3. BÖLÜM
KARTEZYEN ÇARPIM

SIRALI N–Lİ

3.1. Tanım: $x_1, x_2, \cdots, x_n$, n tane eleman olsun. Bu elemanların sırası ile $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ yazılışına sıralı n–li adı verilir. $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ yazılışında ,
x_1'e birinci bileşen,
x_2'e ikinci bileşen,
...
x_n'e n. bileşen denir.

Eğer bu yazılış (x_1, x_2) gibi iki bileşenden oluşuyorsa sıralı ikili, (x_1, x_2, x_3) gibi üç bileşenden oluşuyorsa sıralı üçlü adı verilir.

Örnek: (60, Tokat) bir sıralı ikilidir.
(9, Yağmur, Yılmaz) bir sıralı üçlüdür.

3.1. Not: Bu bölümde kullanılan (x_1, x_2) ile kümelerde kullanılan $\{x_1, x_2\}$ farklı kavramlardır. Kümelerde sıralamanın önemi yoktur, ama sıralı n-lide sıralama önemlidir.

3.2. Tanım: $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ ve $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ iki ayrı sıralı n–lilerin eşitliği,
$$(x_1, x_2, \cdots, x_n) = (y_1, y_2, \cdots, y_n) \Leftrightarrow x_1 = y_1, x_2 = y_2, \cdots, x_n = y_n$$
şeklindedir. Bu tanıma göre (a, b) ve (c, d) sıralı ikilinin eşitliği,
$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c, b = d$$
biçimindedir.

Örnek: $(2x - 1, y + 3)$ sıralı ikilisi $(9, 12)$ sıralı ikilisine eşit ise x ve y nin değeri nedir?

Çözüm: $(2x - 1, y + 3) = (9, 12)$
$2x - 1 = 9$ ve $y + 3 = 12$
$x = 5$ ve $y = 9$

Örnek: $(m^2, 3)$ sıralı ikilisi $(16, n-2)$ sıralı ikilisine eşit ise m ve n'nin pozitif değerleri nedir?

Çözüm: $(m^2, 3) = (16, n-2)$
$m^2 = 16, 3 = n - 2$
$m = \mp 4, n = 5$

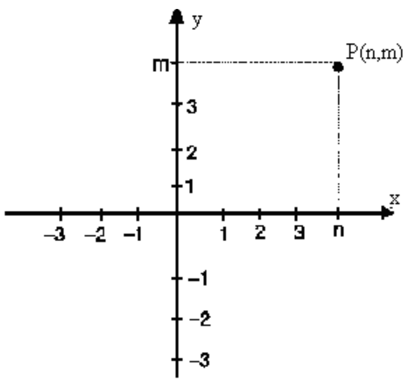
3.3. Tanım: $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ ve $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ iki ayrı sıralı n–lilerin toplamları,
$(x_1, x_2, \cdots, x_n) + (y_1, y_2, \cdots, y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \cdots, x_3 + y_n)$
şeklindedir. Bu tanıma göre (a, b) ve (c, d) sıralı ikililerin toplamı,
$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$
biçimindedir.

Örnek: $(4, 2)$ ve $(5, -1)$ sıralı ikililerin toplamı $(x + 1, y - 2)$ sıralı ikilisine eşit ise x ve y'nin değeri nedir?

Çözüm: $(4,2) + (5, -1) = (x + 1, y - 2)$
$(9, 1) = (x + 1, y - 2)$
$x + 1 = 9, y - 2 = 1$
$x = 8, y = 3$

KOORDİNAT SİSTEMİ

3.4. Tanım: 0 (sıfır) noktasında birbirlerini dik olarak kesen iki reel (gerçel) sayı doğrusunun grafiğine dik (kartezyen) koordinat sistemi (öklid çatısı) denir.



Dik koordinat sisteminde yatay olan sayı doğrusuna apsis ekseni, düşey olan sayı doğrusuna ordinat ekseni denir. Buna göre koordinat sistemi apsis ve ordinat eksenlerin oluşmaktadır. Koordinat sistemi ve üzerinde koordinat sistemi yerleştirilmiş düzleme de analitik düzlem denir.

Şekilde x reel sayı doğrusu kümesinden n noktasını, y reel sayı doğrusu kümesinden m noktasını alarak oluşturulan P(n, m) sıralı ikilisi gösterilmiştir.

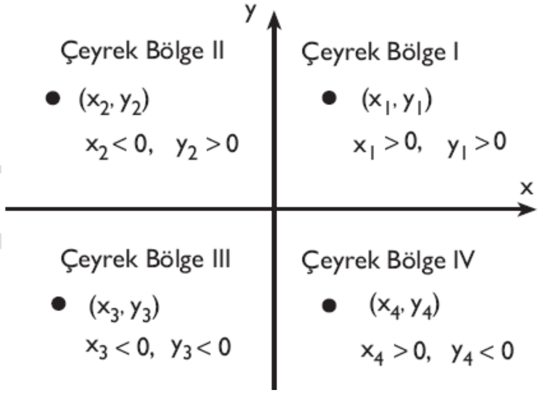
n ve m reel sayı olmak üzere düzlemin her noktasına bir (n, m) reel sayı ikilisi karşılık gelir. (n, m) ikilisine noktanın koordinatı denir. (n, m) ikilisindeki n'ye noktanın apsisi, m'ye noktanın ordinatı denir.

Apsis ve ordinat eksenlerin kesiştiği noktaya başlangıç noktası (orijin) denir ve koordinatı O(0,0) ile gösterilir.

Koordinat sistemini oluşturan eksenler, analitik düzlemi 4 bölgeye ayırır,

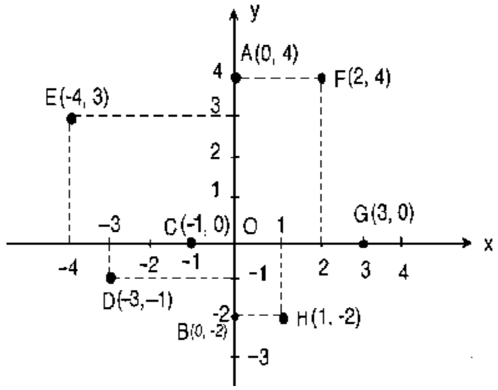
i) $x > 0, y > 0$ bölgesine I. bölge
ii) $x < 0, y > 0$ bölgesine II. bölge
iii) $x < 0, y < 0$ bölgesine III. bölge
iv) $x > 0, y < 0$ bölgesine IV. bölge

adı verilir. Bunun grafiği,



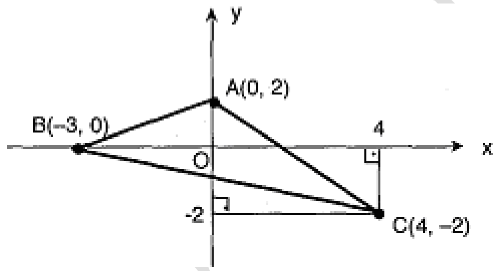
biçimindedir.

Örnek: A(0,4) , B(0,–2) , C(–1,0), D(–3,–1), E(–4,3), F(2,4), G(3,0), H(1,–2) noktalarını analitik düzlemde gösteriniz.



Örnek: Köşelerinin koordinatları A(0,2) , B(−3,0) , C(4,−2) noktaları olan ABC üçgenini analitik düzlemde gösteriniz.

Çözüm: A(0,2) , B(−3,0) , C(4,−2) noktaların oluşturduğu üçgen şekli aşağıdaki gibidir.



Örnek: $a \in \mathbb{N}, M(a-1, 2a-6)$ noktası analitik düzlemin 4. bölgesinde ise a'nın değeri nedir?

Çözüm: $a-1>0, 2a-6<0$

$a>1, a<3$

$1<a<3$

bulunur. $a \in \mathbb{N}$ olduğundan $a=2$ bulunur.

Örnek: $A\left(\frac{m}{n}, m-n\right)$ noktası koordinat düzleminin II. bölgesinde ise, $B(m,n)$ noktası hangi bölgededir?

Çözüm: $A\left(\frac{m}{n}, m-n\right)$ noktası II. bölgesinde ise

$\frac{m}{n}<0$ ve $m-n>0$

$m>0$ ve $n<0$

olmalıdır. Buna göre $B(m,n)$ noktası IV. bölgededir.

Örnek: $A(a^2b, a^3b^2)$ noktası analitik düzlemde 4. bölgededir. $B(ab, a^2b)$ noktası analitik düzlemde hangi bölgededir?

Çözüm: $A(a^2b, a^3b^2)$ noktası 4. bölgede olduğuna göre,

$$a^2b > 0 \text{ ve } a^3b^2 < 0$$

dır. Her $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ için $a^2 > 0$ olduğundan $b > 0$ dır. Buna göre $a^3b^2 < 0$ olduğuna göre $a < 0$ dır. O halde,

$$ab < 0, a^2b < 0$$

dir. $B(ab, a^2b)$ noktası 3. bölgededir.

KARTEZYEN ÇARPIM KAVRAMI

3.5. Tanım: A ve B iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan bütün sıralı ikililerin kümesine, A ile B'nin kartezyen çarpımı denir. A kartezyen çarpım B kümesi $A \times B$ ile gösterilir. Buna göre,

$$A \times B = \{(x,y) : x \in A \wedge y \in B\}$$

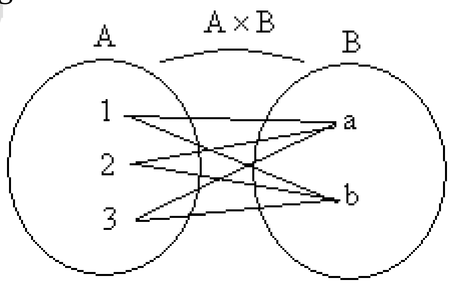
dir.

Örnek: $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b\}$ ise $A \times B$ kümesini liste, şema ve grafik yöntemleriyle gösteriniz.

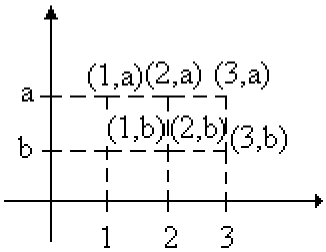
Çözüm: $A \times B$ yi önce liste yöntemiyle yazalım,

$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$

Şimdi Venn şeması ile gösterelim.



Şimdi koordinat sistemi olan grafik ile gösterelim.



Örnek: $A \times B = \{(1,4),(1,5),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5)\}$ olduğuna göre, A ve B kümelerini bulunuz.

Çözüm: $A \times B$ kümesindeki elemanların birinci birleşenindeki rakamlar A kümesine, ikinci bileşenindeki rakamlar da B kümesine ait olduğundan,

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve } B = \{4, 5\}$$

olarak elde edilir. //

Kartezyen çarpım sadece sıralı ikililerden değil, sıralı üçlü veya daha fazla sıralı n–lilerden de oluşmaktadır.

Örnek: $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ ve $C = \{5, 6\}$ ise $A \times B \times C$ kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$A \times B = \{(1,3,5),(1,3,6),(1,4,5),(2,3,5),(2,3,6),(2,4,5),(2,4,6)\}$$

KARTEZYEN ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ

3.1. Aksiyom: A ve B iki küme, A kümesinin elaman sayısı $s(A)$ ve B kümesinin elaman sayısı $s(B)$ olmak üzere

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$$

dir.

Örnek: $A = \{a, b, c\}, B = \{1,2,3\}$ ise,

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 3 \cdot 3 = 9$$

olarak bulunur.

3.1. Teorem (Değişme Özelliği Yoktur): A ve B iki küme olmak üzere,

$$A \neq B \text{ ise } A \times B \neq B \times A$$

dir.

İspat: $A \neq B$ ise,

$$A \times B = \{(x,y): x \in A \wedge y \in B\}$$
$$B \times A = \{(y,x): y \in B \wedge x \in A\}$$

biçimindedir. Burada $A \times B = B \times A$ olması (x, y) sıralı ikilisi (y, x) sıralı ikilisine eşit olması ile mümkündür.

3.2. Teorem (Birleşme Özelliği): A, B ve C, üç küme olmak üzere,

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

dir.

İspat: Önermelerde $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ olduğuna göre,

$$A \times (B \times C) = \{(x,y,z): x \in A \wedge (y \in B \wedge z \in C)\}$$
$$(A \times B) \times C = \{(x,y,z): (x \in A \wedge y \in B) \wedge z \in C\}$$

dir. Şu halde, $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ biçimindedir.

3.2. Not: $A \times A = A^2$, $A \times A \times A = A^3$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^3$, şeklinde gösterilir.

3.3. Teorem (Birleşimin Dağılma Özelliği): A, B ve C, üç küme olmak üzere,

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

dir.

İspat: Önermelerde $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} A \times (B \cup C) &= \{(x,y): x \in A \wedge y \in (B \cup C)\} \\ &= \{(x,y): x \in A \wedge (y \in B \vee y \in C)\} \\ &= \{(x,y): (x \in A \wedge y \in B) \vee (x \in A \wedge y \in C)\} \\ &= (A \times B) \cup (A \times C) \end{aligned}$$

dir.

Örnek: $A = \{a,b\}, B = \{1,2\}, C = \{3,4\}$ ise

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

yi gerçekleyiniz.

Çözüm: $B \cup C = \{1,2,3,4\}$

$$A \times (B \cup C) = \{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4)\}$$

$A \times B = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2)\}$
$A \times C = \{(a,3),(a,4),(b,3),(b,4)\}$
$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4)\}$

3.4. Teorem (Kesişimin Dağılma Özelliği): A, B ve C üç küme olmak üzere,

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

dir.

İspat: Önermelerde $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} A \times (B \cap C) &= \{(x,y): x \in A \wedge y \in (B \cap C)\} \\ &= \{(x,y): x \in A \wedge (y \in B \wedge y \in C)\} \\ &= \{(x,y): (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \in A \wedge y \in C)\} \\ &= (A \times B) \cap (A \times C) \end{aligned}$$

dir.

Örnek: A, B, C kümeleri için,
$A \cap B = \{a,b,c\}, C = \{0,1,2,3\}$
olduğuna göre, $(A \times B) \cap (A \times C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Çözüm: $s(A \cap B) = 3, s(C) = 4$
$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
$s[(A \cap B) \times C] = s(A \cap B) \cdot s(C) = 3 \cdot 4 = 12$

Örnek: $A \times B = \{(a,1),(a,3),(b,1),(b,3)\}$
$C \times D = \{(a,2),(a,3),(c,2),(c,3)\}$
olduğuna göre $s[(A \cup C) \times D]$ nin eleman sayısı kaçtır?

Çözüm: Verilere göre $A = \{a,b\}, B = \{1,3\}, C = \{a,b\}, D = \{2,3\}$ olarak bulunur. Buna göre,
$A \cup C = \{a,b,c\}$
$s[(A \cup C) \times D] = s(A \cup C) \cdot s(D) = 2 \cdot 3 = 6$
dir.

3.5. Teorem (Farkın Dağılma Özelliği): A, B ve C üç küme olmak üzere,

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$$

dir.

İspat: Önermelerde $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} A \times (B \setminus C) &= \{(x,y) : x \in A \wedge y \in (B \setminus C)\} \\ &= \{(x,y) : x \in A \wedge (y \in B \wedge y \notin C)\} \\ &= \{(x,y) : (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \notin A \wedge y \notin C)\}, \quad (y \notin C \text{ ise } x \notin A) \\ &= (A \times B) \setminus (A \times C) \end{aligned}$$

dir.

Örnek: $A = \{1,2\}, B = \{1,2,3\}, C = \{3,4\}$ olmak üzere

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$$

yi gerçekleyiniz.

Çözüm: $B \setminus C = \{1,2\}$ olacağından,

$A \times (B \setminus C) = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$

$A \times B = \{(1,1),(1,2),(1,3)(2,1),(2,2),(2,3)\}$

$A \times C = \{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$

$(A \times B) \setminus (A \times C) = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$

Örnek: $A = \{a,1,2\}, B = \{b,c,2\}, C = \{1,2,4\}$ olduğuna göre,

$$s[(B \cup C) \times (A \setminus C)]$$

nin değerini bulunuz.

Çözüm: $B \cup C = \{b,c,1,2,4\}, A \setminus C = \{a\}$

$s[(B \cup C) \times (A \setminus C)] = s(B \cup C) \cdot s(A \setminus C) = 5 \cdot 1 = 5$

Örnek: $A = \{a : a^2 < 2, a \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{b : b^2 < 4, b \in \mathbb{Z}^+\}$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ nin değerini bulunuz.

Çözüm:

A kümesinde a'nın alabileceği değerler -1, 0 ve 1 olup $s(A) = 3$ dür.

B kümesi ise 1, 2, 3 elemanları içerip $s(B) = 3$ dür.

$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 3 \cdot 3 = 9$

Örnek: $s(A \times B) = 5$ ve $s(B \times C) = 8$ olduğuna göre $s(A \times B \times C)$ nin değerini bulunuz.

Çözüm: $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 5$

$s(B \times C) = s(B) \cdot s(C) = 8$

olduğuna ve eleman sayısı doğal sayı olduğuna göre

$$s(A) = 5, s(B) = 1, s(C) = 8$$

alınırsa istenen sonuç elde edilir.

$$s(A \times B \times C) = s(A) \cdot s(B) \cdot s(C) = 5 \cdot 1 \cdot 8 = 40$$

olarak bulunur.

3.6. Teorem: A bir küme olmak üzere,

$$A \times \emptyset = \emptyset$$

dir.

İspat: $A \times \emptyset = \{(x,y): x \in A \wedge y \in \emptyset\} = \emptyset$

3.7. Teorem: A bir küme olmak üzere,

$$A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \text{ veya } B = \emptyset$$

dir.

İspat: $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A \times \emptyset = \emptyset \text{ veya } B \times \emptyset = \emptyset$

$$\Leftrightarrow A = \emptyset \text{ veya } B = \emptyset$$

3.8. Teorem: A, B ve C üç küme olmak üzere,

$$A \subset B \text{ ise } (A \times C) \subset (B \times C)$$

dir.

İspat: $A \subset B$ ise $x \in A \Rightarrow x \in B$

gerçekleşir. Şu halde,

$$(x,y) \in (A \times C) \Rightarrow (x,y) \in (B \times C)$$

$$A \subset B \text{ ise } (A \times C) \subset (B \times C)$$

dir.

3.9. Teorem: A, B ve C üç küme olmak üzere,

$$A \subset B \text{ ise } (A \times A) \subset (B \times A)$$

dir.

İspat: 3.8. Teoreme benzer yolla yapılır.

3.10. Teorem: A, B ve C üç küme olmak üzere,

$$A \subset B \text{ ve } C \subset D \text{ ise } (A \times C) \subset (B \times D)$$

dir.

İspat: $A \subset B$ ise $x \in A \Rightarrow x \in B$

$C \subset D$ ise $y \in C \Rightarrow y \in D$

gerçeklenir. Şu halde,

$$(x,y) \in (A \times C) \Rightarrow (x,y) \in (B \times D)$$

$$A \subset B \text{ ve } C \subset D \text{ ise } (A \times C) \subset (B \times D)$$

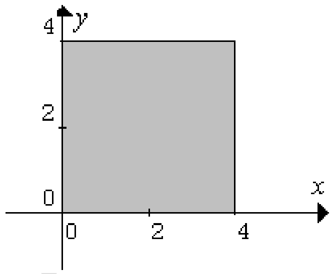
dir.

KARTEZYEN ÇARPIMIN KOORDİNAT SİSTEMİNE UYGULAMASI

Kartezyen çarpım sadece tek nokta kümelerinden değil, sonlu veya sonsuz aralıklardaki reel sayılardan da oluşur.

Örnek: $A = [0,4]$ve $B = [0,4]$ kapalı kümelerini $A \times B$ yi koordinat sisteminde gösterelim.

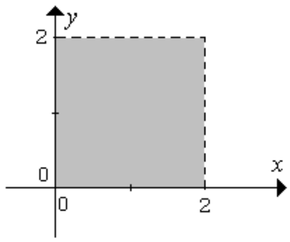
Çözüm: Burada A kümesini x ekseninde (apsiste), B kümesini y ekseninde (ordinatta) alalım. Bu takdirde,



grafiği çizilir.

Örnek: $A = (0,2)$ve $B = (0,2)$ açık kümelerini $A \times B$ yi koordinat sisteminde gösterelim.

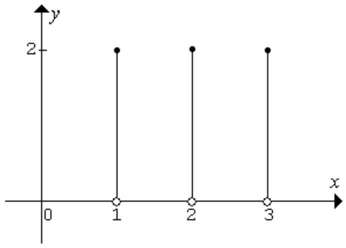
Çözüm: Burada A kümesini x ekseninde (apsiste), B kümesini y ekseninde (ordinatta) alalım. Bu takdirde,



grafiği çizilir.

Örnek: $A = \{1, 2, 3\}$ tek nokta kümesi ve $B = (1, 2]$ açık kümesini $A \times B$ yi koordinat sisteminde gösterelim.

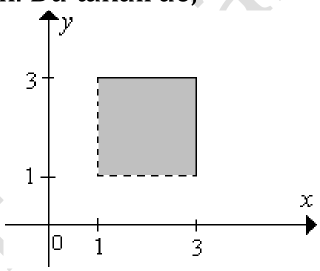
Çözüm: Burada A kümesini x ekseninde (apsisde), B kümesini y ekseninde (ordinatta) alalım. Bu takdirde,



grafiği çizilir.

Örnek: $A = (1, 3]$ yarı açık kümesini $A \times A$ koordinat sisteminde gösterelim.

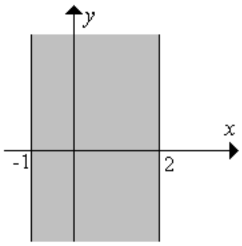
Çözüm: Burada A kümesini x ekseninde (apsiste), diğer A kümesini y ekseninde (ordinatta) alalım. Bu takdirde,



grafiği çizilir.

Örnek: $A = [-1, 2]$ kapalı kümesi ve $B = \mathbb{R}$ sayılar kümesini $A \times B$ yi koordinat sisteminde gösterelim.

Çözüm: Burada A kümesini x ekseninde (apsisde), B kümesini y ekseninde (ordinatta) alalım. Bu takdirde,



grafiği çizilir.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

Sıralı İkili- Sıralı n-li

1. $(x+y-1, 2x+2y+3)$ sıralı ikilisinin birinci bileşeni 4 olduğuna göre, ikinci bileşeni kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm: $x+y-1=4$ ise $x+y=5$

$2x+2y+3=2(x+y)+3=2\cdot 5+3=13$

Cevap: D

2. Sıralı ikililerin bileşenleri toplamı 4 olan ve bileşenleri pozitif tamsayı olan kaç ikili vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Sıralı ikililer $(1,3),(2,2),(3,1)$ olup 3 tanedir.

Cevap: C

3. $(2^x, y), (16, x+1)$ olduğuna göre y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: $2^x=16$ ve $y=x+1$ ise $x=4, y=5$ dir.

Cevap: E

4. Tüm bileşenleri birbirine eşit olan bir sıralı n-linin bileşenlerinin toplamı 8n'dir. Bu sıralı n-linin tüm bileşenlerinin çarpımı nedir?

A) 2^{3n} B) 2^{2n} C) 2^n D) 2 E) 1

Çözüm: Tüm bileşenler her biri x olsun. $xn=8n$ olacağından her bileşen $x=8$ kadardır. Bu sıralı n-linin tüm bileşenlerinin çarpımı,

$$8^n=2^{3n}$$

olur.

Cevap: A

5. Elemanları ikililer olan,

$$A = \{(1,b),(1,c),(2,a),(2,e)\}$$

kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32

Çözüm: $s(A) = 4$ olduğundan A kümesinin alt küme sayısı $2^4 = 16$ tanedir.

Cevap: B

6. $A = \{(1,1,b),(2,1,c),(3,2,a),(4,2,d)\}$ kümesinin kaç alt kümesinde, $(4,2,d)$ üçlüsü bulunur?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

Çözüm: Bu kümenin 4 elemanı olup $(4,2,d)$ üçlüsü bir tanedir. O halde 3 elemanlı alt küme sayısı kadar bulunur.

$$2^3 = 8$$

tanedir.

Cevap: B

Kartezyen Çarpım Kavramı

7. $A = \{a,b\}$ ve $B = \{x,y\}$ olmak üzere,

I. $A \times B = \{(a,x),(a,y),(b,x),(b,y)\}$
II. $B \times A = \{(x,a),(x,b),(y,a),(y,b)\}$
III. $A^2 = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$
IV. $B^2 = \{(x,x),(x,y),(y,x),(y,y)\}$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm: Bütün ifadeler doğrudur.

Cevap: E

8. $A = \{1,2\}$ ve $B = \{1,x\}$ olmak üzere,

$$A \times B = \{(1,1),(1,5),(2,1),(2,y+4)\}$$
olduğuna göre $x+y$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: 2. sıralı ikiliden $x = 5$ olduğu aşikardır. 4. sıralı ikiliden $x = y+4$ olacağından $y = 1$ bulunur. O halde $x+y = 5+1 = 6$ dır.

Cevap: D

9. $A = \{x:\ -3 \le x \le 4, x \in \mathbb{Z}\}$
$B = \{x:\ |x-2| \le 3, x \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

A) 49 B) 54 C) 56 D) 60 E) 63

Çözüm: $|x-2| \le 3 \Leftrightarrow -3 \le x-2 \le 3 \Leftrightarrow -1 \le x \le 5$ olduğundan,
$A = \{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$
$B = \{-1,0,1,2,3,4,5\}$
$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 8 \cdot 7 = 56$

Cevap: C

10. $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(1,1),(1,2),(3,1),(3,2),(5,1),(5,2)\}$ ise, $A \setminus (B \cup C)$ kümesinin kaç elemanı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: $A = \{1,3,5\}, B \cup C = \{1,2\}$ ise $A \setminus (B \cup C) = \{3,5\}$ olacağından eleman sayısı 2 tanedir?

Cevap: A

11. $x \in A:\ p, y \in B:\ q, y \in C:\ r$ önermeleri ile gösterildiğine göre $(x,y) \in [(A \times B) \cup (B \times C')]$ nin önermelerle gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(p \vee q') \wedge (q' \vee r)$ B) $(p \vee q) \wedge (q' \vee r')$
C) $(p \wedge q)' \vee (q' \vee r)$ D) $q \wedge (p \vee r')$
E) $(p \vee q') \wedge (q \vee r')$

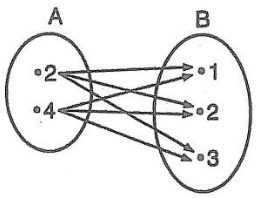
Çözüm: $(x,y) \in [(A \times B) \cup (B \times C')]$

$(x, y) \in (A \times B) \vee (x, y) \in (B \times C')$
$(x \in A \wedge y \in B) \vee (x \in B \wedge y \in C')$
$(p \wedge q) \vee (q \wedge r')$
$q \wedge (p \vee r')$

Cevap: D

Kartezyen Çarpımın Kartezyen Koordinata Uygulaması

12. Aşağıda $A \times B$ kümesi verilmiştir.

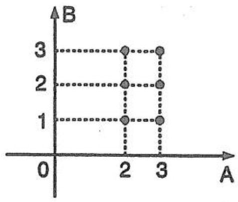


Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $(2,3) \in A \times B$ B) $(4,2) \in A \times B$
C) $(2,4) \in A \times B$ D) $(4,1) \in A \times B$
E) $(4,3) \in A \times B$

Çözüm: $(2,4) \notin A \times B$

Cevap: C

13. Aşağıda $A \times B$ kümesi verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
A) $(1,1) \in A \times B$ B) $(1,2) \in A \times B$
C) $(1,3) \in A \times B$ D) $(2,0) \in A \times B$
E) $(2,1) \in A \times B$

Çözüm: $(2,1) \in A \times B$

Cevap: E

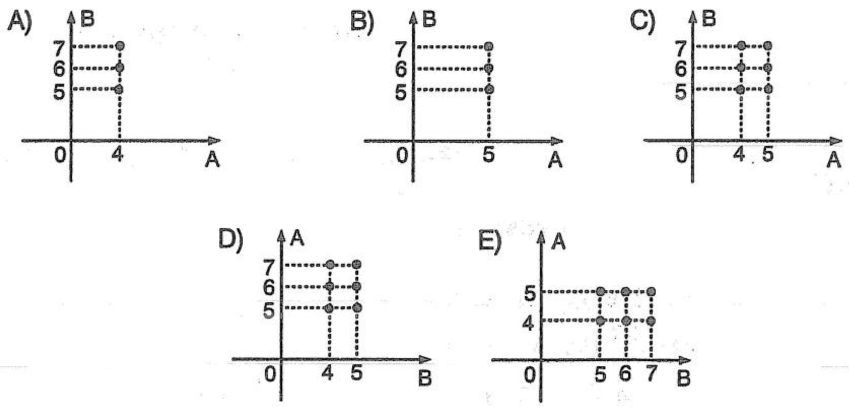
14. $A = \{-2, 3\}$ noktalarından geçen A^2 düzlemindeki karenin alanı kaç birim karedir?

A) 25 B) 36 C) 49 D) 64 E) 81

Çözüm: Bu dikdörtgen $(3,3),(-2,3),(-2,-2),(-2,3)$ noktalarından geçmektedir. Bu karenin köşeleri arasındaki uzaklık $3-(-2)=5$ olacağından karenin alanı $5^2=25$ dir.

Cevap: A

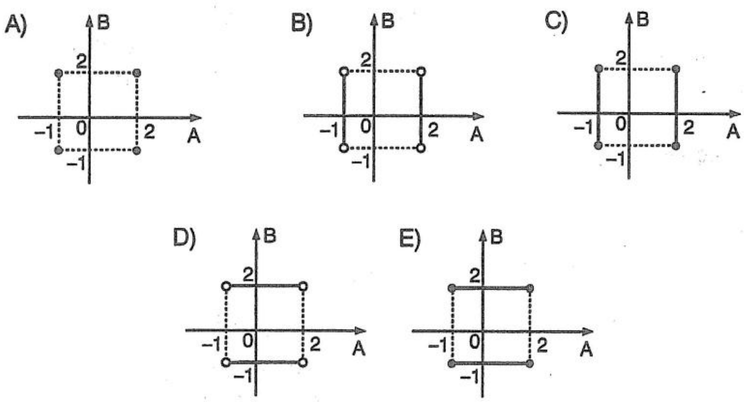
15. $A=\{4,5\}, B=\{5,6,7\}$ olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Çözüm: $A \times B=\{(4,5),(4,6),(4,7),(5,5),(5,6),(5,7)\}$

Cevap: D

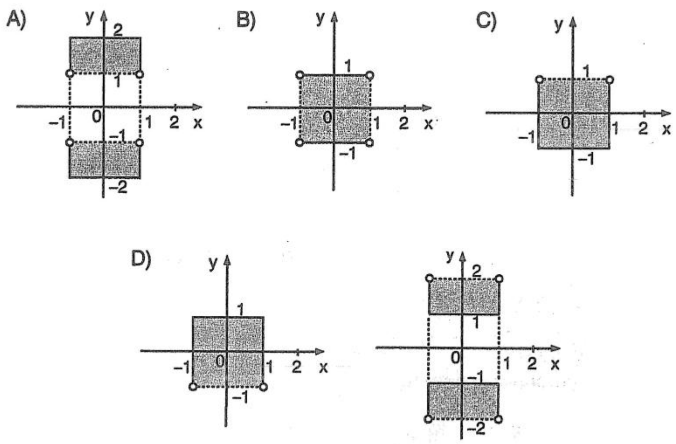
16. $A=\{1,2\}, B=\{x: -1<x<2, x \in \mathbb{R}\}$ olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Çözüm: A kümesi 1 ve 2 noktalarından geçen B kümesinde -1 ve 2 noktalarında açık aralık olan şekil B şıkkıdır.

Cevap: B

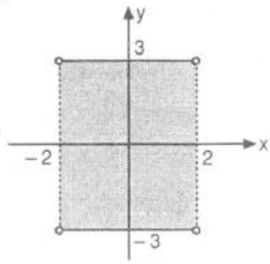
17. $A = \{x: -1 < x < 1, x \in \mathbb{R}\}, B = \{x: -1 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Çözüm: A kümesi −1 ve 1 noktalarından açık aralık olan B kümesinde −1 ve 1 noktalarında kapalı aralık olan şekil B şıkkıdır.

Cevap: B

18. $A \times B$ aşağıdaki şekildeki gibidir.



$B - A$ bağıntısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3,-2] \cup [2,3]$ B) $[-3,-2] \cup (2,3]$ C) $(-3,-2) \cup [2,3)$
D) $(-3,-2) \cup (2,3)$ E) $[-3,-2) \cup [2,3]$

Çözüm: Şekilde x'in alabileceği değerler $(-2,2)$ aralığında olduğundan $A = (-2,2)$ olur. Yine y'in alabileceği değerler $[-3,3]$ aralığında olduğundan $B = [-3,3]$ olur.

$B - A = [-3,-2] \cup [2,3]$

Cevap: A

KAYNAKÇA

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
2. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
3. Hayri EDEN, Lise Matematik Ders Kitabı 1, 2, 3, Küre Yayıncılık, İstanbul, 2003.
4. Ömer Faruk ERTÜRK, Galip KIR, İsmail BİLGİN, Devlet Kitapları, Lise 1, 2, 3, Milli Eğitim Basımevi, 4. Baskı, İstanbul, 2002.
5. Fevzi SÖNMEZ, Sabiha SÖNMEZ, Matematik 1, 2, 3, Ülke Yayın Haber T.L.Ş., 2000, Ankara.
6. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Zühtü ÖZEL, Arif SABUNCUOĞLU, Soyut Matematik, 5. Baskı, 2020.