, A_3 dan A_4 ye v_3 km/sa hızla t_3 saat, … , A_n dan A_{n+1} ye v_n km/sa hızla t_n saat yol alan bir aracın aldığı yolun ortalama hızı,

$$v_{ort} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \cdots + v_n \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \cdots + t_n}$$

şeklindedir.

İspat: Hareketlinin kat edilen yolu,

$$|A_1A_2| = v_1t_1, |A_2A_3| = v_2t_2, \cdots, |A_nA_{n+1}| = v_n \cdot t_n$$

olduğundan

$$v_{ort} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \cdots + v_n \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \cdots + t_n}$$

elde edilir.

Örnek: 70 km/sa hızla 4 saat, 80 km/sa hızla 1 saat yol alarak yolunu tamamlayan bir aracın bu yol boyunca ortalama hızı,

$$v_{ort} = \frac{70 \cdot 4 + 80 \cdot 1}{4 + 1} = 72 \text{ km/sa}$$

olur.

Örnek: Bir araba 80 km/saat hızla t saat, 90 km/saat hızla k saat yol alıyor. $t > k$ olduğuna göre bu yolculuk sırasında arabanın ortalama hızı hangi tamsayıdan küçük kalır?

Çözüm:

$$v_{ort} = \frac{80\cdot t+90\cdot k}{t+k} = 80 + \frac{10\cdot k}{t+k}$$

$$t > k \text{ olduğundan } \frac{10\cdot k}{t+k} < \frac{10\cdot k}{2k} = 5$$

$$v_{ort} < 85$$

olur.

3.1. Sonuç: Verilen hızlarda zamanlar eşit ise, ortalama hız hızların aritmetik ortalamasına eşittir. $t_1 = t_2 = \cdots = t_n$ ise

$$v_{ort} = \frac{v_1+v_2+\cdots+v_n}{n}$$

dir.

3.3. Teorem: Verilen hızlarda yollar eşit ise, ortalama hız hızların harmonik ortalamasına eşittir.

$$v_{ort} = \frac{n}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\cdots+\frac{1}{v_n}}$$

dir.

İspat: Verilerde yollar eşit ise,

$$x = v_1t_1, x = v_2t_2, \cdots, x = v_n \cdot t_n$$

$$v_{ort} = \frac{v_1\cdot t_1+v_2\cdot t_2+\cdots+v_n\cdot t_n}{t_1+t_2+\cdots+t_n}$$

$$= \frac{\overbrace{x+x+\cdots+x}^{n \text{ tane}}}{\frac{x}{v_1}+\frac{x}{v_2}+\cdots+\frac{x}{v_n}}$$

$$= \frac{nx}{x\cdot\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\cdots+\frac{1}{v_n}\right)}$$

$$= \frac{n}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\cdots+\frac{1}{v_n}}$$

olur.

3.1. Not: v_1 ile v_2 nin harmonik ortalaması;

$$\frac{1}{v_{ort}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = \frac{v_1 + v_2}{2v_1v_2}$$

$$v_{ort} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

şeklindedir.

Örnek: A kentinden B kentine iki araçtan bir 40 km/sa hızla diğeri 60 km/sa hızla gitmiştir, bu iki aracın ortalama hızı nedir?

Çözüm: $v_{ort} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{40+60} = 48$ km/sa

Örnek: Bir araç A kentinden B kentine saatte v km hızla gitmiş ve saatte 84 km hızla dönmüştür. Bu gidiş ve dönüşte aracın ortalama hızı saatte 96 km olduğuna göre, v'nin değeri nedir? (2000 ÖSS)

Çözüm: Verilere göre |AB| gidiş ve dönüş olduğundan yollar eşittir. Öyleyse harmonik ortalama uygulanmalıdır.

$$v_{ort} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

$$96 = \frac{2 \cdot v \cdot 84}{v + 84}$$

$$v = 112 \text{ km/sa}$$

olur.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

Uzunluk Ölçüsü

1. Mimar Ayşe Hanım; 133 m^2 evin balkonu ile merdiven boşluğu ölçüsünü aynı çiziyor. Dış duvarların ölçüsü balkon ölçüsünün yarısı kadardır. Evin toplam kullanım alanını, evin alanının $\frac{5}{7}$ si kadardır. Bir evin toplam kullanım alanı, Balkon, merdiven boşluğu ve dış duvarlarının çıkarılmasından oluşur. Mimar Ayşe Hanımın çizdiği bu evin balkonunun alanı ne kadardır?

A) 38 B) 36 C) 35 D) 34 E) 32

Çözüm: Evin dış duvarlarının alanı x m^2 olsun. Bu takdirde balkon ve merdiven boşluğu 2x m^2 olur.

Evin kullanım alanı $\frac{133 \cdot 5}{7} = 95 \text{ m}^2$

$x + 2x + 2x = 95$ ise $x = 19$

Balkonun alanı $2x = 38 \text{ m}^2$

Cevap: A

2. 30 dam, 12 hm ve 250 m'nin toplamı kaç metredir.

A) 1 900 B) 1 750 C) 1 500 D) 1 350 E) 1 200

Çözüm: 30 dam (dekametre) = 300 m
12 hm (hektometre) = 1 200 m

olduğundan

$$300 + 1\,200 + 250 = 1\,750 \text{ m}$$

olur.

Cevap: B

3. Mehmet'in bir adımı 60 cm'dir. Mehmet adım sayar saatle 28 günde 158 000 adım attığını fark ediyor. Mehmet, Hafta sonları evde kaldığında 1 000 adım attığı varsayılırsa, hafta içi her gün kaç km yol alır.

A) 5,2 B) 4,9 C) 4,8 D) 4,6 E) 4,5

Çözüm: 28 günün hafta içi 20, hafta sonu 8 dür.

Hafta sonları toplam 8 000 adım atarsa, hafta içi toplam 150 000 adım atar.

Hafta içi bir günde $\frac{150\,000}{20} = 7\,500$ adım atar

Bir günde $7\,500 \cdot 0{,}6 = 4{,}5$ km yol gider.

Cevap: E

4. Ölçeği $\frac{1}{10\,000}$ olan bir arazinin alanı 400 cm^2 dir. Buna göre arazinin gerçek alanı kaç km^2 dir?

A) 3,6 B) 3,8 C) 4,0 D) 4,2 E) 4,4

Çözüm: $\frac{1}{10\,000}$ lik   400 cm² ise
1 lik   x dir

$$\frac{1}{10\,000}x = 1 \cdot 400$$
$$x = 4\,000\,000 \text{ cm}^2 = 4 \text{ km}^2$$

Cevap: C

Zaman Ölçüsü

5. 01.01.2020 ile 31.12.2030 yılları arasında kaç hafta vardır.

A) 571 B) 572 C) 573 D) 574 E) 575

Çözüm: verilen tarihler arası 11 yıldır. 11 yıl 365 günden 4 015 gün yapar. 2020, 2024, 2028 yılları artık yıllar olduğundan 3 gün artık gün oluşur. Buna göre bu tarihler arası 4 018 gün eder.

$$\frac{4\,015}{52} = 574$$

Cevap: D

6. Çağrı 3 yıl 3 ay 15 günlüktür. Çağrı 72 ay olunca ilkokula başlayacağından, Çağrı'nın okula başlamasına ne kadar süre vardır.

A) 2 yıl 10 ay 15 gün B) 2 yıl 9 ay 15 gün C) 2 yıl 8 ay 15 gün
D) 2 yıl 7 ay 15 gün E) 2 yıl 6 ay 15 gün

Çözüm: 72 ay, 6 yıldır.

	6 yıl	03 ay	00 gün
–	3 yıl	04 ay	15 gün
	2 yıl	10 ay	15 gün

Burada;

1 ay + 0 gün = 30 gün ve 30 – 15 = 15 gün
1 yıl + 2 ay = 14 ay ve 14 – 4 = 10 ay

biçimindedir.

Cevap: A

7. 90 dakikalık bir maçın her 1 080 saniyesinde bir gol olmuştur. Bu maçta kaç gol atılmıştır.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm: 1 080 saniye $\frac{1\,080}{60} = 18$ dk yapar.

$$\frac{90}{18} = 5 \text{ gol olmuştur}$$

Cevap: B

8. Hazreti Peygamber hicri takvime göre 63 yaşında vefat ettiğine göre miladi takvime göre kaç yıl yaşamıştır?

A) 58 B) 59 C) 60 D) 61 E) 62

Çözüm: Miladi ve hicri takvime arasında

$$M = \frac{354}{365}H$$

ilişki vardır. Buna göre;

$$M = \frac{354}{365}.63 \cong 61$$

yaşında vefat etmiştir.

Cevap: D

Ağırlık Ölçüsü

9. Bir litre doğalgaz 750 gr ve fiyatı a □ ise, 1 kg doğalgaz kaç liradır?

A) $\frac{5a}{3}$ B) $\frac{5a}{4}$ C) $\frac{4a}{3}$ D) $\frac{4a}{5}$ E) $\frac{6a}{5}$

Çözüm: 750 gr gaz a □ ise
1 000 gr gaz x □ dir.

$$x = \frac{1\,000a}{750} = \frac{4a}{3}$$

Cevap: C

10. 22 ayar altının 22 lik kısmı saf altın 2 lik kısmı değersiz madendir. 360 gram 22 ayar altının ne kadarı saf altındır.

A) 310 B) 315 C) 320 D) 325 E) 330

Çözüm: 22 ayar altının $\frac{22}{24}$ ü saf altındır. O halde;

$$360.\frac{22}{24} = 330 \text{ gr}$$

saf altın olur.

Cevap: E

11. Sıcaklığın oluştuğu bir bölgede buzun her saatte yarıladığı görülmüştür. 1 ton buz 4 saatte kaç kilograma düşer.

A) 60,5 B) 61 C) 61,5 D) 62 E) 62,5

Çözüm: Her saatte yarılayan bir buz, 4 saatte $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ kadar kalır. Buna göre;

$$1\,000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 62{,}5 \text{ kg}$$

olur.

Cevap: E

Yaş Problemleri

12. Bir anne 32 yaşında iken iki kızının yaşları toplamı 4 dür. Kaç yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 2 katı olur?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm: Anne 32, iki kızının yaşları toplamı 4 ise x yıl sonra annenin yaşı $32 + x$ kızlarının yaşları toplamı $4 + 2x$ olur.

$$\frac{32+x}{4+2x} = 2$$
$$32 + x = 2(4 + 2x)$$
$$32 + x = 8 + 4x$$
$$x = 8$$

dir.

Cevap: D

13. Bir annenin yaşı, üçer yıl ara ile doğmuş 3 çocuğun yaşları toplamına eşittir. Anne ilk çocuğu doğduğunda 21 yaşında olduğuna göre, bugün kaç yaşındadır?

A) 39 B) 37 C) 36 D) 35 E) 34

Çözüm: 1. Çocuk x alırsak, 2. Çocuk $x-3$, 3. Çocuk $x-6$ olur. Buna göre en büyük çocuk doğduğundan x yıl geçmiştir.

$x+(x-3)+(x-6)=21+x$

$3x-9=21+x$

$3x-9=21+x$

$x=15$

En büyük çocuk 15

Annenin bugünkü yaşı $21+15=36$ dır.

Cevap: C

14. Üç kişinin bugünkü yaşları toplamı 15 ise, 5 yıl sonra yaşları toplamı kaç kat artar?

A) 2 B) 2,2 C) 2,4 D) 2,5 E) 2,7

Çözüm: Üç kişinin bugünkü yaşları toplamı 15 ise, 5 yıl sonra bu üç kişi toplam 15 yaş daha alacaklarından, yaşlarının toplamı 30 olur.

Cevap: A

15. Tarık'ın şimdiki yaşı Şeyda'nın şimdiki yaşının 3 katından 1 fazladır. 6 yıl sonra; Tarık'ın yaşı Şeyda'nın yaşının 2 katı oluyor. Buna göre, Tarık'ın şimdiki yaşı nedir?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Çözüm: Tarık'ın şimdiki yaşı t, Şeyda'nın şimdiki yaşı ş olsun.

$t=3ş+1$

$t+6=2(ş+6)$

denklemleri oluşur. Buna göre yerine yazma metodu uygulanırsa;

$3ş+1+6=2(ş+6)$

$ş=7$

$t=3ş+1=3\cdot 7+1=22$

bulunur.

16. Ferhat ve annesinin bugünkü yaşları oranı $\frac{1}{2}$ tür. 7 yıl önce bu oran $\frac{2}{5}$ olduğuna göre, Ferhat bugün kaç yaşındadır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

Çözüm: Ferhat ve annesinin bugünkü yaşları sırasıyla x ve y olsun.

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \text{ ve } \frac{x-7}{y-7} = \frac{2}{5}$$
$$y = 2x \text{ ve } 5x - 35 = 2y - 14$$
$$5x - 35 = 2 \cdot 2x - 14$$
$$x = 21$$

Cevap: C

17. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamından 18 fazladır. Dört yıl sonra, bu annenin yaşı iki çocuğun yaşları toplamının $\frac{3}{2}$ katı olduğuna göre, anne bugün kaç yaşındadır?

A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

Çözüm:

	Anne	Çocukları
Bugün	x	x – 18
4 yıl önce	x + 4	x – 18 + 8

$$x + 4 = \frac{3}{2}(x - 10)$$
$$2x + 8 = 3x - 30$$
$$x = 38$$

Cevap: B

18. Davut ile Süleyman'ın bugünkü yaşları toplamı 64 dür. Yaşça büyük olan Davut, Süleyman'ın yaşında iken yaşları toplamı 56 idi. Buna göre, Davut'un bugünkü yaşı nedir?

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

Çözüm: Davut d ve Süleyman s ile gösterelim.

$$d + s = 64$$

t yıl önce;

$$d - t + s - t = 56$$
$$64 - 2t = 56$$
$$t = 4$$

dür. $t = d - s = 4$ olacağından;

$$\left.\begin{array}{l} d + s = 64 \\ d - s = 4 \end{array}\right\} \text{ ise } d = 34$$

olur.

Cevap: D

19. 18 ve 19 yaşındaki öğrencilerden oluşan 30 kişilik Matematik Öğretmenliği bölümü öğrencilerin yaşları toplamı 552 tir. Bu sınıfta 18 yaşında olan kaç öğrenci vardır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm: 18 yaşında x tane öğrenci, 19 yaşında y tane öğrenci olsun.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ 18x + 19y = 552 \end{array}\right\}$$

$$-18/ \quad \left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ 18x + 19y = 552 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} -18x - 18y = 540 \\ 18x + 19y = 552 \end{array}\right\}$$

$$y = 12$$

olur.

Cevap: A

Sayı Çözümlemesi İle Yaş Problemleri

20. Bir babanın yaşı iki basamaklı xy sayısıdır. İki çocuğunun yaşları ise sırasıyla x ve y dir. Babanın yaşı $2x + 5y$ olduğuna göre, babanın yaşı nedir?

A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

Çözüm: Baba 1. Çocuk 2. Çocuk
xy y x

olsun. Yaşları toplamında sayı çözümlemesi yapılırsa,

$$xy = 2x + 5y$$

$$10x + y = 2x + 5y$$
$$8x = 3y$$
$$x = 3 \text{ ve } y = 4$$

denklemi elde edilir. x ve y rakam olduğundan $x = 3$ ve $y = 4$ olmayla mümkündür. Buna göre baba 36 yaşındadır.

Cevap: E

21. Meryem'in yaşı iki basamaklı xy sayısıdır. 18 yıl önce yaşı yx yaşındaydı. $x + y = 6$ ise Meryem bugün kaç yaşındadır.

A) 60 B) 51 C) 42 D) 33 E) 24

Çözüm: $xy = yx + 18$ denkleminde sayı çözümlemesi yapılırsa;

$$10x + y = 10y + x + 18$$
$$9x = 9y + 18$$
$$x - y = 2$$

bulunur. Buna göre;

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \text{ ise } x = 4, y = 2$$

olacağından Meryem 42 yaşındadır.

Cevap: C

Aritmetik Ortalama İle Yaş Problemleri

22. Bugünkü yaşları ortalaması 15 olan bir sınıfın iki yıl sonraki yaş toplamı 221 dir. Buna göre, bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

Çözüm: n tane öğrenci olsun. Bugünkü yaşları ortalaması,

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = 15$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 15n$$

dir. İki yıl sonra yaşları toplamı,

$$(x_1 + 2) + (x_2 + 2) + \cdots + (x_n + 2) = 221$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n + 2n = 221$$
$$15n + 2n = 221$$
$$n = 13$$

olur.

Cevap: E

23. Bir müzik grubun bugünkü yaşları toplamı 180 dir. Beş yıl önce kurulan bu müzik gurubu kurulduklarında yaş ortalaması 25 di. O halde bu müzik grubu kaç kişiden oluşur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: Grubun eleman sayısı n olsun.

5 yıl önceki yaşları toplamı $25n$

Bugünkü yaşları toplamı; $(25+5)n = 180$

$n = 5$

Cevap: D

24. Ziraat Fakültesinde bir profesör, 30 öğrencinin bulunduğu uygulama dersinde gördükleri bir çınar ağacının yaşını şöyle tarif ediyor. Bu çınar ağacı “Sizin sınıfın öğrencilerinin 5 yıl sonra yaşlarınızın toplamına eşit olacak, bugün ise yaşlarınızın oranı $\frac{149}{120}$ tir” diyor. Buna göre bu çınar ağacı kaç yaşındadır.

A) 700 B) 745 C) 750 D) 780 E) 800

Çözüm: Öğrencilerin yaşlarının toplamı x, çınarın yaşı y olsun.

$$x + 30 \cdot 5 - 5 = y \quad \text{ve} \quad \frac{y}{x} = \frac{149}{120}$$

Bu iki denklem çözülürse;

$$149x + 145 \cdot 149 = 149y \quad \text{ve} \quad 120y = 149x$$
$$120y + 145 \cdot 149 = 149y$$
$$145 \cdot 149 = 149y - 120y$$
$$y = 745$$

bulunur.

Cevap: B

İşçi-Havuz Problemleri

25. Bir işi; aynı kapasiteli iki işçi birlikte v günde yapabiliyor. İşçilerin biri x günde yaparsa, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\frac{2}{v} = \frac{1}{x}$ B) $2x = v$ C) $\frac{2}{x} = v$ D) $\frac{2}{x} = \frac{1}{v}$ E) $x = \frac{2}{v}$

Çözüm: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{v}$ ise $\frac{2}{v}=\frac{1}{x}$ olur.

Cevap: A

26. Bir havuzu bir musluk 8 saatte, başka bir musluk 9 saatte dolduruyor. Tahliye musluğu ise, dolu havuzu 12 saatte boşaltıyor. Üç musluk birden açılırsa, boş havuzu kaç saatte dolar?

A) 6 B) $\frac{63}{11}$ C) 5 D) $\frac{72}{11}$ E) 4

Çözüm: Üçünün açık olduğu durumda havuzun dolma süresi t olsun.

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}=\frac{1}{t}$$

$$t=\frac{72}{11}=6,\overline{54}=6 \text{ sa } 32 \text{ dk } 43 \text{ sn}$$

bulunur.

Cevap: D

27. Birinci işçi 2x günde, ikinci işçi ise aynı işi 3x günde bitirebilmektedir. İkisi birlikte aynı işi 6 günde bitirdiklerine göre, x'in değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

Çözüm: $\frac{1}{2x}+\frac{1}{3x}=\frac{1}{6}$ ise $x=5$

Cevap: B

28. Bir havuzu birinci musluk x, ikinci musluk 12, üçüncü musluk 24 saatte, üçü beraber açılınca 4 saatte dolduruyorsa, birinci musluk bu havuzu kaç günde doldurur?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

Çözüm: $\frac{1}{x}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{4}$ ise $x=8$

Cevap: A

29. Bir işi iki işçiden birincisi ikinciden 3 gün daha kısa sürede yapmaktadır. İki işçi birlikte 2 günde bitirdiğine göre, ikinci işçi tek başına kaç günde bitirir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Çözüm: 1. İşçi x saatte bitirsin. 2. İşçi $x+3$ günde bitirir.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}$$
$$\frac{x+3+x}{x(x+3)}=\frac{1}{2}$$
$$4x+6=x^2+3x$$
$$x^2-x-6=0$$
$$(x-3)(x+2)=0$$
$$x=3$$

Cevap: E

30. Ali ile Veli bir işi birlikte çalışarak 9 günde yapabiliyorlar. Birlikte işe başlayıp 3 gün çalıştıktan sonra Veli işi bırakıyor. Ali 18 gün daha çalışarak işi tamamlıyor. Bu işin tümünü eğer Veli yapsaydı, Veli tek başına kaç günde yapardı?

A) 12 B) $\frac{21}{2}$ C) $\frac{27}{2}$ D) 18 E) 27

Çözüm: İkisi beraber çalışarak 3 günde işin $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ yaptıklarından işin $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ ü kalmıştır.

Ali işin $\frac{2}{3}$ ünü 18 günde bitirirse

$\frac{3}{3}$ ünü t günde bitirir

$$\frac{2}{3}t=18$$
$$t=27 \text{ gün}$$

Ali 27 günde bitirirse Veli;

$$\frac{1}{27}+\frac{1}{v}=\frac{1}{9}$$
$$v=\frac{27}{2} \text{ gün}$$

Cevap: C

31. Bir tarla iki taraftan gelen su ile sulandığında 5 saatte sulanmaktadır. İkisi taraftan gelen suyun 3 saat aktıktan sonra biri başka tarlaya yönlendiriliyor. Geriye kalan tarlayı akan suyla 6 saatte bitirdiğine göre, bu işin tam akan su ile tarla sulansaydı tek başına kaç saatte bitirebilirdi?

A) 15 B) 16 C) 17,5 D) 18 E) 20

Çözüm: İşin tamamı 5 saatte yapılırsa
İşin x lik kısmı 3 saatte yapılır.
$x = \frac{3}{5}$ i bitmiştir, geriye $\frac{2}{5}$ i kalmıştır.

Gün boyu akan;

İşin $\frac{2}{5}$ ini 6 saatte bitirmişse;
$\frac{3}{3}$ ünü t günde bitirir

$\frac{2}{5}t = 6$
$t = 15$ sa

biter.

Cevap: A

32. Hacmi v litre olan bir su deposu a dakikada dolmaktadır. t. dakika sonra deponun boş kısmının hacmi ne olur?

A) $\frac{v}{a}(a+t)$ B) $V + at$ C) $\frac{v}{a}(a-t)$ D) $V - at$ E) $2V - at$

Çözüm: Depo v litre a dakikada doluyorsa, 1 dakikada $\frac{v}{a}$ litre su akar. t dakikada $\frac{vt}{a}$ litre su akacağından, t. dakika sonra deponun boş kısmının hacmi

$$v - \frac{vt}{a} = \frac{v}{a}(a-t) \text{ litre}$$

dir.

Cevap: C

33. Bir fabrikada 5 yeni makine 10 saatte, 5 eski makine ise 15 saatte bir kamyon üretim yapıyor. Buna göre, 2 yeni ve 2 eski makine ile bir kamyon ürün kaç saatte bitirir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm: 5 yeni 10 saatte bitirirse,
2 yeni x saatte bitirir

ters orantı olacağından çözersek, $x = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25$ saatte biter.

5 eski 15 saatte bitirirse,
2 erkek x saatte bitirir

ters orantı olacağından çözersek, $x = \frac{5 \cdot 15}{2} = \frac{75}{2}$ saatte biter. İşçi-havız hesapları gereği 2 yeni ve 2 eski işçi aynı işi birlikte,

$$\frac{1}{25} + \frac{2}{75} = \frac{1}{15}$$

olacağından 15 günde bitirir.

Cevap: D

Hız Hesaplarında Birim Çevirme

34. Bir araç, 8 m/sn hızla, 5 dakikada kaç km yol gidebilir?

A) 2 B) 2,2 C) 2,3 D) 2,4 E) 2,5

Çözüm: 8 m/sn hızla 1 dakikada $8 \cdot 60 = 480$ m
5 dakikada $480 \cdot 5 = 2\,400$ m $= 2{,}4$ km

Cevap: D

35. Bir hareketli, 24 km yolu, 150 m/dk hızla kaç dakikada gidebilir?

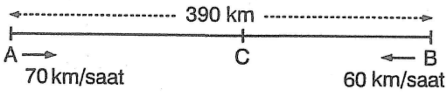
A) 160 B) 180 C) 200 D) 220 E) 240

Çözüm: 24 km $= 24\,000$ m dir.

$$\frac{24\,000}{150} = 160 \text{ dk}$$

Hız Problemlerinde Yol Hesapları

36.



Şekilde, A ve B noktalarındaki iki aracın hareket esnasındaki hızları sırasıyla 70km/sa ve 60 km/sa, bu noktalar arasındaki yol uzunluğu verilmiştir. Buna göre, iki araç aynı anda birbirine doğru hareket ederse, kaç sonra karşılaşır?

A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

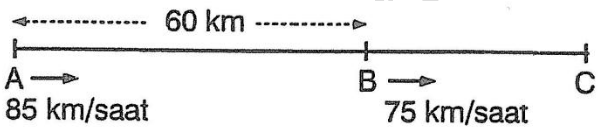
Çözüm: İki araç t saatte C noktasında karşılaşırsa;

$$|AC| + |CB| = |AB|$$
$$70t + 60t = 390$$
$$t = 3 \text{ sa}$$

olur.

Cevap: B

37.



Aralarında 60 km olan A ve B şehirlerinden aynı yönde iki araç hareket ediyor. A şehrinden hareket eden 85 km/sa B şehrinden hareket eden 75 km/sa hızla hareket etmekteler.

A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 4 E) 4,5

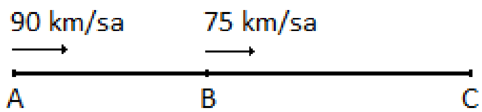
Çözüm: İki araç t saatte C noktasında karşılaşırsa;

$$|AB| + |BC| = |AC|$$
$$60 + 75t = 85t$$
$$t = 6 \text{ sa}$$

olur.

Cevap: E

38.



A ve B den aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki aracın saatteki hızları sırasıyla 90 ve 75 km'dir. İki araç aynı anda C ye vardıklarına göre $\frac{|BC|}{|AB|}$ oranı nedir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: A ve B den hareket eden araç C noktasına t saatte varsınlar.

$|AC| = 90t$ ve $|BC| = 75t$

$|AB| + |BC| = |BC|$

$|AB| + 75t = 90t$

$|AB| = 15t$

$$\frac{|BC|}{|AB|} = \frac{75}{15} = 5$$

Cevap: C

39. Bir araç 270 km uzunluğundaki AB yolun yarısı otobanda 105 km/sa hızla, diğer yarısı asfaltlı yolda 75 km/sa hızla gidiyor. Buna göre, araç 105 km/sa hızla giden araç karşılaştıktan kaç saat sonra B'ye gitmiştir?

A) 1 sa 3 dk 12 sn B) 1 sa 4 dk 17 sn C) 1 sa 5 dk 25 sn
D) 1 sa 6 dk 43 sn E) 1 sa 25 dk 55 sn

Çözüm: A'dan hareket eden araç C noktasına kadar otoban C'den diğer B'ye asfalt yol olsun.

$|AC| = 120t$ ve $|BC| = 90t$

$|AC| + |CB| = |AB|$

$105t + 75t = 270$

$t = 1{,}5$ sa

karşılaşmışlardır.

$|CB| = 75 \cdot 1{,}5 = 112{,}5$ km

olur. 105 km/sa hızla giden araç;

$$\frac{112{,}5}{105} = 1{,}07143 \text{ sa} = 1 \text{ sa } 4 \text{ dk } 17 \text{ sn}$$

varır. $(0{,}07143 \cdot 60 = 4{,}2857$ ve $0{,}2857 \cdot 60 = 17$ sn$)$

Cevap: B

40. Bir bisikletlinin x km uzunluğundaki yolu t saatte alması gerekiyor. Bisikletli $\frac{1}{4}$ ünü $\frac{2t}{5}$ saatte aldığına göre, geri kalan yolu zamanında tamamlayabilmesi için saatteki hızı kaç km olmalıdır?

A) $\frac{5x}{4t}$ B) $\frac{5xt}{4}$ C) $\frac{5}{4tx}$ D) $\frac{5t}{4x}$ E) $\frac{5}{4}$

Çözüm: Yolun $\frac{x}{4}$ ü tamamlandığında $\frac{2t}{5}$ saat kullanılmışsa, geriye yolun $\frac{3x}{4}$ i ve $\frac{3t}{5}$ saati kalmıştır. Buna göre;

$$\text{Hız} = \frac{\text{Yol}}{\text{Zaman}} = \frac{\frac{3x}{4}}{\frac{3t}{5}} = \frac{5x}{4t}$$

olur.

Cevap: A

41. Hızları oranı $\frac{4}{5}$ olan iki araç birbirlerine doğru hareket ederlerse 4 saat sonra karşılaşıyorlar. Araçlar aynı anda aynı yerden aynı yöne doğru hareket ederlerse, 5 saat sonra aralarındaki 80 km mesafe olacağından, hızlı giden araç kaç km hızla gitmektedir.

A) 84 B) 90 C) 96 D) 100 E) 108

Çözüm: Araçların hızları 4v ve 5v olsun. Bu takdirde bu iki araç karşılaştıklarında, biri 16v km diğer 20v km yol almışlardır.

Bu iki araç aynı yönde gittiklerinde;

$$20v - 16v = 80$$
$$v = 20$$
$$5v = 5 \cdot 20 = 100 \text{ km/sa}$$

olur.

Cevap: D

42. Bir araç A şehrinden B şehrine 60 km/sa hızla giderse 30 dakika geç, 90 km/sa hızla giderse 20 dakika erken gidiyor. Buna göre, A ile B şehirleri arası kaç km'dir?

A) 100 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

Çözüm: 30 dakika $\frac{1}{2}$ saat 20 dakika $\frac{1}{3}$ saat olduğuna göre;

$$60\left(t + \frac{1}{2}\right) = 90\left(t - \frac{1}{3}\right)$$

$60t + 30 = 90t - 30$
$t = 2$
$|AB| = 60\left(2 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ km}$

Cevap: E

43. A şehrinden hareket eden bir şoför A'dan B'ye saatte 80 km, B'den C'ye 120 km hızla gittiğinde A'da B'ye 120 km, B'den C'ye 80 km hızla gittiğinden 1 saat önce C şehrine varıyor. A şehri ile B şehri 300 km olduğuna göre, B şehri ile C şehri arası kaç km'dir?

A) 100 B) 90 C) 80 D) 70 E) 60

Çözüm: $|AB| = 300$ ve $|BC| = x$ olsun.

Şoför 1. yolculukta A'dan B'ye t saatte giderse,

$$t = \frac{300}{80} + \frac{x}{120}$$

2. yolculukta A'dan B'ye t–1 saatte giderse,

$$t - 1 = \frac{300}{120} + \frac{x}{80}$$

olur. Buna göre,

$$\frac{300}{80} + \frac{x}{120} = \frac{300}{120} + \frac{x}{80} + 1$$

$$|BC| = x = 60 \text{ km}$$

bulunur.

Cevap: E

44. A ve B şehirleri arası 100 km'dir. A ve B şehirlerinden aynı anda hareket eden iki araç birbirine doğru gittiklerinden C şehrinde buluşuyorlar. $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{3}{2}$ oranı mevcuttur. Bu iki araç aynı yönde gitselerdi, B'den hareket eden araç kaç km sonra buluşurlardı.

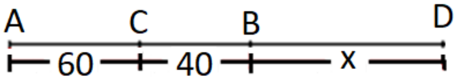
A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

Çözüm: Araçların C noktasında buluşma zamanı t_1 olsun.

$$v_A t_1 + v_B t_1 = 100 \text{ ve } \frac{v_A t_1}{v_B t_1} = \frac{3}{2} \qquad (1)$$

$$|AC| = v_A t_1 = 60 \text{ km}, |CB| = v_B t_1 = 40 \text{ km}$$

olur. A ve B'den hareket eden araçlar D noktasında x km sonra buluşsunlar ve buluşma zamanı t_2 olsun.



$$v_A t_2 = 60 + 40 + x \text{ ve } v_B t_2 = x$$

$$\frac{v_A t_2}{v_B t_2} = \frac{100+x}{x} \text{ ise } \frac{v_A}{v_B} = \frac{100+x}{x} \qquad (2)$$

(1) ve (2) eşitliklerinden

$$\frac{3}{2} = \frac{100+x}{x}$$

$$x = 100 \text{ km}$$

olur.

Cevap: C

45. Bir cep telefonu sürekli kullanıldığında t saat sonunda şarjı bitmektedir. y pildeki akım hızı mili amper olmak üzere, mili amper ile süre arasında;

$$y = 2500 - 100t$$

denklemi bulunmaktadır. y değeri 200'nin altına düştüğünde pil şarj edilmesi gerekmektedir. Sürekli kullanılan bu cep telefonu en erken kaçıncı saat içinde şarj etmek gerekmektedir?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Çözüm: $y < 150$

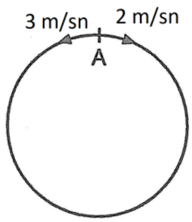
$$2500 - 100t < 200$$

$$23 < t$$

Cevap: D

Daire ve Dikdörtgen Çevredeki Hız

46.



Çember şeklindeki şerit lambaların uzunluğu 15 m'dir. A noktasından biri 3 m/sn, diğeri 2 m/sn hızla hareket eden iki lamba kaç saniye sonra buluşurlar.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

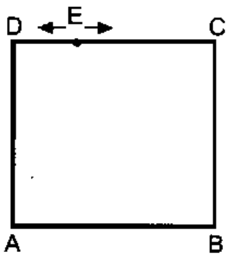
Çözüm: Bu iki lamba B noktasında buluşursa, A noktası B noktası ve tekrar A noktası tam çemberin çevresini oluşturacaktır. Buluşma süreleri t saniye ise,

$$|AB| + |BA| = |ABA|$$
$$3t + 2t = 15$$
$$t = 3 \text{ sn}$$

olur.

Cevap: B

47.



Şekilde ABCD karesinde $|DE| = 2|EC|$ dir. A noktasından hareket eden iki cisim E noktasında karşılaşıyorlar. Bu iki cismin hızları toplamı 144 m/sn olduğuna göre, yavaş olan cismin hızı nedir?

A) 48 B) 49 C) 50 D) 51 E) 52

Çözüm: $|EC| = x$ alınırsa $|EC| = 2x$ ve $|DC| = 3x$ olur. Karenin bir kenarı 3x dir.

$$|AD| + |DE| = 4x \text{ ve } |AB| + |BC| + |CE| = 8x$$

olur. Alınan yollar biri diğerinin iki katı olduğundan hızlarda biri diğerinin iki katı olacaktır. Hızları yavaş olan v, hızlı olan 2v alınırsa

$$v + 2v = 144$$
$$v = 48 \text{ m/sn}$$

olur.

Cevap: A

Hareketli Cisimlerde Yapılan Hız Hesapları

48. Bir deniz aracı olan boatun, akıntıya karşı 50 km hızla gidip, akıntı yönünde 90 km hızla geri dönüyor. Akıntının hızı kaç km/sa dir.

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

Çözüm: Akıntının hızı v olsun.

Boat + Akıntının Hızı = 90 km/sa
Boat – Akıntının Hızı = 50 km/sa

olduğundan akıntının hızı 20 km/sa dir.

Cevap: B

49. Afacan bir çocuk yürüyen bir merdiveni 30 saniyede çıkıp iniyor. Çocuğun saatteki hızı merdivenin saatteki hızının 3 katıdır. Yürüyen merdivenin saniyedeki hızı kaç m'dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: Yürüyen merdivenin hızı v, çocuğun hızı 3v olsun.
Çıkarken = Çocuğun hızı + Merdivenin hızı
İnerken = Çocuğun hızı – Merdivenin hızı
olacağından

$$3v + v + 3v - v = 30$$
$$v = 5 \text{ m/sn}$$

bulunur.

Cevap: C

50. A ve B kasabaları arası tekne ile gidilmek isteniyor. Durgun sudaki hızı 3,2 km/sa olan bir tekne akıntı hızı 0,8 km olan bu ırmakta gidiyor ve sonra geri dönüyor. Gidiş dönüş yol süresi toplam 8 saat sürdüğüne göre A ve B kasabaları arası ırmağın uzunluğunu nedir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm:
Akıntı yönünde hız $3{,}2 + 0{,}8 = 4$ km/sa
Akıntıya karşı hız $3{,}2 - 0{,}8 = 2{,}4$ km/sa
Akıntı yönünde t saat gidilirse akıntının tersine $5 - t$ saat gidilir.

$$4t = 2{,}4(8 - t)$$
$$t = 3 \text{ sa}$$

eder. 3 saatte gidip 5 saatte geri döner. Irmağın uzunluğu

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ km}$$

dir.

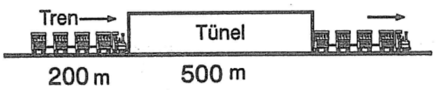
Cevap: E

Tren ve Tünel Hesapları

51. 200 m uzunluğundaki bir tren 500 m uzunluğundaki bir tünele girdiği ile tünelden tamamen çıkışı arasında kaç m yol alır?

A) 300 B) 400 C) 500 D) 600 E) 700

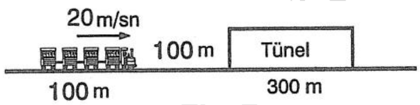
Çözüm:



Tren tamamen çıktığında $200 + 500 = 700$ m yol alır.

Cevap: E

52.



100 m uzunluğunda 20 m/sn hızla giden bir tren tünele 100 m varken duruyor. Tekrar hareket edip 300 m uzunluğundaki tünelden geçiyor. Hareketten sonra tünelden tam çıkması kaç saniyedir.

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Çözüm: Tren tamamen çıktığında $100 + 100 + 300 = 500$ m yol alır.

$$\frac{500}{20} = 25 \text{ sn}$$

Cevap: B

53. Uzunluğu 300 m, hızı 180 km/sa olan bir tren, 1 200 m uzunluğundaki bir tünele giriyor, daha sonra 7 km ilerledikten sonra 500 m uzunluğundaki ikinci bir tünelden geçiyor. Birinci tünele girdiği andan kaç dakika sonra ikinci tünelden tamamen çıkar?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: Toplam alınacak yol $1{,}2+7+0{,}5=8{,}7$ km'dir. Trenin uzunluğu $300\text{ m}=0{,}3$ km'dir. Tren birinci tünelden girip ikinci tünelden tamamen çıkması için toplam, $8{,}7+0{,}3=9$ km yol olur.

$$t=\frac{9}{180}=\frac{1}{20}\text{ sa}=\frac{1}{20}\cdot 60=3\text{ dk}$$

Cevap: A

Ortalama Hız Bulma

54. 90 km/sa hızla 4 saat, 105 km/sa hızla 2 saat yol alarak yolunu tamamlayan bir aracın bu yol boyunca ortalama hızı nedir?

A) 63 B) 64 C) 65 D) 66 E) 67

Çözüm: $v_{ort}=\frac{90\cdot4+105\cdot2}{4+2}=65$ km/sa

Cevap: C

55. Bir araba 40 km/sa hızla 40 km, 30 km/sa hızla 60 km, 40 km/sa hızla 80 km yol alıyor. Bu arabanın ortalama hızı nedir?

A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 37

Çözüm: 40 km/sa hızla 40 km 1 saatte, 30 km/sa hızla 60 km 2 saatte, 40 km/sa hızla 80 km 2 saatte yol alır.

$$v_{ort}=\frac{40+60+80}{1+2+2}=36\text{ km/sa}$$

Cevap: D

Ortalama Hızda Harmonik Ortalama Kullanma

56. Bir araç A şehrinden B şehrine saatte 63 km hızla gitmiş ve saatte v km hızla dönmüştür. Bu gidiş ve dönüşte aracın ortalama hızı saatte 72 km olduğuna göre, v'nin değeri nedir?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 56

Çözüm: Verilere göre gidiş ve dönüş olduğundan yollar eşittir. Öyleyse harmonik ortalama uygulanmalıdır.

$$v_{ort} = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$
$$72 = \frac{2 \cdot 63 \cdot v}{63 + v}$$
$$v = 84 \text{ km/sa}$$

Cevap: E

57. Üç araç A şehrinden B şehrine sırasıyla 84 km/sa, 96 km/sa ve 108 km/sa hızla gitmişlerdir. Bu üç aracın ortalama hızlarını kaçtır?

A) 94,99 B) 95,87 C) 96,25 D) 96,49 E) 97,72

Çözüm: Verilere üç araçta aynı yolları almıştır. Öyleyse harmonik ortalama uygulanmalıdır.

$$v_{ort} = \frac{3}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}} = \frac{3}{\frac{1}{84}+\frac{1}{96}+\frac{1}{108}} = 94{,}99 \text{ km/sa}$$

Cevap: A

KAYNAKÇA

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
2. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
3. M. Zeki DERMAN, Serdar GÜLMEZ, Ökkeş ÖZKÖSELER, Matematik Lise 1, 2, 3, Zafer Yayınları, 2002, Ankara.
4. Hayri EDEN, Lise Matematik Ders Kitabı 1, 2, 3, Küre Yayıncılık, İstanbul, 2003.
5. Ömer Faruk ERTÜRK, Galip KIR, İsmail BİLGİN, Devlet Kitapları, Lise 1, 2, 3, Milli Eğitim Basımevi, 4. Baskı, İstanbul, 2002.
6. Matematik Cep Kitabı, Final Dergisi Yayınları, 1989, İstanbul.
7. Fevzi SÖNMEZ, Sabiha SÖNMEZ, Matematik 1, 2, 3, Ülke Yayın Haber T.L.Ş., 2000, Ankara.
8. Dr. Öğr. Üy. İsmail TUNA, Öğr. Gör. Şaban YILMAZ, Ticaret ve Finans Matematiği, Seçkin akademik ve mesleki yayınlar, Ekim 2018, Anlara.