

# 5. BÖLÜM

## ÜSTLÜ İFADELER

### ÜSTLÜ İFADE KAVRAMI

**5.1. Tanım:**  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,  $n$  tane  $a$ 'nın çarpımı  $a^n$  olarak gösterilmesine üstlü ifade denir. Bu durum,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ tane}}$$

biçimindedir. Burada  $a^n$  ifadesinde  $a$ 'ya taban,  $n$ 'ye de üst (kuvvet) denir.  $a^n$  de, "a'nın üstü n" ya da "a'nın n. kuvveti" diye okunur.

**Örnek:**  $12^5 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$

**Örnek:**

1)  $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

2)  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

3)  $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$

4)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^6 = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{64}$

**5.1. Not:** Her  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  için  $\underbrace{a + a + a + \cdots + a}_{n \text{ tane}} \neq a^n$  olduğunu unutmamak gerekir. Ama  $2 + 2 = 2^2$  gibi özel durumlar da mevcuttur.

**5.2. Tanım:**  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

şeklinde gösterilir. Bu durum  $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$  biçiminde de olur.

**Örnek:**  $8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$ ,  $4^{-4} = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256}$  ve  $\frac{1}{5^{-x}} = 5^x$

**Örnek:**  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$

**5.2. Not:**  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

i)  $(-a^{2n}) = -a^{2n}$

ii)  $(-a^{2n-1}) = -a^{2n}$

iii)  $(-a)^{2n} = a^{2n}$

iv)  $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$

dir.

**Örnek:**

1)  $-3^4 = -3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -81$

2)  $-3^3 = -3 \cdot 3 \cdot 3 = -27$

3)  $(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$

4)  $(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$

5)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{27}$

6)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$

**5.3. Not:** Aynı dereceden üstlü birkaç tane ifadenin ortak paranteze alınabilir. Mesela, her  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n + c \cdot x^n + \dots = (a + b + c + \dots)x^n$$

dir.

**Örnek:**  $3m^4 + 4m^4 - 2m^4 = (3 + 4 + 2)m^4 = 5m^4$

**Örnek:**  $4 \cdot 5^x + \frac{1}{2} \cdot 5^x = \left(4 + \frac{1}{2}\right)5^x = \frac{9}{2}5^x //$

Üstlü denklemlerde verilecek olan  $a^m = a^n$  ise  $m = n$  ifadesini ihtiyaca binaen burada verilmesinde fayda vardır. Mesela  $2^m = 2^5$  ise  $m = 5$  dir.

**5.1. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

dir.

İspat: Üstlü sayıların tanımı gereğince,

$$\begin{aligned}
 a^m \cdot a^n &= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{m \text{ tane}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ tane}} \\
 &= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a \cdot a \cdot a \cdots a}_{m+n \text{ tane}} \\
 &= a^{m+n}
 \end{aligned}$$

olur.

**Örnek:**  $12^5 \cdot 12^{10} = 12^{5+10} = 12^{15}$

**Örnek:**  $(-2)^{10} \cdot (-2)^{11} = (-2)^{10+11} = (-2)^{21}$

**Örnek:**  $6^{10}(6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4 + 6^4) = 6^{10} \cdot 6 \cdot 6^4 = 6^{15}$

**Örnek:**  $a^{3x-1} \cdot a^{2-x} = a^{3x-1+2-x} = a^{2x+1}$

**Örnek:**  $3^x = 4$  ise  $3^{x+2}$  nin değeri nedir?

Çözüm:  $3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

**Örnek:**  $x^a = 3$  ise  $x^{a+1}$  nedir?

Çözüm:  $x^{a+1} = x^a \cdot x = 3x$

**Örnek:**  $\frac{3^8+3^7+3^6}{3^6} = \frac{3^2 \cdot 3^6 + 3 \cdot 3^6 + 3^7}{3^6} = \frac{(3^2+3+1) \cdot 3^6}{3^6} = 13$

**5.4 Not:** Bu tanımları  $a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere şeklinde tanımlansa da,  $m, n \in \mathbb{R}$  içinde geçerlidir. Bu durum bundan sonraki bazı tanımlarda da geçerlidir.

**5.2. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

dir.

İspat: 5.1 teoremden

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$$

bulunur.

**Örnek:**  $\frac{5^6}{5^2} = 5^6 \cdot 5^{-2} = 5^{6-2} = 5^4$

**5.3. Teorem:**  $a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,  
 $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

dir.

İspat: Çarpma ve üslü sayıların tanımı gereğince,

$$\begin{aligned} a^n \cdot b^n &= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ tane}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdots b}_{n \text{ tane}} \\ &= \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdots (a \cdot b)}_{n \text{ tane}} \\ &= (a \cdot b)^n \end{aligned}$$

olur.

**Örnek:**  $2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5$

**Örnek:**  $5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(5 \cdot \frac{1}{5}\right)^4 = 1^4 = 1$

**Örnek:**  $20^{x+2} = 4^{x+3}$  olduğuna göre,  $5^x$  değerini bulalım.

**Çözüm:**  $(5 \cdot 4)^{x+2} = 4^{x+3}$

$$5^{x+2} \cdot 4^{x+2} = 4^{x+3}$$

$$5^x 5^2 = \frac{4^{x+3}}{4^{x+2}}$$

$$25 \cdot 5^x = 4^{x+3} 4^{-x-2}$$

$$25 \cdot 5^x = 4^{x+3-x-2}$$

$$5^x = \frac{4}{25}$$

**5.4. Teorem:**  $a, c \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$\frac{a^n}{c^n} = \left(\frac{a}{c}\right)^n, c \neq 0$$

dir.

İspat: 5.3. Teorem de  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$  olduğunu görmüştük. Burada  $b = \frac{1}{c}$  alınırsa,

$$\frac{a^n}{c^n} = a^n \cdot \frac{1}{c^n} = a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n = \left(a \cdot \frac{1}{c}\right)^n = \left(\frac{a}{c}\right)^n$$

olarak bulunur.

$$\text{Örnek: } \frac{8^5}{4^5} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$$

$$\text{Örnek: } \frac{2^{10}+2^{10}+2^{10}+2^{10}}{3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^7} = \frac{4 \cdot 2^{10}}{3^{2+3+7}} = \frac{2^2 \cdot 2^{10}}{3^{12}} = \frac{2^{12}}{3^{12}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

$$\text{Örnek: } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{8}\right)^4} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}}\right)^4 = 4^4 = 256$$

**5.5. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

dir.

İspat: Üstlü sayıların tanımı ve 5.1. teorem gereğince,

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \dots a^m}_{n \text{ tane}} \\ &= a^{\underbrace{m+m+m+\dots+m}_{n \text{ tane}}} \\ &= a^{mn} \end{aligned}$$

biçimindedir.

$$\text{Örnek: } (8^3)^4 = 8^{3 \cdot 4} = 8^{12} = (2^3)^{12} = 2^{36}$$

$$\text{Örnek: } \frac{4^3}{2^4} = \frac{(2^2)^3}{2^4} = \frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$$

**Örnek:**  $(2^3)^{x-1}(2^{-1})^{2x-5} = 2^{3x-3}2^{-2x+5} = 2^{x+2} = 2^x 2^2 = 4 \cdot 2^x$

**Örnek:**  $3^y = 5$  ise  $3^{2y-1}$  nedir?

**Çözüm:**  $3^{2y-1} = (3^y)^2 \cdot 3^{-1} = 5^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{3}$

**Örnek:**  $(0,25)^{a+1} = \frac{8^{a-1}}{64^a}$  ise  $a$ 'nın değeri nedir?

**Çözüm:**  $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

$$(2^{-2})^{a+1} = \frac{(2^3)^{a-1}}{(2^6)^a}$$

$$2^{-2a-2} = \frac{2^{3a-3}}{2^{6a}}$$

$$2^{-2a-2} = 2^{3a-3-6a}$$

$$-2a - 2 = -3a - 3$$

$$a = -1$$

**5.5. Not:**  $(a^m)^n \neq a^{m^n}$  dir.

**Örnek:**  $(2^2)^5 = 2^{2 \cdot 5} = 2^{10}$  ve  $2^{2^5} = 2^{32}$

**5.6. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,  
 $a^0 = 1$

dir.

İspat:  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere 5.2. tanıma göre  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  olduğuna göre,

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^n \cdot \frac{1}{a^n} = a^n \cdot a^{-n} = a^{n-n} = a^0$$

olur.

**5.6. Not:**  $0^0$  ve  $\infty^0$  belirsizidir.

**Örnek:**  $(3^4)^0 = 1$

**Örnek:**  $a, b \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,  
 $2^{2a-6} = 3^{b+4}$

olduğuna göre  $a + b$  nin toplamının değeri nedir?

**Çözüm:**  $a, b \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,  
 $2^0 = 3^0$

olmasıyla mümkündür. Buna göre,  
 $2a - 6 = 0$  ve  $b + 4 = 0$   
 $a = 3$  ve  $b = -4$

dir.

**Örnek:**  $x, y \in \mathbb{Z}$  ve  $5^{3x+y-3} = 11^{x-y-5}$  ise  $x \cdot y$  kaçtır?

**Çözüm:** 5 ve 11 asal sayı olduğundan  $5^{3x+y-3} = 11^{x-y-5}$  eşitliğinin olması için  $5^0 = 11^0$  olması ile mümkündür. Şu halde,

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

iki denklemi elde edilir. Bu iki denklem çözümlerse  $x = 2$  ve  $y = -3$  dür. Buna göre,

$$x \cdot y = -6$$

olarak bulunur.

**5.7. Teorem:**  $a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

dir.

**İspat:**  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

**Örnek:**  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16}$

## ÜSTLÜ DENKLEMLER

**5.8. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}$  ( $a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1$ ) ve  $m, n \in \mathbb{N}$   $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$a^m = a^n \text{ ise } m = n$$

dir.

İspat:  $a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1$  olsun.

$$\begin{aligned} a^m &= a^n && \text{(Her iki tarafı } a^n \text{ e bölersek)} \\ \frac{a^m}{a^n} &= 1 \\ a^m \cdot a^{-n} &= 1 && \text{(5.2. Tanımdan)} \\ a^{m-n} &= 1 && \text{(5.1. Teoremden)} \\ a^{m-n} &= a^0 && \text{(5.6. Teoremden)} \\ m - n &= 0 \\ m &= n \end{aligned}$$

**Örnek:**  $2^{2m+1} = \frac{1}{32}$  olduğuna göre  $m$ 'nin değeri nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 2^{2m+1} &= \frac{1}{32} \\ 2^{2m+1} &= \frac{1}{2^5} \\ 2^{2m+1} &= 2^{-5} \\ 2m + 1 &= -5 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $4^{5n+1} = 16^{3n-2}$  olduğuna göre  $n$  yi bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 4^{5n+1} &= 16^{3n-2} \\ 4^{5n+1} &= (4^2)^{3n-2} \\ 4^{5n+1} &= 4^{6n-4} \\ 5n + 1 &= 6n - 4 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $5^{x+2} + 5^{x+1} + 5^x = 155$  ise  $x$ 'in değeri nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 5^{x+2} + 5^{x+1} + 5^x &= 155 \\ 5^x 5^2 + 5^x 5^1 + 5^x &= 155 \end{aligned}$$



$$(25 + 5 + 1)5^x = 155$$

$$5^x = 5^1$$

$$x = 1$$

**Örnek:**  $0,25^{3x-1} = 8 \cdot 0,5^{-5}$  olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm:  $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$  ve  $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

$$0,25^{3x-1} = 8 \cdot 0,5^{-5}$$

$$(2^{-2})^{3x-1} = 8 \cdot (2^{-1})^{-5}$$

$$2^{-6x+2} = 2^3 \cdot 2^5$$

$$-6x + 2 = 8$$

$$x = -1$$

**5.9. Teorem:**  $a^n = b^n$  ise  $\begin{cases} a = b, & n \text{ tek sayı} \\ a = \pm b, & n \text{ çift sayı} \end{cases}$

İspat: i) n tek bir sayı iken  $a \neq b$  olsun. Bu takdirde a ve b sayılarının n. kuvvetini alırsak,

$$a^n \neq b^n$$

olacağından, kabul yanlış olur. Şu halde n tek sayı olup  $a^n = b^n$  için  $a = b$  dir.

ii) n çift sayı ise  $a^n = b^n$  için  $a = b$  olduğu (i) dekine benzer şekilde gösterilir. Şimdi n çift sayı iken  $a = -b$  olduğunu gösterelim.

Kabul edelim ki, n çift sayı iken  $a \neq -b$  olsun. Bu takdirde n çift sayı olduğundan,

$$a^n \neq (-b)^n \text{ ise } a^n \neq b^n$$

olur. Bu ise çelişkidir. Şu halde n çift sayı ise  $a^n = b^n$  için  $a = -b$  dir.

**Örnek:**  $a^3 = 64$  ise a'nın değeri nedir?

Çözüm:  $a^3 = 64$  ise  $a^3 = 4^3$  (3 tek sayı olduğundan)  $a = 4$

**Örnek:**  $x^4 = 16$  ise x'in değeri nedir?

Çözüm:  $x^4 = 16$  ise  $x^4 = 2^4$  dir, 4 çift sayı olduğundan  $x = 2$  ve  $x = -2$  dir.

**Örnek:**  $(x-1)^6 = (2x + 10)^6$  ise,  $x$ 'in alabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

Çözüm: 6 çift sayı olduğundan

1. durum;  $x - 1 = 2x + 10$  ise  $x = -11$

2. durum;  $x - 1 = -(2x + 10)$  ise  $3x = -9$  olup  $x = -3$

bulunur. Buna göre,  $(-11) + (-3) = -14$  elde edilir.

**Örnek:**  $(x^2)^3 = 8^2$  ise  $x$  nedir?

Çözüm:  $(x^2)^3 = 8^2$

$$x^6 = (2^3)^2$$

$$x^6 = 2^6$$

$$x = 2 \text{ ve } x = -2$$

**Örnek:**  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} + 2^{x-1} = 160$  ise  $x$  kaçtır?

Çözüm:  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} + 2^{x-1} = 160$

$$2^x 2^3 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^1 + 2^x \cdot 2^{-1} = 160$$

$$2^x(2^3 - 3 \cdot 2 + 2^{-1}) = 160$$

$$2^x \left(\frac{5}{2}\right) = 160$$

$$2^x = 160 \cdot \frac{2}{5} = 2^6$$

$$x = 6$$

**5.10. Teorem:**  $a^n = 1$  ise  $\begin{cases} a = 1, & n \text{ reel sayı} \\ a = -1, & n \text{ çift sayı} \\ a \neq 0, & n = 0 \end{cases}$

İspat:  $a^n = 1$  ise,

i)  $a = 1$  ise  $n$  herhangi bir reel sayı olursa  $1^n = 1$  olup çözüm doğrudur.

ii)  $a = -1$  ise  $n$  çift bir tamsayı ise  $(-1)^n = (-1)^{2k} = 1$  olup çözüm doğrudur.

iii)  $a \neq 0$  için  $n = 0$  ise 5.6. teoreme göre  $a^n = 1$  olup çözüm doğrudur.

**Örnek:**  $(x - 4)^{11-x} = 1$  denklemini sağlayan  $x$  değerini bulalım.

Çözüm: 1. durum;  $11 - x = 0$  ise  $x = 11$  bulunur.

2. durum;  $x - 4 = 1$  ise  $x = 5$  dir.

3. durum;  $x - 4 = -1$  ise  $x = 3$  dür. ( $11 - 3 = 8$  ve 8 çift sayı)

Ç.K. =  $\{3, 5, 11\}$

**Örnek:**  $(x + 7)^{3x+15} = 1$  ise  $x$  nedir?

Çözüm: 1. durum;  $3x + 15 = 0$  ise  $x = -5$  dir.

2. durum;  $x + 7 = 1$  ise  $x = -6$  dir.

3. durum;  $x + 7 = -1$  ise  $x = -8$  dür. ( $3(-8) + 15 = -9$  tek sayı)

Ç.K. =  $\{-6, -3\}$

**5.11. Teorem:**  $a^{\frac{1}{n}} = b$  ise  $a = b^n$  dir.

İspat:  $a^{\frac{1}{n}} = b$  ise her iki tarafın  $n$ . kuvvetini alırsak,

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = b^n$$

$$a = b^n$$

olur.

**Örnek:**  $a^{\frac{1}{3}} = 4$

$$a = 4^3$$

$$a = 64$$

**5.12. Teorem:**  $a^x = b^y$  ve  $a^z = b^t$  ise  $\frac{x}{z} = \frac{y}{t}$  dir.

İspat:  $a^x = b^y$  ise 5.11. teoreminden  $a^{\frac{x}{y}} = b$ ,

$a^z = b^t$  ise 5.11. teoreminden  $a^{\frac{z}{t}} = b$

bulunur. Her iki eşitlikten

$$a^{\frac{x}{y}} = a^{\frac{z}{t}}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{y}{t}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$$

elde edilir.

**Örnek:**  $8^x = 9$  ve  $3^y = 16$  ise  $x \cdot y$  nin değeri nedir?

**Çözüm:**  $8^x = 9$  ve  $3^y = 16$   
 $2^{3x} = 3^2$  ve  $3^y = 2^4$   
 olduğundan  $\frac{3x}{4} = \frac{2}{y}$  ise  $x \cdot y = \frac{8}{3}$  olur.

### BİR SAYIYI 10'UN KUVVETİ ŞEKLİNDE YAZILMAK

Matematikte çok büyük sayıların veya çok küçük sayıların basitleştirilerek üstlü ifade olarak yazılabilir. Şöyle ki;

**5.3. Tanım:**  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere, bir sayının  $a \cdot 10^n$  şeklinde gösterilmesine bu sayının 10'un kuvveti şeklinde gösterilişi denir. Bu durumda şu tespit yapılır.

1. a herhangi bir rakam olmak üzere  $a \underbrace{00 \dots 0}_n = a \cdot 10^n$  şeklinde yazılır. Burada  $10^n$  sayısında n tane sıfır vardır ve sayı  $(n + 1)$  basamaklıdır.

2. a herhangi bir rakam olmak üzere  $0, \underbrace{0 \dots 0}_{n-1} a = a \cdot 10^{-n}$  şeklinde yazılır. Burada  $10^{-n}$  sayısında virgölün sağında  $(n - 1)$  tane sıfır vardır ve n tane rakam vardır.

- Örnek:**
1.  $4\ 000\ 000 = 4 \cdot 10^6$
  2.  $3\ 600\ 000\ 000 = 3,6 \cdot 10^9$
  3.  $60\ 000\ 000 = 6 \cdot 10^7$
  4.  $0,000\ 005 = 5 \cdot 10^{-6}$
  5.  $0,0\ 000\ 004 = 4 \cdot 10^{-7}$
  6.  $325 \cdot 10^{-8} = 3,25 \cdot 10^{-8}$

**Örnek:**  $0,25 \cdot 10^8 = 2,5 \cdot 10^7 = 25 \cdot 10^6 = 250 \cdot 10^7$

$$0,25 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-5} = 25 \cdot 10^{-6} = 250 \cdot 10^{-7}$$

**Örnek:**  $\frac{33 \cdot 10^{-9} + 1,7 \cdot 10^{-8}}{50 \cdot 10^{-10}}$  işleminin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } \frac{33 \cdot 10^{-9} + 1,7 \cdot 10^{-8}}{50 \cdot 10^{-10}} &= \frac{330 \cdot 10^{-10} + 170 \cdot 10^{-10}}{50 \cdot 10^{-10}} \\ &= \frac{500 \cdot 10^{-10}}{50 \cdot 10^{-10}} \\ &= 10 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $\frac{80 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-2}}$  işleminin en sade hali nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } \frac{80 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-2}} &= \frac{80 \cdot 10^{-5} + 80 \cdot 10^{-5}}{400 \cdot 10^{-5}} \\ &= \frac{160 \cdot 10^{-5}}{400 \cdot 10^{-5}} \\ &= \frac{160}{400} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

**Örnek:**  $5^8 \cdot 4^5$  sayısı kaç basamaklıdır?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 5^8 \cdot 4^5 &= 5^8 \cdot (2^2)^5 = 5^8 \cdot 2^{10} = 5^8 \cdot 2^8 \cdot 2^2 = (5 \cdot 2)^8 \cdot 4 = 4 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

**Örnek:**  $8^4 \cdot 25^6$  işlemini 10'un kuvveti şeklinde elde ediniz.

$$\text{Çözüm: } 8^4 \cdot 25^6 = (2^3)^4 \cdot (5^2)^6 = 2^{12} \cdot 5^{12} = (2 \cdot 5)^{12} = 10^{12}$$

**Örnek:**  $\left(\frac{0,24}{0,0012}\right)^3 + \left(\frac{0,2}{0,04}\right)^2 \cdot 10^6$  işleminin sonucu nedir?

$$\text{Çözüm: } \left(\frac{0,24}{0,0012}\right)^3 + \left(\frac{0,2}{0,04}\right)^2 \cdot 10^6$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{24 \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 10^{-4}}\right)^3 + \left(\frac{20 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}}\right)^2 \cdot 10^6 \\
 &= (2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4)^3 + (5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2)^2 \cdot 10^6 \\
 &= (2 \cdot 10^2)^3 + (5 \cdot 10^0)^2 \cdot 10^6 \\
 &= 2^3 \cdot 10^6 + 5^2 \cdot 10^6 \\
 &= 8 \cdot 10^6 + 25 \cdot 10^6 \\
 &= 33 \cdot 10^6
 \end{aligned}$$

### ÜSTLÜ İFADELERİN SIRALANMASI

**5.13. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, a > 1$  olmak üzere,

a)  $m, n \in \mathbb{Z}^+$  ve  $n < m$  ise  $a^n < a^m$

b)  $m, n \in \mathbb{Z}^-$  ve  $n < m$  ise  $a^n < a^m$

dir.

İspat: a) Üstlü sayıların tanımı gereğince,  $n < m$  ise

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ tane}} < \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{m \text{ tane}}$$

olacağından

$$a^n < a^m$$

dir. b) şıkkı da benzer şekilde yapılır.

**Örnek:**  $\left(\frac{5}{4}\right)^6 < \left(\frac{5}{4}\right)^8$  ve  $\left(\frac{5}{4}\right)^{-8} < \left(\frac{5}{4}\right)^{-6}$

**5.14. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, 0 < a < 1$  olmak üzere,

a)  $m, n \in \mathbb{Z}^+$  ve  $n < m$  ise  $a^n < a^m$

b)  $m, n \in \mathbb{Z}^-$  ve  $n < m$  ise  $a^n > a^m$

dir.

Bu teoremin ispatı 5.13. teoremine benzer şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

**Örnek:**  $\left(\frac{3}{4}\right)^6 < \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$  ve  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-10} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-6}$

**5.15. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}, -1 < a < 0$  olmak üzere,

a)  $m, n \in \mathbb{Z}^+$  ve  $n < m$  ise

i)  $a^{2n} > a^{2m}$

- ii)  $a^{2n-1} < a^{2m-1}$   
 b)  $m, n \in \mathbb{Z}^-$  ve  $n < m$  ise  
 i)  $a^{2n} < a^{2m}$   
 ii)  $a^{2n-1} > a^{2m-1}$

dir.

Bu teoremin ispatı 5.11. teoremine benzer şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

**Örnek:**  $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 > \left(-\frac{1}{2}\right)^{10}$  ve  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-10}$

**Örnek:**  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} < \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$  ve  $\left(-\frac{1}{3}\right)^5 > \left(-\frac{1}{3}\right)^3$

**5.16. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a < -1$  olmak üzere,

- a)  $m, n \in \mathbb{Z}^+$  ve  $n < m$  ise  
 i)  $a^{2n} < a^{2m}$   
 ii)  $a^{2n-1} > a^{2m-1}$   
 b)  $m, n \in \mathbb{Z}^-$  ve  $n < m$  ise  
 i)  $a^{2n} < a^{2m}$   
 ii)  $a^{2n-1} > a^{2m-1}$

dir.

Bu teoremin ispatı 5.13. teoremine benzer şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

**Örnek:**  $(-2)^4 < (-2)^8$  ve  $(-2)^5 < (-2)^7$

**Örnek:**  $(-2)^{-4} < (-2)^{-2}$  ve  $(-2)^{-5} < (-2)^{-3}$

**5.17. Teorem:**  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$  olmak üzere,

- a)  $n \in \mathbb{Z}^+$  ise  $a^n < b^n$   
 b)  $n \in \mathbb{Z}^-$  ise  $a^n > b^n$

dir.

Bu teoremin ispatı 5.11. teoremine benzer şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

**Örnek:**  $3^5 < 8^5$  ve  $3^{-5} < 8^{-5}$

**5.18. Teorem:**  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ,  $a < b$  olmak üzere,

a)  $n \in \mathbb{Z}^+$  ise

i)  $a^{2n} > b^{2m}$

ii)  $a^{2n-1} < b^{2m-1}$

b)  $n \in \mathbb{Z}^-$  ise

i)  $a^{2n} < b^{2m}$

ii)  $a^{2n-1} > b^{2m-1}$

dir.

Bu teoremin ispatı 5.13. teoremine benzer şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

**Örnek:**  $(-7)^5 < (-3)^5$  ve  $(-7)^8 > (-3)^6$

**Örnek:**  $(-7)^{-5} > (-3)^{-5}$  ve  $(-7)^{-8} < (-3)^{-8}$

## ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

### Üstlü Sayılarda İşlemler

1.  $\frac{3^2 + (-1)^4 - 2^2}{4^2 - 10}$  işleminin sonucu nedir?

A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

Çözüm:  $\frac{3^2 + (-1)^4 - 2^2}{4^2 - 10} = \frac{9 + 1 - 4}{16 - 10} = 1$

Cevap: A

2.  $27^{10} : \frac{1}{9}$  sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $3^{22}$     B)  $3^{25}$     C)  $3^{28}$     D)  $3^{32}$     E)  $3^{35}$



Çözüm:  $27^{10} : \frac{1}{9} = (3^3)^{10} \cdot 9 = 3^{30} \cdot 3^2 = 3^{32}$

Cevap: D

3.  $\left(-\frac{1}{32}\right)^{-\frac{2}{5}}$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 2   B) 4   C) 8   D)  $-\frac{1}{4}$    E)  $-\frac{1}{2}$

Çözüm:  $\left(-\frac{1}{32}\right)^{-\frac{2}{5}} = (-32)^{\frac{2}{5}} = (-2^5)^{\frac{2}{5}} = (-2)^2 = 4$

Cevap: B

4.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\frac{1}{2}$    B)  $\frac{1}{2}$    C) 2   D) 6   E) 36

Çözüm:  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = (-2)^2 (-3)^2 = 2^2 3^2 = 36$

Cevap: E

5.  $\frac{5^5 11^6 + 5^6 11^5}{16}$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 5   B) 11   C)  $55^5$    D) 55   E) 22

Çözüm:  $\frac{5^5 11^6 + 5^6 11^5}{16} = \frac{5^5 11^5 11 + 5^5 11^5 5}{16}$   
 $= \frac{(5 \cdot 11)^5 (11 + 5)}{16}$   
 $= 55^5$

Cevap: C

6. Yağmur sülalesini araştırdığında, önce anne ve babasını, sonra onların anne ve babalarını, daha sonra onların anne ve babalarını öğreniyor. Buna göre sülalesinde kendisi dâhil kaç kişiyi tespit etmiştir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm: 1. adımda 1 kişi kendisi  
 2. adımda anne-babaları 2 tane  
 3. adımda onların anne-babaları  $2^2 = 4$  tane  
 4. adımda onların anne-babaları  $2^3 = 8$  tane  
 Toplam 15 kişidir.

Cevap: D

7.  $\frac{(-16)^6 + (-8)^8 + (-4)^{12}}{(-2)^{20}}$  işlemin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 16 E) 48

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{(-16)^6 + (-8)^8 + (-4)^{12}}{(-2)^{20}} &= \frac{(-2^4)^6 + (-2^3)^8 + (-2^2)^{12}}{(-2)^{20}} \\ &= \frac{2^{24} + 2^{24} + 2^{24}}{(-2)^{20}} \\ &= 3 \cdot 2^{24} \cdot 2^{-20} \\ &= 3 \cdot 2^{24-20} \\ &= 48 \end{aligned}$$

Cevap: E

8.  $(2^{-1} + 2^{-2})8$  işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 10 E) 12

Çözüm:  $(2^{-1} + 2^{-2})8 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot 8 = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6$

Cevap: C

9.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{10}$  işleminin sonucu nedir?

A) 62 B) 64 C) 66 D) 68 E) 72

$$\text{Çözüm: } \left(-\frac{1}{2}\right)^4 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{2^4} : \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{2^4} \cdot 2^{10} = 2^{10-4} = 2^6 = 64$$

Cevap: B

$$10. \frac{12^{-1}+12^2}{12+12^{-2}} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

A) 12    B) 6    C) 1    D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{1}{4}$

$$\text{Çözüm: } \frac{12^{-1}+12^2}{12+12^{-2}} = \frac{\frac{1}{12}+12^2}{12+\frac{1}{12^2}} = \frac{\frac{1+12^3}{12}}{\frac{12^3+1}{12^2}} = \frac{1+12^3}{12} \cdot \frac{12^2}{1+12^3} = 12$$

Cevap: A

$$11. \frac{x^{20}-x^{10}}{(x-1)(x+1)} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

A) 1    B) x    C)  $x^5$     D)  $x^8$     E)  $x^{10}$

Çözüm: İki kare farkı kavramını hatırlayalım.

$$\frac{x^{20}-x^{10}}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^{10}(x^2-1)}{(x^2-1)} = x^{10}$$

Cevap: E

$$12. (-x^6)(-x)^{11}(-x)^{-4} \text{ çarpımının sonucu nedir?}$$

A)  $-x^{13}$     B)  $-x^{12}$     C)  $-x^{11}$     D)  $-x^{10}$     E)  $-x^9$

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } (-x^6)(-x)^{11}(-x)^{-4} &= (-x^6)(-x)^{11-4} \\ &= (-x^6)(-x^7) \\ &= -x^{13} \end{aligned}$$

Cevap: A

$$13. 5(x^2)^4 - 2(x^4)^2 + 4x^8 \text{ denkleminin sonucu kaç } x^8 \text{ dir?}$$

A) 0    B) 2    C) 7    D) 10    E) 12

Çözüm:

$$5(x^2)^4 - 2(x^4)^2 + 4x^8 = 5x^8 - 2x^8 + 4x^8 = (5 - 2 + 4)x^8 = 7x^8$$

Cevap: C

14.  $15^x - 5^{x+2} = 0$  ise,  $3^x$  in değeri kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm:  $15^x - 5^{x+2} = 0$

$$(3 \cdot 5)^x = 5^x 5^2$$

$$3^x 5^x = 5^x 5^2$$

$$3^x = 25$$

Cevap: D

15.  $2^a = x$ ,  $5^a = y$  olduğuna göre,  $200^a$  ün  $x$  ve  $y$  türünden değeri nedir?

A)  $x^3y^3$  B)  $x^3y^2$  C)  $x^2y^2$  D)  $x^2y$  E)  $xy$

Çözüm:  $200^a = (2^3 5^2)^a = (2^{3a})(5^{2a}) = (2^a)^3 (5^a)^2 = x^3 y^2$

Cevap: B

16.  $18 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 84$  olduğuna göre,  $3^x$ 'in değeri nedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:  $18 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 84$

$$18 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x = 84$$

$$21 \cdot 3^x = 84$$

$$3^x = 4$$

Cevap: D

17.  $\left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$  ifadesinin en sade hali nedir?

A)  $\left(\frac{3}{2}\right)^x$  B)  $\left(\frac{9}{2}\right)^x$  C)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x$  D)  $x^2$  E)  $x$

Çözüm:  $\left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

Cevap: A

18.  $a, b \in \mathbb{Z}$  ve  $\left(\frac{1}{b}\right)^a = 81$  olduğuna göre,  $a$ 'nın değeri nedir?

A) -2 B) -4 C) 1 D) 2 E) 4

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \left(\frac{1}{b}\right)^a &= 81 \\ b^{-a} &= 3^4 \\ a &= -4\end{aligned}$$

Cevap: B

19.  $\frac{20^x+20^x}{5^x+5^x+5^x+5^x} = 8$  olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \frac{20^x+20^x}{5^x+5^x+5^x+5^x} &= 8 \\ \frac{2 \cdot 20^x}{4 \cdot 5^x} &= 8 \\ \frac{20^x}{5^x} &= 16 \\ \left(\frac{20}{5}\right)^x &= 16 \\ 4^x &= 4^2 \\ x &= 2\end{aligned}$$

Cevap: C

20.  $5^{x-2} = 25$  ise,  $x$ 'in değeri nedir?

A) 25 B) 16 C) 8 D) 5 E) 4

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 5^{x-2} &= 25 \\ 5^x 5^{-2} &= 5^2 \\ 5^x &= 5^2 5^2 \\ 5^x &= 5^4 \\ x &= 4\end{aligned}$$

Cevap: E

21.  $\frac{9^{x+1}-9}{3^{x+1}-3} = 30$  denkleminde x'in değeri nedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:  $\frac{9^{x+1}-9}{3^{x+1}-3} = 30$   
 $\frac{9(9^x-1)}{3(3^x-1)} = 30$   
 $\frac{(3^{2x}-1)}{(3^x-1)} = 10$   
 $\frac{(3^x-1)(3^x+1)}{(3^x-1)} = 10$   
 $3^x + 1 = 10$   
 $3^x = 3^2$   
 $x = 2$

Cevap: B

22.  $2^x = 3, 3^y = 5$  ve  $5^z = 6$  denkleminde ise  $2^{xyz}$ 'in değeri nedir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:  $2^x = 3, 3^y = 5$  ve  $5^z = 6$   
 $(2^x)^y = 3^y, 3^y = 5$  ve  $5^z = 6$   
 $2^{xy} = 5$  ve  $5^z = 6$   
 $(2^{xy})^z = 5^z$  ve  $5^z = 6$   
 $2^{xyz} = 6$

Cevap: C

23.  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} < 3^{3x+1}$  eşitsizliğini sağlayan en küçük x tamsayısı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Çözüm:  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} < 3^{3x+1}$   
 $(3^{-2})^{x+2} < 3^{3x+1}$

$$\begin{aligned}
3^{-2x-4} &< 3^{3x+1} \\
-2x - 4 &< 3x + 1 \\
-1 &< x
\end{aligned}$$

Cevap: D

24.  $8^{x-2} = 24^{2x-2}$  olduğuna göre,  $36^x$  ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\begin{aligned}
\text{Çözüm: } 8^{x-2} &= 24^{2x-2} \\
(2^2)^{x-2} &= (3 \cdot 2^2)^{2x-2} \\
2^{2x-4} &= 3^{2x-2} 2^{4x-4} \\
2^{2x-4} 2^{-4x+4} &= 3^{2x} 3^{-2} \\
9 \cdot 2^{-2x} &= 3^{2x} \\
9 &= 3^{2x} 2^{2x} \\
9 &= (3^2 2^2)^x \\
9 &= 36^x
\end{aligned}$$

Cevap: E

25.  $\frac{5^4 x^{6-a}}{5^2 x^{4-a}}$  ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $25x^2$  B)  $5x^2$  C)  $-5x^2$  D)  $25x$  E)  $-25x^2$

$$\text{Çözüm: } \frac{5^4 x^{6-a}}{5^2 x^{4-a}} = 5^4 \cdot 5^{-2} \cdot x^{6-a} \cdot x^{-4+a} = 25x^2$$

Cevap: A

26.  $-3 \leq x \leq 1$ ,  $-2 \leq y \leq 4$  olduğuna göre,  $x^2 + y^3$  ifadesinin değeri hangi aralıktadır?

A)  $[-2; 9]$  B)  $[-8; 25]$  C)  $[-8; -5]$  D)  $[-8; 5]$  E)  $[-2; 15]$

$$\begin{aligned}
\text{Çözüm: } -3 &\leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 4 \\
0 &\leq x^2 \leq 9, -8 \leq y^3 \leq 16 \\
0 - 8 &\leq x^2 + y^3 \leq 9 + 16 \\
-8 &\leq x^2 + y^3 \leq 25
\end{aligned}$$

Cevap: C

27.  $15^x = 27$  olduğuna göre,  $5^{x+1} 3^{x-2}$  ifadesinin sonucu nedir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 5^{x+1}3^{x-2} &= 5^x \cdot 5 \cdot 3^x \cdot 3^{-2} \\ &= (5 \cdot 3)^x \cdot \frac{5}{9} \\ &= 27 \cdot \frac{5}{9} \\ &= 15\end{aligned}$$

Cevap: D

28.  $x^t = 4^{-1}$  olduğuna göre,  $(x^{3t-1})^{-1}$  in sonucu nedir?

A) 52x B) 55x C) 58x D) 60x E) 64x

$$\text{Çözüm: } (x^{3t-1})^{-1} = x^{-3t+1} = (x^t)^{-3}x = (4^{-1})^{-3}x = 64x$$

Cevap: E

29.  $3^x = 2$  olduğuna göre,  $27^x + 3^{x+2}$  ifadesinin değeri kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 30

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 27^x + 3^{x+2} &= (3^3)^x + 3^x 3^2 \\ &= (3^x)^3 + 3^x 3^2 \\ &= 2^3 + 2 \cdot 9 \\ &= 26\end{aligned}$$

Cevap: C

**Bir Sayıyı 10'un Kuvveti Şeklinde Yazılması**

30.  $(0,02)^3 + (0,003)^2$  işleminin sonucu nedir?

A)  $17 \cdot 10^{-6}$  B) 17 C) 1,7 D)  $1,7 \cdot 10^{-6}$  E)  $17 \cdot 10^{-5}$

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } (0,02)^3 + (0,003)^2 &= (2 \cdot 10^{-2})^3 + (3 \cdot 10^{-3})^2 \\ &= 2^3 \cdot 10^{-6} + 3^2 \cdot 10^{-6} \\ &= 8 \cdot 10^{-6} + 9 \cdot 10^{-6} \\ &= 17 \cdot 10^{-6}\end{aligned}$$

Cevap: E



31.  $\frac{0,07 \cdot 10^{-2} + 0,5 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 10^{-3}}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,01    B) 0,1    C) 1    D) 10    E) 100

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{0,07 \cdot 10^{-2} + 0,5 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 10^{-4}} &= \frac{7 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-6}} \\ &= \frac{12 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-6}} \\ &= 10^{-4} 10^6 \\ &= 10^2 \\ &= 100 \end{aligned}$$

Cevap: E

32.  $\frac{0,006 \cdot 10^{25} + 0,9 \cdot 10^{23}}{15 \cdot 10^{21}}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5    B) 10    C) 15    D) 20    E) 25

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{0,006 \cdot 10^{25} + 0,9 \cdot 10^{23}}{15 \cdot 10^{21}} &= \frac{6 \cdot 10^{22} + 9 \cdot 10^{22}}{15 \cdot 10^{21}} \\ &= \frac{15 \cdot 10^{22}}{15 \cdot 10^{21}} \\ &= \frac{15 \cdot 10^{21}}{15 \cdot 10^{21}} \\ &= 10^{22} 10^{-21} \\ &= 10 \end{aligned}$$

Cevap: C

33.  $(0,008)^{\frac{4}{3}} 10^3$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2^{12}$     B)  $2^{12} \cdot 10$     C)  $2^{-12}$     D)  $-2^{12}$     E)  $-2^{-12}$

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } (0,008)^{\frac{4}{3}} 10^{12} &= (8 \cdot 10^{-3})^{\frac{4}{3}} 10^{12} \\ &= (2^3 \cdot 10^{-3})^{\frac{4}{3}} 10^{12} \\ &= (2^3)^4 (10^{-3})^4 10^{12} \\ &= 2^{12} 10^{-12} 10^{12} \end{aligned}$$

$$= 2^{12}$$

Cevap: A

34.  $\frac{0,12 \cdot 10^5 + 0,4 \cdot 10^4}{3 \cdot 5^{-3} + 5 \cdot 5^{-3}}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $5 \cdot 10^4$  B)  $25 \cdot 10^4$  C)  $5 \cdot 10^5$  D)  $25 \cdot 10^5$  E) 25

Çözüm:

$$\frac{0,12 \cdot 10^5 + 0,4 \cdot 10^4}{3 \cdot 5^{-3} + 5 \cdot 5^{-3}} = \frac{12 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3}{8 \cdot 5^{-3}} = \frac{16 \cdot 10^3}{8 \cdot 5^{-3}} = 2 \cdot 5^3 \cdot 10^3 = 25 \cdot 10^4$$

Cevap: B

35. n basamaklı  $3200 \dots 00$  sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2^{n-3}5^n$  B)  $2^{n-3}5^{n+2}$  C)  $2^{n-3}5^{n-2}$  D)  $2^{n+3}5^{n-2}$  E)  $2^{n+3}5^{n+2}$

Çözüm:

$$32 \underbrace{00 \dots 00}_{n-2 \text{ tane}} = 2^5 10^{n-2} = 2^5 (2 \cdot 5)^{n-2} = 2^5 2^{n-2} 5^{n-2} = 2^{n+3} 5^{n-2}$$

Cevap: D

36.  $x = 5^8 \cdot 2^6$  olduğuna göre, x kaç basamaklıdır.

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Çözüm:

$$x = 5^8 \cdot 2^6 = 5^2 \cdot 5^6 \cdot 2^6 = 25 \cdot (5 \cdot 2)^6 = 25 \cdot 10^6$$

25 sayısının yanında 6 sıfır olduğuna göre 8 basamaklıdır.

Cevap: B

### Üstlü Denklemler

37.  $3^x 6^x 8^x 16^x = 48^4$  olduğuna göre, x'in değeri nedir?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

Çözüm:  $3^x 6^x 8^x 16^x = 48^4$ 

$$(3 \cdot 16)^x (6 \cdot 8)^x = 48^4$$

$$\begin{aligned}
 48^x 48^x &= 48^4 \\
 48^{2x} &= 48^4 \\
 2x &= 4 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

Cevap: D

38.  $0,2^2 = 25^{1-x}$  olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:  $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$  olmak üzere;

$$\begin{aligned}
 0,2^2 &= 25^{1-x} \\
 5^{-2} &= 5^{2-2x} \\
 -2 &= 2 - 2x \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

Cevap: A

39.  $2^{x+1} + 6 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^{x-2} = 160$  denkleminin çözümü nedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:  $2^{x+1} + 6 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^{x-2} = 160$   
 $2^x \cdot 2 + 6 \cdot 2^x + 2^3 \cdot 2^x 2^{-2} = 160$   
 $2^x \cdot (2 + 6 + 2) = 160$   
 $2^x = 2^4$   
 $x = 4$

Cevap: C

40.  $\left(\frac{0,048}{0,012}\right)^{x+1} = 8^{1-x}$  olduğuna göre,  $x$ 'in değeri nedir?

A) 1 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{5}$

Çözüm:  $\left(\frac{0,048}{0,012}\right)^{x+1} = 8^{1-x}$   
 $\left(\frac{48}{12}\right)^{x+1} = 8^{1-x}$

$$\begin{aligned}
4^{x+1} &= 8^{1-x} \\
2^{2x+2} &= 3^{3-3x} \\
2x + 2 &= 3 - 3x \\
x &= \frac{1}{5}
\end{aligned}$$

Cevap: E

41.  $7^{x-5} \leq 1 \leq 11^{8-x}$  eşitsizliğini sağlayan çözüm kümesi nedir?

A)  $[-8; 5]$  B)  $[-8; -5]$  C)  $[-5; 8]$  D)  $[0; 5]$  E)  $[0; 8]$

Çözüm:  $7^{x-5} \leq 1 \leq 11^{8+x}$   
 $7^{x-5} \leq 1$  ve  $1 \leq 11^{8+x}$   
 $7^{x-5} \leq 7^0$  ve  $11^0 \leq 11^{8+x}$   
 $x - 5 \leq 0$  ve  $0 \leq 8 + x$   
 $x \leq 5$  ve  $-8 \leq x$   
 $-8 \leq x \leq 5$

Cevap: A

42.  $x^2 = x + 1$  olduğuna göre  $x^4$  sayısının değeri  $x$  türünden nedir?

A)  $x - 2$  B)  $x + 2$  C)  $3x + 2$  D)  $3x - 2$  E)  $3x$

Çözüm:  
 $x^4 = (x^2)^2 = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 = x + 1 + 2x + 1 = 3x + 2$

Cevap: C

48.  $a = 3^x$  ise  $3^{x+3}$  inn değeri nedir?

A)  $a^3$  B)  $3a^3$  C)  $3a$  D)  $9a$  E)  $27a$

Çözüm:  $3^{x+3} = 3^x 3^3 = 27a$

Cevap: B

### Üstlü İfadelerde Sıralama

44.  $8^x \leq 2^{x+8}$  ise  $x$ 'in değerini sağlayan en büyük doğal sayı nedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 8^x &\leq 2^{x+8} \\ 2^{3x} &\leq 2^{x+8} \\ 3x &\leq x + 8 \\ x &\leq 4\end{aligned}$$

Cevap: D

45.  $a = 2^{40}$ ,  $b = 3^{30}$  ve  $c = 5^{20}$  olduğuna göre,  $a$ ,  $b$  ve  $c$ 'nin sıralaması nasıl olur?

- A)  $b < a < c$    B)  $b < c < a$    C)  $c < a < b$   
D)  $a < b < c$    E)  $a < c < b$

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } 2^4 &< 5^2 < 3^3 \\ 2^{40} &< 5^{20} < 3^{30} \\ a &< c < b\end{aligned}$$

Cevap: E

46.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+6} < \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-2}$  ise  $x$ 'in alabileceği en büyük tamsayı değeri nedir?

- A) 1   B) 2   C) 0   D) -2   E) -1

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } \left(\frac{2}{5}\right)^{x+6} &< \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-2} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^{x+6} &< \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x+2} \\ x + 6 &< -3x + 2 \\ x &< -1\end{aligned}$$

Cevap: E

47.  $x = (2^4)^8$ ,  $y = (2^{10})^3$  ve  $z = 2^{2^5}$  olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $x < y < z$    B)  $x < y = z$    C)  $x = y < z$   
D)  $y < x = z$    E)  $x = y = z$

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } x &= (2^4)^8, y = (2^{10})^3 \text{ ve } z = 2^{2^5} \\ x &= 2^{32}, y = 2^{30} \text{ ve } z = 2^{32}\end{aligned}$$

olduğundan,  $y < x = z$  bulunur.

**KAYNAKÇA**

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
2. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
3. M. Zeki DERMAN, Serdar GÜLMEZ, Ökkeş ÖZKÖSELER, Matematik Lise 1, 2, 3, Zafer Yayınları, 2002, Ankara.
4. Hayri EDEN, Lise Matematik Ders Kitabı 1, 2, 3, Küre Yayıncılık, İstanbul, 2003.
5. Ömer Faruk ERTÜRK, Galip KIR, İsmail BİLGİN, Devlet Kitapları, Lise 1, 2, 3, Milli Eğitim Basımevi, 4. Baskı, İstanbul, 2002.
6. Matematik Cep Kitabı, Final Dergisi Yayınları, 1989, İstanbul.
7. Fevzi SÖNMEZ, Sabiha SÖNMEZ, Matematik 1, 2, 3, Ülke Yayın Haber T.L.Ş., 2000, Ankara.

Öğr. Gör. Şaban ÖZMİR