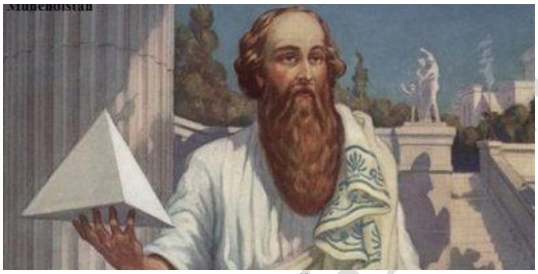
1. BÖLÜM
GEOMETRİYE GİRİŞ ve DOĞRUDA AÇILAR

GEOMETRİ KAVRAMLARI

Geometri kelimesi Latince geo ve metric kelimelerinden oluşmaktadır. Geo yer, metric ölçü, uzunluk, mesafe anlamına gelmektedir.



Euclides (Öklid)
(M.Ö. 330 İskenderiye, Mısır – M.Ö. 275 Yunanistan)

Tarihte geometrinin ilk temelleri M.Ö. 300 yıllarında Öklid (Euclides) tarafından başlatıldığı bilinmektedir.

Her bilimde olduğu gibi geometride de bazı kavramlar tanımlanmaya ihtiyaç duyulmaz. Tanımlamaya çalışanlar başka kavramlarla tanımlayacaklarından onların tanımlardaki kavramları da tanımlamak gerekecektir. Bu ise çelişkili bir durumdur. Bu yüzden bazı temel kavramları tanımlamayıp olduğu gibi kabul etmek gerekir.

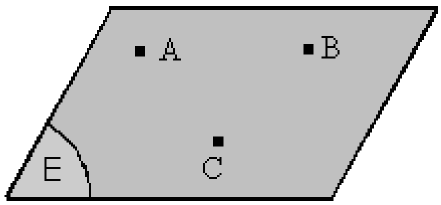
Geometride nokta, doğru ve düzlem tanımsız olarak kabul edilir. Ama nokta, doğru ve düzlem konusunda şunları söylemek gerekir:

1. Nokta: "•" biçiminde gösterilir. Tanımsız bir kavram olarak kabul edilen nokta, yarıçapı sıfır olan birim çember olarak tanımlayanlar olsa da, bu tanım çelişkilerle doludur. Çünkü yarıçapı sıfır olan noktaların bileşkesini yarıçapı yine sıfır olur. Dolayısıyla noktalardan bir doğru oluşmaz, anlamı çıkar. Bu yüzden noktayı bir kabul olarak görmek gerekir. Noktanın boyutu yoktur.

2. Doğru: Tanımsız olarak kabul edilen bir diğer kavram olan doğru iki yönde sınırsız olan ardışık noktalar kümesidir. Doğru üzerindeki her bir noktaya sadece bir reel (gerçel) sayı karşılık gelir. Bu nedenle reel sayılar ile noktalar birer eşlenebilirler ve her bir reel sayıya da o noktanın doğru üzerindeki koordinatı denir.

Doğru iki uçtan sınırsız noktalar kümesidir.

3. Düzlem: Yine tanımsız bir terim olan düzlem her yönde sonsuza giden noktalar kümesidir.



$A, B, C \in E$

Şekilde E düzlemi verilmiştir. E düzlemi dört yönde de sonsuza kadar gider.

Bu kısımda matematiğe giriş kısımlarında bahsedilen bazı kavramları tekrar izah edelim.

Doğru ya da yanlış bir hüküm bildiren, ifadelere önerme denir. “Üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir." doğru bir önerme, "Dörtgenin iç açılarının toplamı 300 derecedir" yanlış bir önermedir. "Doğru nedir? Çember açısını bul." birer önerme değildir.

Bir önermenin doğruluğunu ya da yanlışlığını gösteren ifadelerin tamamına önermenin ispatı denir.

Doğruluğu ispatlanmadan kabul edilen önermelere aksiyom denir "Farklı iki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer." önermesi bir aksiyomdur.

Doğruluğu tanım ve aksiyomlar yardımıyla ispat anabilen önermelere de teorem denir. "Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360 derecedir." bir teoremdir. Bir teoremde verilenlere hipotez, sonuca ise hüküm denir.

1.1. Aksiyom: Doğrusal olmayan üç nota bir düzlem belirtir.

1.1. Tanım: Bir doğru üzerinde bulunan A ve B noktaları dâhil olmak üzere, bu iki nokta arasında kalan bütün noktaların birleşimine doğru parçası denir. [AB] sembolüyle gösterilir.

Bir doğru üzerinde bulunan A ve B noktaları dâhil olmamak üzere, bu iki nokta arasında kalan bütün noktaların kümesine ise A ve B noktaları dâhil olmayan AB doğru parçası denir.]AB[ya da (AB) ile gösterilir.

Eğer doğru üzerinde noktalardan biri dâhil, diğer dâhil değilse o zaman doğru parçası [AB) veya (AB] ile gösterilir.

1.2. Tanım: Bir A başlangıç noktası olup B noktasından geçip sonsuza giden noktalar kümesine ışın denir. [AB sembolü ile gösterilir.

1.3. Tanım: [AB ışınından A başlangıç noktası çıkarıldığında elde edilen kümeye AB yarı doğrusu denir. (AB ya da]AB ile gösterilir.

1.2. Aksiyom: Farklı iki noktadan bir ve yalnızca bir doğru geçer.

1.4. Tanım: Bir doğru üzerindeki farklı iki noktanın koordinatlarının farkının mutlak değerine, bu noktalar arasındaki uzaklık denir. A ve B iki nokta olmak üzere, A ile B arasındaki uzaklık |AB| ile gösterilir.

1.3. Aksiyom: Reel sayılar doğrusu üzerinde A ve B noktasının arasındaki uzaklık $d = |A - B| = |B - A|$ kadardır.

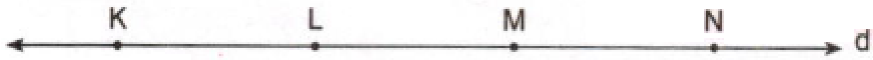
Örnek: Reel sayı doğrusu üzerinde $A(-4)$ ve $B(5)$ noktaları arasındaki uzaklık,

$d = |AB| = |B - A| = |5 - (-4)| = 9$
birim olur.

Örnek: Uç noktaları $A\left(\frac{2}{3}\right)$ ve $B\left(\frac{8}{3}\right)$ noktaları üzerinde olan doğru parçasının uzunluğu ne kadardır.

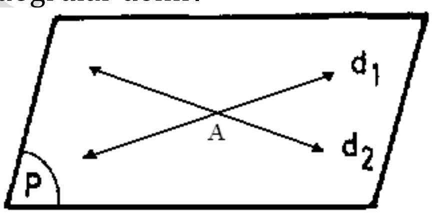
Çözüm:
$d = |AB| = |B - A| = \left|\frac{8}{3} - \frac{2}{3}\right| = 2$ birim
olur.

1.5. Tanım: Bir doğru üzerinde bulunan noktalara doğrusal noktalar denir.



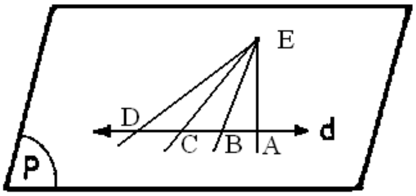
$K, L, M, N \in d$ olduğundan, K, L, M ve N noktaları doğrusaldır.

1.6. Tanım: Aynı düzlem üzerinde bulunan ve tek bir noktaları ortak olan doğrulara kesişen doğrular denir.



d_1 ve d_2 doğruları aynı P düzleminin elemanı olmak üzere; $d_1, d_2 \subset P$ ise $d_1 \cap d_2 = \{A\}$ biçimindedir.

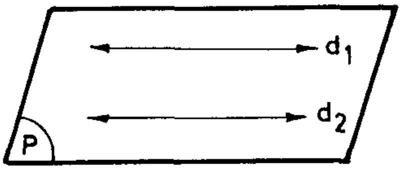
1.4. Aksiyom:



Aynı düzlem içinde bulunan bir d doğrusuna, doğru dışındaki bir nokta olan E noktasından çizilen kesenlerden en kısa olan d doğrusuna dik olan kesendir.

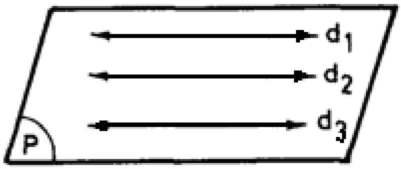
$|AE| < |BE| < |CE| < |DE|$

1.7. Tanım: Aynı düzlem üzerinde bulunan kesişmeyen doğrulara paralel doğrular denir.



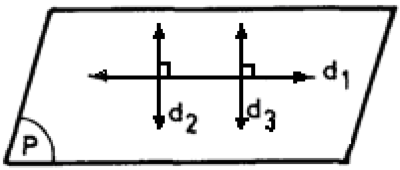
d_1 ve d_2 doğruları aynı P düzleminin elemanı olmak üzere; $d_1, d_2 \subset P$ ise $d_1 \cap d_2 = \emptyset$ olarak biçimindedir. $d_1 \,//\, d_2$ olarak gösterilir.

1.5. Aksiyom: Aynı düzlem içindeki bir doğruya paralel olarak çizilen diğer doğrularda birbirine paraleldir.



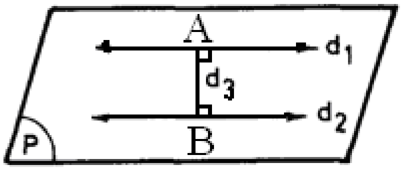
$d_1 \,//\, d_2$ ve $d_1 \,//\, d_3$ ise $d_2 \,//\, d_3$

1.6. Aksiyom: Aynı düzlem içindeki bir doğruya dik olarak çizilen diğer doğrularda birbirine paraleldir.



$d_1 \perp d_2$ ve $d_1 \perp d_3$ ise $d_2 \,//\, d_3$

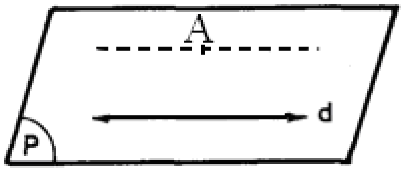
1.7. Aksiyom: Aynı düzlem üzerinde bulunan paralel iki doğru arasındaki uzaklık bu noktalara uzaklık bu doğrulara dik olarak çizilen doğru parçasının uzunluğuna eşittir.



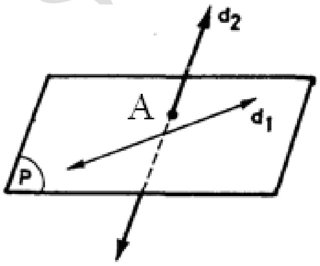
$d_1 \, // \, d_2$ ve $d_1 \perp d_2$ ise $|d_1 d_2| = |AB|$

1.8. Aksiyom (Paralellik Aksiyomu): Bir doğrunun dışındaki bir noktadan geçen ve bu doğruya paralel olan bir tek doğru vardır.

Bir d doğrusu ve dışında bir A noktasını alalım. A noktasından d//k olacak şekilde bir tek k doğrusu çizilebilir.



1.8. Tanım: Farklı düzlemler içinde bulunan ve birbirini kesmeyen doğrulara aykırı doğrular denir.



$d_1 \subset P, d_2 \not\subset P$ ve $d_1 \cap d_2 = \varnothing$ ise d_1 ve d_2 aykırı doğrulardır.

1.9. Tanım: Bir düzlem ile bu düzlem arasındaki bir doğrunun kesişimi en fazla bir noktadır ve bu noktaya düzlem ile doğrunun arakesiti denir.

$$P \cap d_2 = \{A\}$$

1.1. Teorem: Bir düzlemde bulunana n tane farklı doğru düzlemi,

(i) En az $n+1$ tane bölgeye ayırır.

(ii) En fazla $\frac{n(n+1)}{2}+1$ bölgeye ayırır.

İspat: (i) Bu özelliği aşikâr, olduğundan ispatlamaya gerek yoktur.

(ii) Her doğrunun iki tane kesim noktası vardır. Buna göre n tane farklı doğru düzlemi,

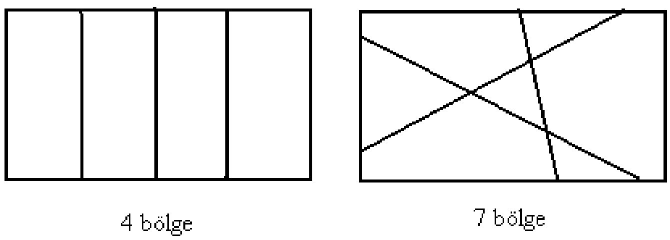
$$\binom{n+1}{2}+1=\frac{n(n+1)}{2}+1$$

bölgeye ayırır.

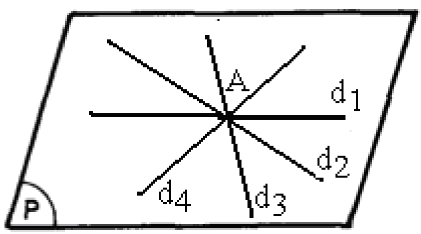
Örnek: 3 tane doğru,

(i) En az $n+1=3+1=4$ tane bölgeye ayırır.

(ii) En fazla $\frac{n(n+1)}{2}+1=\frac{3(3+1)}{2}+1=7$ bölgeye ayırır.



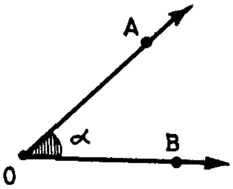
1.10. Tanım: Düzlemde bir noktadan sonsuz doğru geçer. Aynı düzlem içindeki bu doğrulara düzlemsel doğru demeti denir.



$d_1, d_2, d_3, d_4, \cdots \in P$ ise $d_1 \cap d_2 \cap d_3 \cap d_4 \cap \cdots = \{A\}$

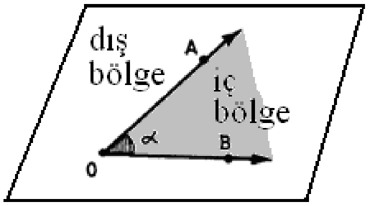
AÇI KAVRAMI

1.11. Tanım: Aynı doğru üzerinde bulunmayan ve başlangıç noktaları ortak iki ışının birleşimine açı denir.



[OA ve [OB ışınlarının oluşturduğu açı $A\widehat{O}B$ ya da $\widehat{O}$ sembolü ile gösterilir. O noktasına açının köşesi [OA ve [OB ışınlarına açının kenarları ya da kolları denir. Burada $A\widehat{O}B = [OA \cup [OB$ dir.

1.12. Tanım: Bir açı içinde bulunduğu düzlemi kendisi dışında iç bölge ve dış bölge olmak üzere iki ayrık bölgeye ayırır. Açı ve açının iç bölgesinin birleşiminin oluşturduğu bölgeye ise açısal bölge denir.

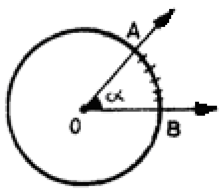


1.13. Tanım: [OA ile [OB arasındaki açıklığın ifadesine açının ölçüsü denir. BAC açısının ölçüsü α dır. $m(B\widehat{A}C)$ ya da $m(\widehat{A})$ şeklinde gösterilir. Yukarıdaki şekildeki açının ölçüsü $m\left(B\widehat{A}C\right) = \alpha$ dir.

AÇI ÖLÇÜSÜ BİRİMLERİ

Bir açı belirli birimlerle ifade edilir. Bu açı ölçü birimleri derece, grad ve radyan olmak üzere üç çeşittir.

1.14. Tanım: Bir çemberin 360 eşit parçasından her birine bir derecelik yay denir. Bir derecelik yayı gören merkez açıya bir derecelik açı denir. Derecenin 60 da birine dakika, dakikanın 60 da birine saniye denir. 1 Derece 1^0, 1 dakika 1' ve 1 saniye 1'' ile gösterilir.



Bir çemberin üzerinde bulunan A ve B noktaları arasında kalan açı $m(A\hat{O}B) = \alpha$ olarak şekilde gösterilmiştir.

1.15. Tanım: Bir çemberin 400 eşit parçasından her birine bir gradlık yay denir. Bir gradlık yayı gören merkez açıya bir gradlık açı denir. 1 grad 1^G ile gösterilir.

1.16. Tanım: Bir çemberin çevresini 2π olarak alınmasına radyan denir. Yani çemberin çevresi 2π radyandır.

1.2. Teorem: Bir açının derece cinsinden değeri D, radyan cinsinden değeri R olarak gösterilirse, derece ve radyan arasında şu bağıntı oluşur:

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

İspat: Derece bir çemberin 360'ta biri, grad 400'de biri, radyan 2π de biri olduğundan,

$$\frac{D}{360} = \frac{G}{400} = \frac{R}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

dir.

Örnek: 60^0 derece kaç radyan yapar?

Çözüm: $\frac{60}{180} = \frac{R}{\pi} \Leftrightarrow R = \frac{\pi}{3}$

Örnek: $\frac{5\pi}{3}$ radyan kaç derece yapar?

Çözüm: $\frac{D}{180} = \frac{5\pi/3}{\pi} \Leftrightarrow D = 300^0$

Örnek: 150^G grad kaç derece yapar?

Çözüm: $\frac{D}{180} = \frac{150}{200} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow D = 135^0$

1.1. Not:

$$\frac{\pi}{6} = 30^0, \quad \frac{\pi}{4} = 45^0, \quad \frac{\pi}{3} = 60^0, \quad \frac{\pi}{2} = 90^0,$$

$$\pi = 180^0, \quad \frac{3\pi}{2} = 270^0, \quad 2\pi = 360^0$$

olduğunu unutmayınız.

1.2. Not: π sayısı açı olduğundan derece türünden 180^0 ye, grad türünden 200^G ta eşittir. Ama uzunluk olarak

$$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327 95\cdots$$

sayısına eşittir. Uzunluk olarak $\pi = 3{,}14\cdots$ olan sayı bir çemberin çapına oranını verecektir. Bu durum fonksiyonların limit konusunda ispatı yapılacaktır.

Örnek: 12346'' saniye, derece ve dakika türünden değeri nedir?

Çözüm: 12346'' saniyeyi 60'şa bölersek bölüm 205 kalan 46 dır. Buna göre 205' 46'' yapar. 205 dakikayı 60'şa bölersek bölüm 3 ve kalan 25 dir. Buna göre 3^0 25' 46'' bulunur.

Örnek: 12^0 50' 26'' ile 9^0 28' 42'' nin toplamı ne yapar?

Çözüm: Bu işlemlerden en sondan başlamalıyız. 26'' ile 42'' toplanırsa 68'' bulunur. Bu ise 1' 08'' dır. Sonra 50', 28' ve 1' toplanırsa 79' bulunur. Bu ise 1^0 19' dır. Daha sonra ise 12^0, 9^0 ve 1^0 toplanırsa 22^0 elde edilir.

$$\begin{array}{rr} & 12^0\ 50'\ 26'' \\ + & 9^0\ 28'\ 42'' \\ \hline & 22^0\ 19'\ 08'' \end{array}$$

Örnek: 5^0 31' 20'' – 3^0 40' 30'' işleminin sonucu nedir?

Çözüm: Çıkarma işleminde en sondan başlanır. 20 den 30 çıkmayacağına göre komşu dakikadan 1' alınır. 1'=60'' olacağından $60 + 20 = 80$ olur. $80 - 30 = 50''$ bulunur. 31' dan 1 alındığından 30 olmuştu. $30 - 40$ olmayacağından komşudan 1^0 alınır. 1^0=60' olacağından $60 + 30 = 90$ olur. $90 - 40 = 50'$ bulunur. Ayrıca 4^0–30=1^0 bulunur.

$$\begin{array}{rr} & 5^0\ 31'\ 20'' \\ - & 3^0\ 40'\ 30'' \\ \hline & 1^0\ 50'\ 50'' \end{array}$$

ESAS ÖLÇÜ

Verilen bir açı 0 ile 360^0 derece dışında olabilir. Bu takdirde bu ölçüleri $0^0 - 360^o$ derece arasına çevrilebilir.

1.17. Tanım: $k \in \mathbb{Z}$, $k \cdot 360^0 + \theta \equiv \theta$ (Mod 360) denkliğini sağlayan θ açısına, $k \cdot 360^0 + \theta$ açısının derece cinsinden esas ölçüsü denir. Benzer şekilde, $k \cdot 2\pi + \theta \equiv \theta$ (Mod 2π) açısının radyan cinsinden esas ölçüsü denir.

Örnek: 1542^0 nin esas ölçüsünün kaç derece olduğunu tespit ediniz.

Çözüm: 1524'ü 360'a bölersek bölüm 3 kalan 102'dir. Buna göre;

$$1542 \equiv 102 \ (\text{Mod } 360)$$

dir.

Örnek: -880^0 nin esas ölçüsünün kaç derece olduğunu tespit ediniz.

Çözüm: 880'ı 360'a bölersek bölüm 2 olmasına rağmen bir fazlası alınarak 3 seçilirse kalan 200 olur. Buna göre;

$$-880^0 \equiv 200^0 \ (\text{Mod } 360)$$

dir.

Örnek: -510^0 nin esas ölçüsünün kaç derece olduğunu tespit ediniz.

Çözüm: 510'u 360'a bölersek bölüm 1 olmasına rağmen bir fazlası alınarak 2 seçilirse kalan 210 olur. Buna göre

$$-510^0 \equiv 210^0 \ (\text{Mod } 360)$$

dir.

Örnek: Ölçüsü $\frac{20\pi}{3}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Çözüm: $\frac{20\pi}{3} = \frac{2\pi+18\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 3 \cdot 2\pi$ olduğundan esas ölçü $\frac{2\pi}{3}$ dür.

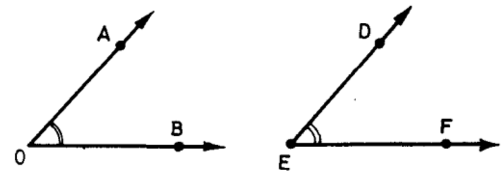
Örnek: Ölçüsü $-\frac{25\pi}{3}$ olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

Çözüm: $-\dfrac{25\pi}{3} = \dfrac{5\pi-3\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{3} - 5 \cdot 2\pi$ olduğundan esas ölçü $\dfrac{5\pi}{3}$ dür.

AÇININ DURUMLARI

Eş Açılar

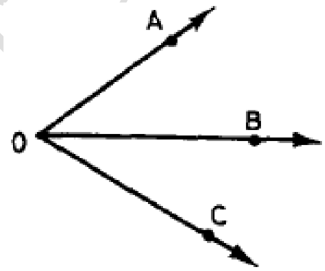
1.18. Tanım: Ölçüleri birbirine eşit olan açılara eş açılar denir. Eş açılar $\cong$ sembolü ile gösterilir.



$m(A\widehat{O}B) = m(D\widehat{E}F)$ ise $A\widehat{O}B \cong D\widehat{E}F$

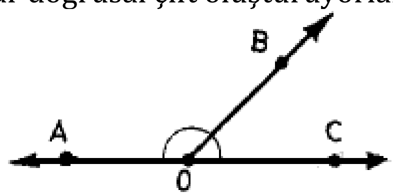
Komşu ve Doğrusal Çift Açılar

1.19. Tanım: Köşeleri ve kenarları ortak olan açılara komşu açılar denir.



AOB ile BOC komşu açılar olup $m(A\widehat{O}B) + m(B\widehat{O}C) = m(A\widehat{O}C)$ dır.

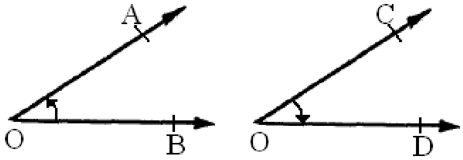
1.20. Tanım: Komşu iki açının ortak olmayan kenarları bir doğru oluşturuyorlar ise bu iki kenar doğrusal çift oluşturuyorlar denir.



AOB ile BOC doğrusal çift olup $m(A\hat{O}B) + m(B\hat{O}C) = 180^0$ dir.

Açıların Yönü

1.21. Tanım: Saat ibresinin tersi yönündeki açılara pozitif yönlü açı, saat ibresiyle aynı yönündeki açılara negatif açı denir.

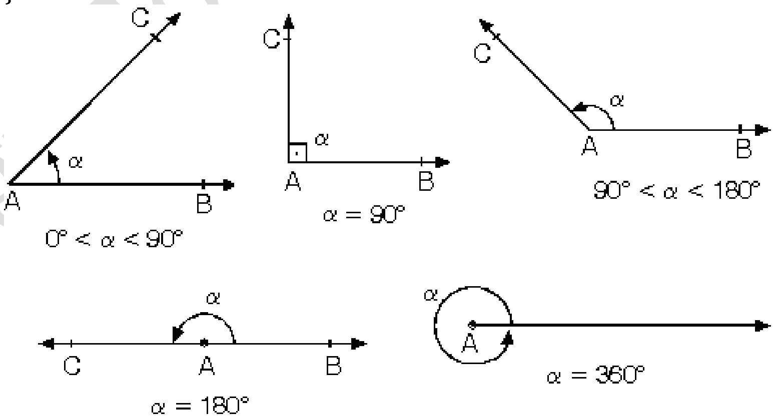


$m(A\hat{O}B)$ pozitif yönlü açı, $m(C\hat{O}D)$ negatif yönlü açıdır.

Açı Çeşitleri

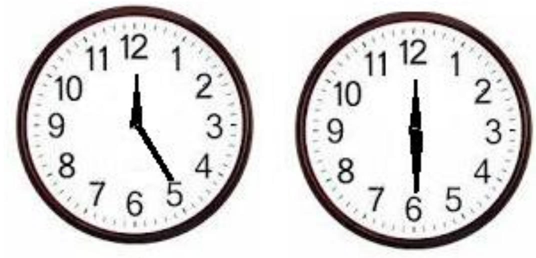
1.22. Tanım: Açı çeşitleri a tanedir.

i) Ölçüsü 0^0 olan açıya ilk açı
ii) Ölçüsü 0^0 ile 90^0 arasında olan açıya dar açı,
iii) Ölçüsü 90^0 olan açıya dik açı,
iv) Ölçüsü 90^0 ile 180^0 arasında olan açıya geniş açı,
v) Ölçüsü 180^0 olan açıya doğru açı,
vi) Ölçüsü 360^0olan açıya tam açı denir. Burada ilk açı ile tam açı aynı derecede açılardır. $360^0 \equiv 0^0$ dir.



Örnek:

i veya iv ii iii

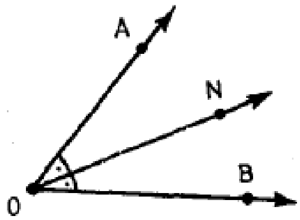


iv v

Saat 12.00 ilk ve tam açıya,
Saat 12.10 dar açıya,
Saat 12.15 dik açıya,
Saat 12.25 geniş açıya
Saat 12.30 doğru açıya birer örnektir.

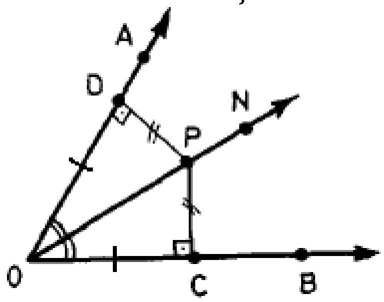
Açıortay

1.23. Tanım: $m(A\widehat{O}B)$ açısının ölçüsünü [ON ışını gibi bir ışın iki parçaya ayırıyorsa [ON ışına $m(A\widehat{O}B)$ açısının açıortayı denir.



$A\widehat{O}B$ açısının açıortayı [ON ışınıdır

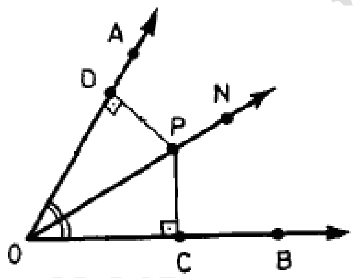
1.3. Teorem: Açıortay üzerindeki tüm noktalar açının kollarına eşit uzaklıktadır ve açının kolları da birbirine eşittir.



$|PD| = |PC| = |OC|, |AD| \perp |DP|$ ve $|OC| \perp |PC|$

Bu teoremin ispatı üçgenlerde eşlik konusunda 3.1. teoremde verilecektir.

Örnek:



$A\widehat{O}B$ açısında [ON açıortay ışını $|PD| = 3x - 1$cm, $|PC| = 2x + 4$ cm ise $|PD|$ uzunluğu ne kadardır.

Çözüm: $|AD| \perp |DP|$ ve $|OD| \perp |PC|$ olduğundan $|PD| = |PC|$ dir.

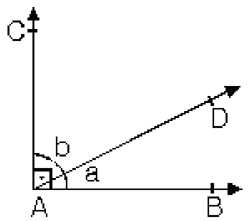
$3x - 1 = 2x + 4$

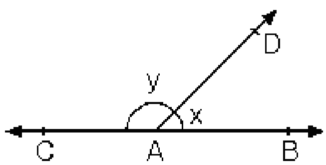
$x = 5$

$|PD| = 3x - 1 = 3 \cdot 5 - 1 = 14$ cm

Tümler ve Bütünler Açılar

1.24. Tanım: Ölçüler toplamı 90^0 olan açılara tümler, 180^0 olan açılara bütünler açılar denir.





$$m(\widehat{CAD}) + m(\widehat{DAB}) = 90^0 \qquad m(\widehat{CAD}) + m(\widehat{DAB}) = 180^0$$

a ve b açıları tümler, x ve y açıları bütünler açılardır.

Örnek: Tümler iki açının ölçüleri oranları $\frac{1}{8}$ ise, bu iki açının ölçüleri farkı kaç derecedir?

Çözüm: a ve b tümler açılar olsun. Bu takdirde $a + b = 90$ dir. Ayrıca $\frac{a}{b} = \frac{1}{8}$ olduğundan $b = 8a$ dir. Buna göre,

$$a + 8a = 90$$
$$a = 10, b = 80$$
$$b - a = 80 - 10 = 70$$

dir.

Örnek: Bir açının tümlerinin bütünlerine oranı $\frac{7}{16}$ ise bu açının değeri nedir?

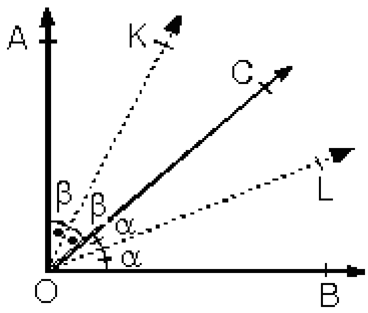
Çözüm: a ve b tümler açılar olsun. Bu takdirde $a + b = 90$ dir. a açısının tümleyeni b olduğundan a açısının bütünleri $b + 90$ dır. Buna göre,

$$\frac{b}{b+90} = \frac{7}{16} \text{ ise } b = 70$$

dir. O halde $a = 20$ dir.

1.4. Teorem: Komşu tümler iki açının açıortay doğruları arasındaki açının ölçüsü 45^0 dir.

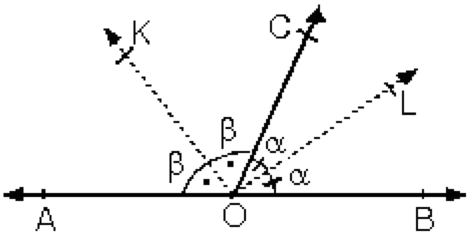
İspat: $\widehat{AOC}$ ve $\widehat{COB}$ açılarının açıortayları sırasıyla [OK ve [OL ışınları ve açıları şekildeki gibi olsunlar.



$2\alpha + 2\beta = 90$
$m(K\widehat{O}L) = \alpha + \beta = 45^0$

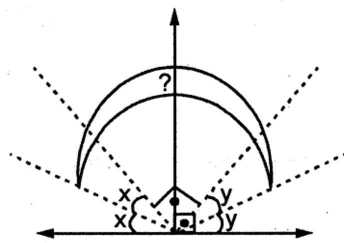
1.5. Teorem: Komşu bütünler iki açının açıortay doğruları arasındaki açının ölçüsü 90^0 dir.

İspat: $A\widehat{O}C$ ve $C\widehat{O}B$ açılarının açıortayları sırasıyla [OK ve [OL ışınları ve açıları şekildeki gibi olsunlar.



$2\alpha + 2\beta = 180$
$m(K\widehat{O}L) = \alpha + \beta = 90^0$

Örnek:

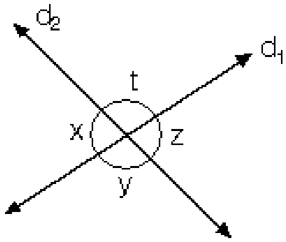


Hilal açısının ölçüsü kaçtır?

Çözüm: $2x + 2y + 90 = 180$
$x + y = 45$
$x + y + 90 = 45 + 90 = 135^0$

Ters ve Yöndeş Açılar

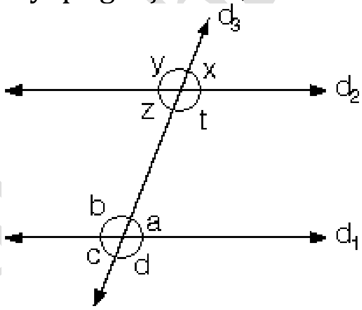
1.25. Tanım: Kesişen iki doğrunun oluşturduğu açılardan komşu olmayanlara ters açılar denir.



t açısı y ile ters x açısı z ile ters açıdır.

1.8. Aksiyom: Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir. Yani t = y ve x = z dir.

1.26. Tanım: Birbirine iki paralel iki doğru ($d_1//d_2$) ile bu doğruları kesen üçüncü bir doğrunun yaptığı açılarda;



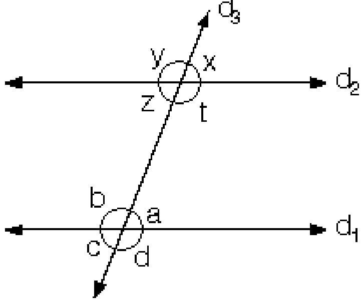
1. Bir kenarı ortak diğer kenarları aynı yönde paralel olan açılara yöndeş açılar denir. a ile x, b ile y, c ile z ve d ile t açıları yöndeş açılar,

2. Bir kenarı ortak, diğer kenarları ters yönde paralel olan açılardan iç tarafta kalan açılara iç ters açılar denir. a ile z ve b ile t iç ters açılar,

3. Bir kenarı ortak, diğer kenarları ters yönde paralel olan açılardan dış tarafta kalan açılara dış ters açılar denir. c ile x ve d ile y dış ters açılar denir.

1.9. Aksiyom: Yöndeş, iç ters ve dış ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

1.27. Tanım: Birbirine iki paralel iki doğru ($d_1//d_2$) ile bu doğruları kesen üçüncü bir doğrunun yaptığı açılarda;

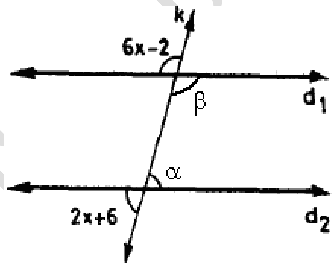


1. Birbirine iki paralel iki doğru ile bu doğruları kesen üçüncü bir doğrunun iç kısmındaki açılara karşı durumlu açılar denir. a ile t, b ile z karşı durumlu açılardır.

2. Birbirlerini bütünleyen açılara yanal durumlu açılar denir. x ile y, z ile t, a ile b, b ile c gibi açılar yanal durumlu açılardır.

1.10. Aksiyom: Karşı durumlu açıların toplamı 180^0 dır. Yani karşı durumlu açılar bütünler açılardır.

Örnek: $d_1//d_2$ dir,



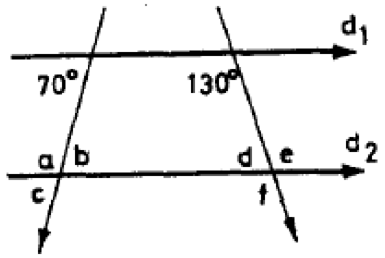
Verilere göre α açısı kaç derecedir?

Çözüm: $6x - 2$ açısının iç ters açısı β ve $2x + 6$ açısının iç ters açısı α dır. α ve β karşı durumlu açılar olacağından $\alpha + \beta = 180$ dır. Buna göre,

$$6x - 2 + 2x + 6 = 180$$
$$x = 22$$

dir.

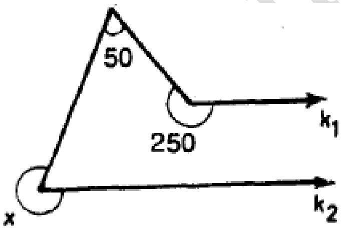
Örnek: $d_1//d_2$ dir,



verilere göre $a + b + c + d + e + f$ nedir?

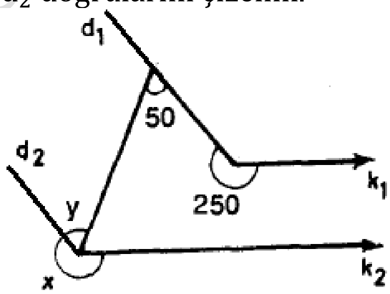
Çözüm: b ile 70^0 iç ters açılar olduğundan $b = 70^0$
e ile 130^0 iç ters açılar olduğundan $e = 130^0$
b ile c ters açı olduğundan $c = 70^0$
e ile f ters açı olduğundan $f = 130^0$
a ile 70^0 karşı durumlu açılar olduğundan $a + 70 = 180$ ise $a = 110^0$
d ile 130^0 karşı durumlu açılar olduğundan $d + 130 = 180$ ise $d = 50^0$
$a + b + c + d + e + f = 70 + 130 + 70 + 130 + 110 + 50 = 360^0$

Örnek:



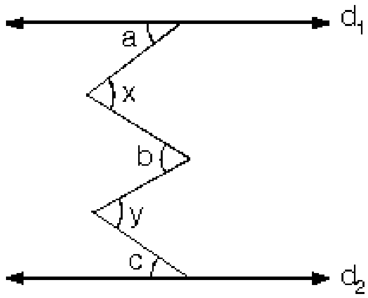
Verilen şekilde $k_1 // k_2$ ise, x'in değeri nedir?

Çözüm: Şekle $d_1 // d_2$ doğrularını çizelim.



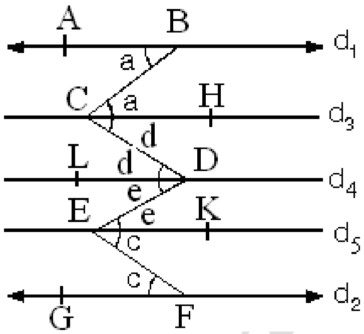
y ile 50 iç ters açılar olduğundan $y = 50$
$x + y$ ile 250 yöndeş açılar olduğundan $x + y = 250$ olup $x = 200$

1.6. Teorem: Birbirine paralel iki doğru arasında meydana gelen açılardan ardı ardına gelenler daima farklı yönde ise bu açılardan aynı yönde bulunanların ölçüler toplamı, diğer yönde bulunanların ölçüleri toplamına eşittir.



$a + b + c = x + y$

İspat: $d_1 // d_2$ dir, B noktasından d_1 ve d_2 ye paralel d_3, d_4 ve d_5 doğrusunu çizelim.



İç ters açılardan $m(A\widehat{B}C) = m(B\widehat{C}H) = a$

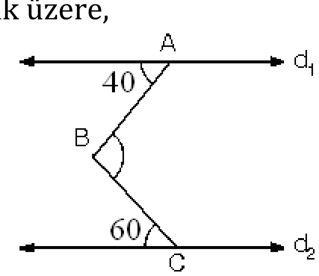
$$m(H\widehat{C}D) = m(C\widehat{D}L) = d$$
$$m(\widehat{LDE}) = m(D\widehat{E}K) = e$$
$$m(K\widehat{E}F) = m(E\widehat{F}G) = c$$

bulunur. Buna göre, $x = a + d, y = e + c, b = d + e$ olduğundan

$$a + b + c = a + d + e + c = x + y$$

elde edilir.

Örnek: $d_1 // d_2$ olmak üzere,



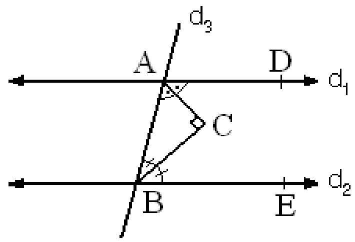
$m(\widehat{A}) = 40$ ve $m(\widehat{C}) = 60$ olduğuna göre $m(A\widehat{B}C)$ kaç derecedir?

Çözüm: 1.5. teoremine göre aynı yönlü açılar birbirine eşit olacağından,

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 40 + 60 = 100$$

dir.

1.7. Teorem: Karşı durumlu açıların açıortayları arasındaki açının ölçüsü 90^0 dir.



İspat: Karşı durumlu açılardan,

$$m(D\widehat{A}B) + m(A\widehat{B}E) = 180$$

elde edilir. 1.4. teoremine göre (tümler iki açının açıortay doğruları arasındaki açının ölçüsü 90^0)

$$\frac{m(D\widehat{A}B)}{2} + \frac{m(A\widehat{B}E)}{2} = 90$$

dir. Açıortay ışınlarından dolayı,

$$m(D\widehat{A}C) + m(C\widehat{B}E) = 90$$

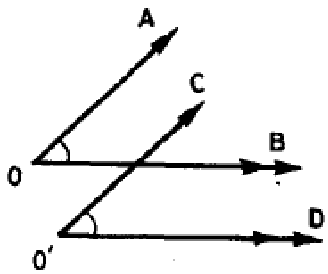
dir. 1.5. teoremine (paralel iki doğru arasında aynı yönlü açıların toplamı diğer yöndeki açıların toplamına eşittir) göre,

$$m(A\widehat{C}B) = m(D\widehat{A}C) + m(C\widehat{B}E) = 90$$

dir.

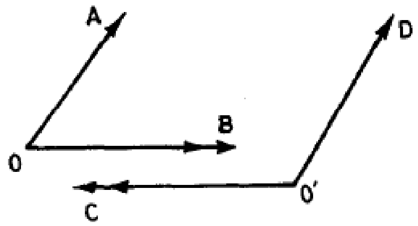
KOLLARI PARALEL ve KOLLARI DİK AÇILAR

1.11. Aksiyom: Açıları oluşturan ışınlar aynı yönde ve paralel ise bu iki açının ölçüsü eşittir.



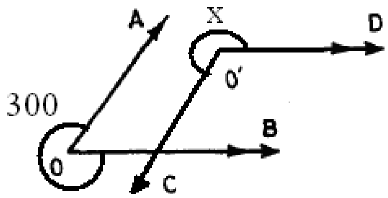
$$m(\widehat{O}) = m(\widehat{O'})$$

1.12. Aksiyom: Açıları oluşturan ışınlardan biri aynı diğeri zıt yönlü ve paralel ise bu iki açının ölçüleri toplamı 360^0 dir.



$$|OA|//|O'D| \text{ ve } |OB|//|O'C| \text{ ise } m(\widehat{O}) + m(\widehat{O'}) = 180^0$$

Örnek:



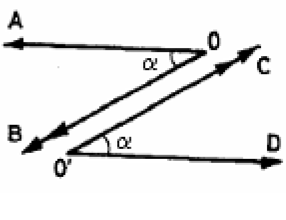
Verilere göre x açısının değeri nedir?

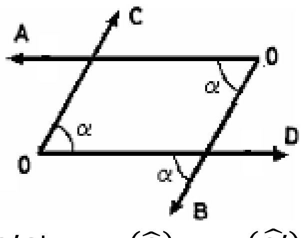
Çözüm: Verilere göre $m(A\widehat{O}C) = 360 - 300 = 60^0$ dir. 1.12. aksiyom gereği,

$$m(A\widehat{O}C) + m(D\widehat{O'}C) = 180$$
$$60 + m(D\widehat{O'}C) = 180$$
$$m(D\widehat{O'}C) = 120^0$$

olacağından $x = 360 - 120 = 240^0$ ir.

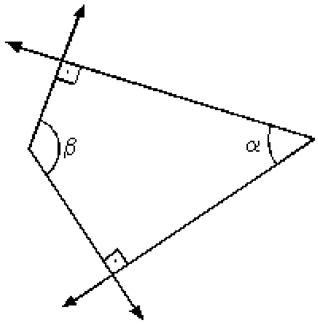
1.13. Aksiyom: Açıları oluşturan ışınlar zıt yönlü ve paralel ise bu iki açının ölçüsü eşittir.





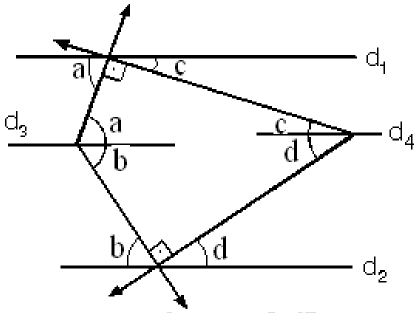
$$|OA|//|O'D| \text{ ve } |OB|//|O'C| \text{ ise } m(\widehat{O}) = m(\widehat{O'})$$

1.8. Teorem: Kenarları birbirine dik karşılıklı iki açının ölçüleri toplamı 180^0 olur.



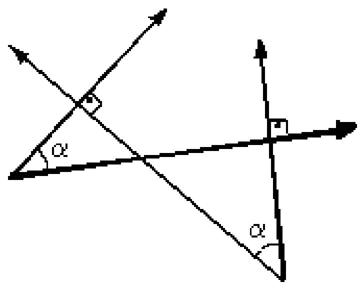
$\alpha + \beta = 180^0$

İspat: Şekle paralel d_1, d_2, d_3, d_4 doğrularını çizelim. Şekil iç ters açılardan aşağıdaki gibi adlandırılır.

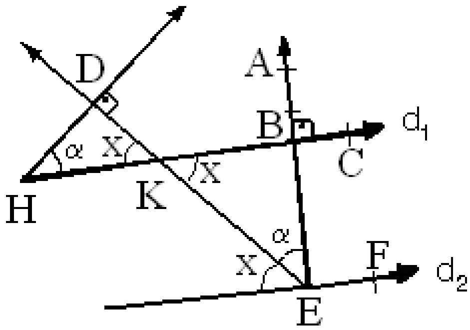


$a + c + 90 = 180$ ise $a + c = 90$
$b + d + 90 = 180$ ise $b + d = 90$
dir. 1.5. teoremine (paralel iki doğru arasında aynı yönlü açıların toplamı diğer yöndeki açıların toplamına eşittir) göre,
$\alpha = a + b$ ve $\beta = c + d$
dir. Buna göre,
$\alpha + \beta = a + b + c + d = 180$
elde edilir.

1.9. Teorem: Kenarları şekildeki gibi birbirine dik açıların ölçüleri eşittir.



İspat: $d_1$doğrusuna paralel d_2 doğrusunu çizelim.



Yöndeş açılardan $m(A\widehat{B}C) = 90^0$ olduğundan $m(H\widehat{B}E) = 90^0$ dir. Buna göre,

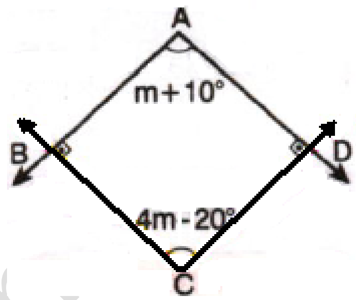
$$x + \alpha + m(H\widehat{B}E) = 180^0$$
$$x + \alpha = 90^0$$

olur. İç ters açılardan $X = m(B\widehat{K}E) = m(D\widehat{K}H)$ olacağından

$$m(B\widehat{E}K) = m(D\widehat{K}H) = \alpha$$

bulunur.

Örnek:



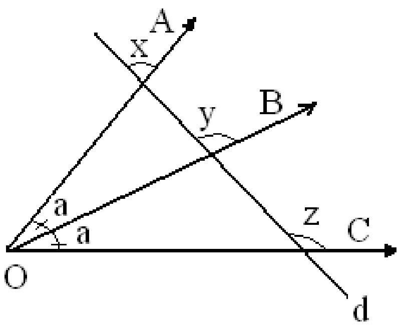
Şekilde $[AB \perp [CB$ ve $[AD \perp [CD$ dir. $m(B\widehat{A}D) = m + 10$ve $m(B\widehat{C}D) = 4m - 20$ ise m'nin değerini bulunuz.

Çözüm: 1.8. teoremden,

$$m + 10 + 4m - 20 = 180^0$$
$$m = 38^0$$

olur.

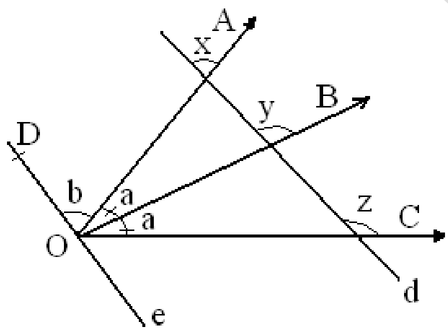
1.10. Teorem: $A\widehat{O}C$ açısının açıortayı $[OB$ ışını olmak üzere d doğrusu $[OA$, $[OB$, $[OC$ ışınlarını kesiyorsa,



$$\hat{y} = \frac{\hat{x}+\hat{z}}{2}$$

dir.

İspat: O noktasından d doğrusuna e paralel doğrusunu çizelim ve $m(D\hat{O}A) = b$ olsun.



Yöndeş açılardan $b = x$ ve $b + 2a = z$ dir. Taraf tarafa toplarsak,

$$2b + 2a = x + z$$

$$a + b = \frac{x+z}{2}$$

bulunur. Ayrıca yine yöndeş açılardan

$$a + b = y$$

bulunur. Her iki eşitlikten,

$$\hat{y} = \frac{\hat{x}+\hat{z}}{2}$$

elde edilir.

AÇILARIN SAATE UYGULAMASI

1.11. Teorem: Manuel bir saatte akrep a ile yelkovan y olmak üzere, akrep ile yelkovan arasındaki açı;

$$\left|\frac{60a-11y}{2}\right|$$

şeklindedir.

İspat: Çember yayının ölçüsü 360^0 olduğundan saat yüzeyindeki her iki tamsayı arasındaki yayın ölçüsü $\frac{60}{2} = 30^0$ dir. İki tamsayı arasındaki 30^0 lik yay 5 eşit parçaya bölünerek bir dakikalık yay ise $\frac{30}{2} = 60^0$ şeklindedir.

Akrep 1 saatte 30^0 lik, yelkovan 1 saatte 360^0 lik yay ölüsü kadar ilerler. Yani akrep 1 dakikalık yayın ölçüsü kadar yol aldığında, yelkovan 12 dakikalık yayın ölçüsü kadar yol alır. Yelkovanın hızı akrebin hızının 12 katıdır.

Yelkovan 1 dakikada $\frac{360}{60} = 6^0$ lik yay ölçüsü kadar yol alır. Akrep ise 1 dakikada $\frac{30}{60} = \left(\frac{1}{20}\right)^0$ lik yay ölçüsü kadar yol alır.

Şimdi saat a'yı y geçe akrep ile yelkovan arasındaki açının ölçüsünü bulalım. Saat a.00 da akrep ile yelkovanının arasındaki açı $a \cdot 30^0 = 30a$ derece olur. Saat a.00 den itibaren yelkovan y dakikalık yayın ölçüsü kadar yani 6y derece ilerlerken akrep ise, $\frac{1}{2} \cdot y = \frac{y}{2}$ derece ilerler. Saat başına göre, akrep toplam $30a + \frac{y}{2}$ derece yelkovan ise 6y derece ilerlediğinden akrep ile yelkovan arasındaki açı

$$\left|\left(30a + \frac{y}{2}\right) - (6y)\right| = \left|\frac{60a - 11y}{2}\right|$$

derece bulunur.

Örnek: Saat 09.00 ise akrep ile yelkovan arasındaki açı nedir?

Çözüm: $\left|\frac{60a-11y}{2}\right| = \left|\frac{60 \cdot 9 - 11 \cdot 0}{2}\right| = 270^0$

Örnek: Saat 11.35 ise akrep ile yelkovan arasındaki açı nedir?

Çözüm: $\left|\frac{60a-11y}{2}\right| = \left|\frac{60 \cdot 11 - 11 \cdot 30}{2}\right| = 330^0$

Örnek: Akrep 4'ü geçerken, yelkovan ile aralarında 54^0 olması için saat kaç olmalıdır?

Çözüm: $\left|\frac{60 \cdot 4 - 11 \cdot y}{2}\right| = 54^0$

$|240 - 11y| = 108$
$240 - 11y = 108$ ve $240 - 11y = -108$
$y = 12$ dk ve $y = \frac{358}{11} = 31,\overline{63} = 31$ dk 38 sn

(Gün, saat, dakika, saniye gibi zaman işlemleri oran-orantı konusunda işlenmiştir. Burada hatırlatacak olursak 31 dakikadan sonra $0,\overline{63}$ sayısı 60 ile çarpılarak saniye elde edilir $38,\overline{18}$ saniye olur.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

Derece, Grad, Radyan

1. $20^0\ 18'\ 33'' - 11^0\ 44'\ 53''$ işleminin sonucu nedir?

A) $8^0\ 38'\ 40''$ B) $8^0\ 37'\ 40''$ C) $8^0\ 36'\ 40''$
D) $8^0\ 35'\ 40''$ E) $8^0\ 34'\ 40''$

Çözüm: $33''$ saniyeden $53''$ saniye çıkmaz, komşu $18'$ dakikadan $1'$ dakika alırız. $1'$ dakika $60''$ saniyedir. $33'' + 60'' = 93''$ saniyedir. $93'' - 53'' = 40''$ dir. $18'$ dakikadan $44'$ dakika çıkmaz, komşu 20^0 dereceden 1^0 alınırız. 1^0 derece $60'$ dakikadır. $18' + 60' = 78'$ dır. $78' - 44' = 34'$ olur. 20^0 den 1^0 alındığından 19^0 kalmıştır. $19^0 - 11^0 = 8^0$ kalır.

$20^0\ 18'\ 33'' - 11^0\ 44'\ 53'' = 8^0\ 34'\ 40''$

Cevap: E

2. $3^0\ 20' \cdot 2^0\ 30''$ işleminin sonucu nedir?

A) $6^0\ 10'$ B) $6^0\ 30'$ C) $7^0\ 40'$ D) $8^0\ 20'$ E) $8^0\ 50'$

Çözüm:
$3^0\ 20' = 3 \cdot 60 + 20 = 200'$
$2^0\ 30' = 2 \cdot 60 + 30 = 150'$
$200' \cdot 150' = 30\,000'$
$\frac{30\,000'}{60 \cdot 60} = 8,\overline{3}$
$0,\overline{3} \cdot 60 = 20$
olacağından
$3^0\ 20' \cdot 2^0\ 30'' = 8^0\ 20'$
ede edilir.

Cevap: D

3. Ölçüsü $\frac{\pi}{8}$ radyan olan açının tümleri kaç graddır?

A) 65^G B) 75^G C) 80^G D) 85^G E) 90^G

Çözüm: $\frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} \Leftrightarrow \frac{G}{200} = \frac{\frac{\pi}{8}}{\pi} \Leftrightarrow G = 25 \text{ grad}$

90^0 tümler açı olduğundan,

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} \Leftrightarrow \frac{90}{180} = \frac{G}{200} \Leftrightarrow G = 100$$

Yani 100^G da tümler açılar olur. Buna göre 25^G ın tümler açısı

$$G = 100 - 25 = 75^G$$

dir.

Cevap: B

4. Ölçüsü $\frac{\pi}{15}$ radyan olan açının tümleri kaç graddır?

A) 12^0 B) 15^0 C) 16^0 D) 18^0 E) 20^0

Çözüm: $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Leftrightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{\pi}{15}}{\pi} \Leftrightarrow D = 12^0$

Cevap: A

5. Ölçüsü $49^0\ 39'\ 45''$ olan bir açının tümler açısı kaç derece, kaç dakika kaç saniyedir.

A) $40^0\ 19'\ 15''$ B) $40^0\ 20'\ 15''$ C) $40^0\ 21'\ 15''$
D) $40^0\ 22'\ 15''$ E) $40^0\ 23'\ 15''$

Çözüm: $90^0\ 00'\ 00'' - 49^0\ 38'\ 45''$ işlemini sonucu olmalıdır. $00''$ saniyeden $45''$ saniye çıkmaz, komşu $00'$ dakikadan $1'$ dakika almak isteriz, ama onda olmadığından diğer 90^0 olan komşudan 1^0 alırız. 1^0 derece $60'$ dakikadır. Orta sayıya 60' yazılır. Buradan $1'$ alırız. $1'$ dakika $60''$ saniyedir. $60'' - 45'' = 15''$ dir. Ortada $59'$ dakika kalmıştır. $59' - 39' = 20'$ olur. 90^0 den 1^0 alındığından 89^0 kalmıştır. $89^0 - 49^0 = 40^0$ kalır.

$90^0\ 00'\ 00'' - 49^0\ 38'\ 45'' = 40^0\ 20'\ 15''$

Cevap: B

Tümler ve Bütünler Açılar

6. Bütünler tümlerin 4 katı olan açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 45^0 B) 60^0 C) 70^0 D) 75^0 E) 80^0

Çözüm: Bu açıya x diyelim.
x'in tümleri $90 - x$ ve x'in bütünleri $180 - x$ olur.
$180 - x = 4(90 - x)$
$180 - x = 360 - 4x$
$3x = 180$
$x = 60^0$

Cevap: B

7. Tümler iki açının oranı $\frac{7}{11}$ dir. Büyük açı kaç derece olur?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

Çözüm: Tümler iki açı x ve y olsun.

$$x + y = 90 \text{ ve } \frac{x}{y} = \frac{7}{11}$$

olduğundan

$$\frac{x+y}{y} = \frac{18}{11}$$

$$\frac{90}{y} = \frac{18}{11}$$

$$x = 35^0, y = 55^0$$

olur.

Cevap: C

8. Bütünler iki açının farkı 40 ise küçük olan açı kaç derecededir?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 70

Çözüm: Tümler iki açı x ve y olsun.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=180 \\ x-y=40 \end{array}\right\} x=110, y=70$$

Cevap: E

19. Paralel iki doğru üçüncü bir doğru ile kesilirse, meydana gelen açılar için aşağıdaki önermelerden hangisi daima yanlış olur?

A) İç ters açılar eştir
B) Dış ters açılar eştir
C) Yöndeş açılar eştir
D) Karşı durumlu açılar bütünlerdir
E) Yanal durumlu açılar eştir

Çözüm: Yanal durumlu açılar bütünlerdir, daima eş olmazlar.

Cevap: E

10. Bütünleyenin 4 katından 40 eksik olan açı kaçtır?

A) 30 B) 35 C) 36 D) 40 E) 42

Çözüm: x ve y bütünler iki açı olsun.

$$x+y=180 \text{ ve } y=4x+40$$

olduğundan

$$x+4x+40=180$$
$$x=36^0$$

olur.

Cevap: C

Açıların Saate Uygulaması

11. Saat 10.20 iken akrep ile yelkovan arasındaki açı kaç derecedir.

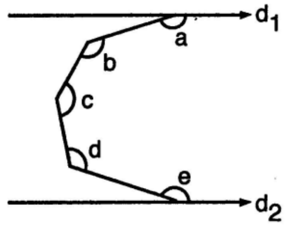
A) 165^0 B) 175^0 C) 190^0 D) 195^0 E) 200^0

Çözüm: $\left|\frac{60a-11y}{2}\right| = \left|\frac{60\cdot 10-11\cdot 20}{2}\right| = 190^0$

Cevap: C

Doğruda Açılar

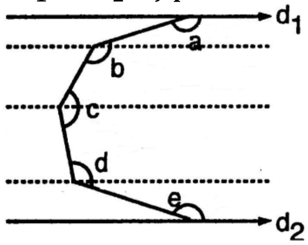
12.



$d_1 // d_2$ ve $a + b + c + d + e$ toplamını nedir?

A) 720 B) 540 C) 450 D) 360 E) 300

Çözüm: Şekildeki gibi d_1 ve d_2 üç paralel doğrular çizelim.

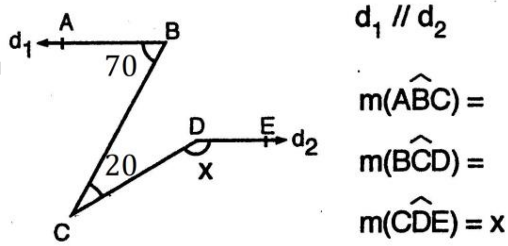


Karşı durumlu açıların toplamı 180^0 olduğundan, dört belgenin karşı durumlu açıların toplamı oluşur.

$a + b + c + d + e = 4 \cdot 180 = 720^0$

Cevap: A

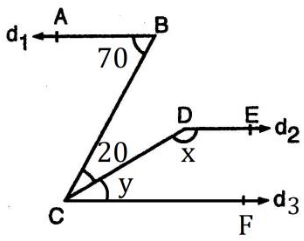
13.



Verilere göre x açısı kaç derecedir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

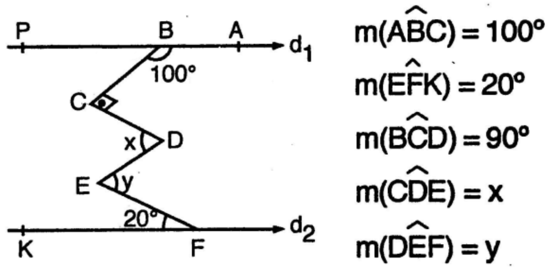
Çözüm: $d_1 // d_2 // d_3$ olacak şekilde d_3 doğrusunu çizelim. $m(D\hat{C}F) = y$ olsun.



$20 + y = 70$ olduğundan $y = 50$
$x + y = 180$ ise $x = 180 - 50 = 130$

Cevap: D

14. $d_1 // d_2$



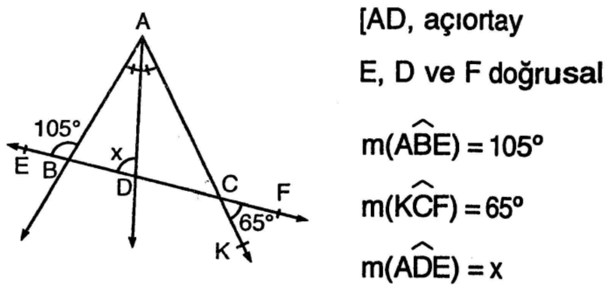
Yukarıdaki verilere göre $y - x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

Çözüm: $m(P\widehat{B}C) = 180 - 100 = 80^0$
1.6. teoreme göre;
$80 + x + 20 = 90 + y$
$y - x = 10^0$
olur.

Cevap: A

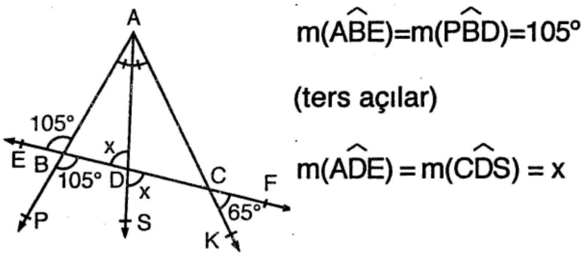
15.



Yukarıdaki verilere göre, $m(A\widehat{D}E) = x$ kaç derecedir?

A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

Çözüm:



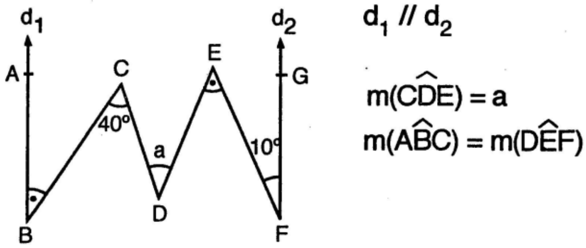
1.10. teoreme göre;

$$x = \frac{105+65}{2} = 85^0$$

olur.

Cevap: D

16.



Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(C\widehat{D}E) = a$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 50 E) 60

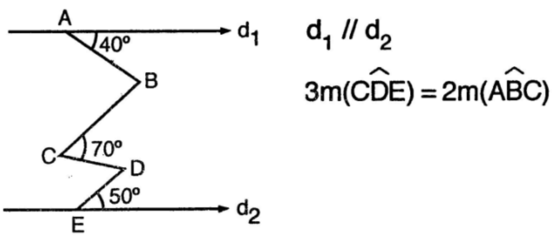
Çözüm: $m(A\widehat{B}C) = m(D\widehat{E}F) = b$ olsun. 1.6. teoreme göre;

$$b + a + 10 = 40 + b$$
$$a = 30^0$$

olur.

Cevap: A

17.



Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(A\widehat{B}C)$ açısı kaç derecedir?

A) 30 B) 32 C) 35 D) 36 E) 40

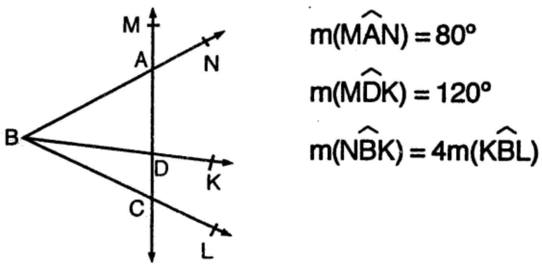
Çözüm: $2m(A\widehat{B}C) = 3m(C\widehat{D}E) = 6x$ olsun. Buna göre $m(A\widehat{B}C) = 3x$ ve $m(C\widehat{D}E) = 2x$ olur. 1.6. teoreme göre;

$$40 + 70 + 50 = 3x + 2x$$
$$x = 32^0$$

olur.

Cevap: B

18.



Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(D\widehat{C}L)$ açısı kaç derecedir?

A) 140 B) 150 C) 160 D) 170 E) 180

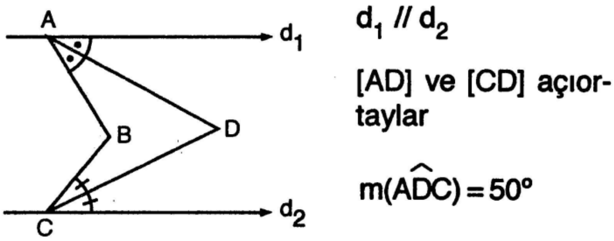
Çözüm: 1.10. teoreme göre;

$$120 = \frac{80+a}{2}$$

ise $m(D\widehat{C}L) = 160^0$ olur.

Cevap: C

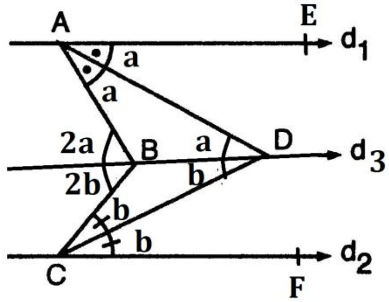
19.



Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(A\widehat{B}C)$ açısı kaç derecedir?

A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

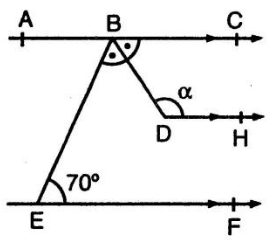
Çözüm: $d_1 // d_2 // d_3$ olacak şekilde d_3 doğrusunu çizelim.



İç ters açılardan $m(E\widehat{A}D) = m(A\widehat{D}C) = a$ ve $m(F\widehat{C}D) = m(B\widehat{D}C) = b$ dir. Yine $m(A\widehat{D}C) = a + b = 50$ olduğundan $m(A\widehat{B}C) = 2a + 2b = 100^0$ olur.

Cevap: D

20.



[AC] // [DH] // [EF]

[BD] açıortay

$m(B\widehat{E}F) = 70°$

$m(B\widehat{D}H) = \alpha$

Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(B\widehat{D}H) = \alpha$ açısı kaç derecedir?

A) 110 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

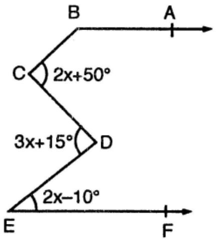
Çözüm: Karşı durumlu açılardan $70 + m(E\widehat{B}C) = 180$ olduğundan $m(B\widehat{D}H) = 110^0$ dır. [BD] açıortay olduğundan $m(E\widehat{B}D) = m(C\widehat{B}D) = 55^0$ olur. Yine karşı durumlu açılardan

$$55 + \alpha = 180$$
$$\alpha = 125^0$$

bulunur.

Cevap: C

21.



[BA] // [EF]

[BC] // [ED]

$m(B\widehat{C}D) = 2x + 50°$

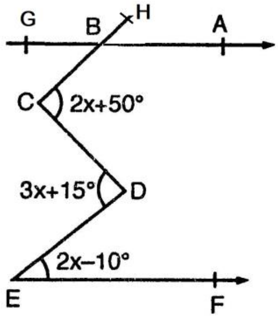
$m(C\widehat{D}E) = 3x + 15°$

$m(D\widehat{E}F) = 2x - 10°$

Yukarıda verilen açı ölçülerine göre, $m(\widehat{ABC})$ açısı kaç derecedir?

A) 135 B) 140 C) 145 D) 150 E) 155

Çözüm: $m(\widehat{ABC}) = y$ alınırsa $m(\widehat{GBC}) = 180 - y$ olur.



1.6. teoreme göre;

$$180 - y + 3x + 15 = 2x + 50 + 2x - 10$$
$$x + y = 155 \qquad (1)$$

Ayrıca yöndeş açılardan $m(\widehat{HBA}) = m(\widehat{DEF}) = 2x - 10$ olduğundan,

$$y + 2x - 10 = 180$$
$$y + 2x = 190 \qquad (2)$$

dır. (1) ve (2) denklemi çözülürse;

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 155 \\ y + 2x = 190 \end{array}\right\} x = 35, y = 145$$

olur.

Cevap: C

KAYNAKÇA

1. Ömer Efser Sarıgül, Hasan Kılıçaslan, Suavi Tokerler, Lise Geometri 2, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2000.
2. Şaban Bilgiç, Zeki Kıyak, Jale Gökçen, Lise Geometri 1, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2001.
3. Tahsin Çizenel, Geometri, Lise 1, Lise 2, Zafer-Tuna Yayınları, 4. Baskı, 1961.
4. Alaaddin ALTUNTAŞ, ÖSS Geometri, Birey Eğitim Yayınları, İstanbul, 2006.
5. Halil BIYIK, Nevzat ASMA, Geometri, Esen Yayınları, Ankara.
6. ÖSS Geometri Cep Kitabı, Final Yayınları, Komisyon, İstanbul, 1986.
7. Mehmet BARIŞ, Çözümlü Lise Geometri 1 ve 2, Ders Kitapları Anonim Şirketi, 2001, İstanbul.