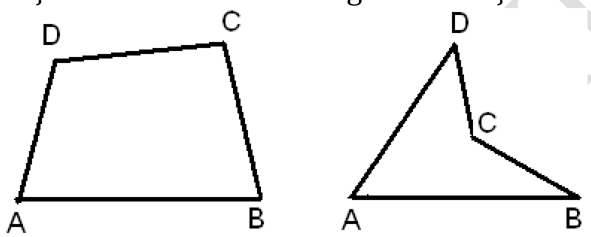
7. BÖLÜM
DÖRTGENLERE GİRİŞ ve
ÇEŞİTKENAR DÖRTGEN

DÖRTGEN KAVRAMI

7.1. Tanım: Aynı doğru üzerinde bulunmayan dört farklı noktanın birer doğru ile birleşmesinden elde edilen geometrik şekle dörtgen denir.



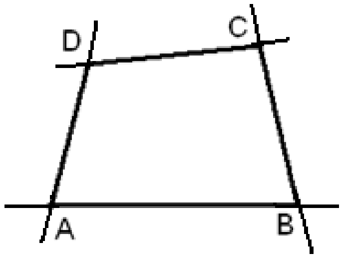
ABCD dörtgeninde, A, B, C, D noktalarına dörtgenin köşeleri; [AB], [BC], [CD], [DA] doğru parçalarına da dörtgenin kenarları denir.

[AB] ile [CD] ve [AD] ile [BC] ye dörtgenin karşı kenarları; [AB] ile [BC], [BC] ile [CD], [CD] ile [AD] ve [AD] ile [AB] ye ise dörtgenin komşu kenarları denir.

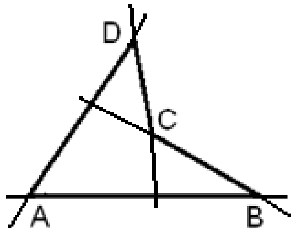
Benzer şekilde $\hat{A}$ ile $\hat{C}$ ve $\hat{B}$ ile $\hat{D}$ ye karşı iç açılar; $\hat{A}$ ile $\hat{B}$, $\hat{B}$ ile $\hat{C}$, $\hat{C}$ ile $\hat{D}$, $\hat{D}$ ile $\hat{A}$ ya ise komşu iç açılar denir.

Köşegen tanımına göre, A ile C ve B ile D köşelerini birleştiren doğru parçalarına dörtgenin köşeleri denir.

7.2. Tanım: Herhangi bir dörtgenin bütün kenarlarını uzattığımızda, bu uzantılar dörtgeni kesmiyorsa bu dörtgene dışbükey (konveks) dörtgen, uzantılardan en az biri dörtgeni kesiyorsa bu dörtgene de içbükey (konkav) dörtgen denir.



(Konveks-Dışbükey Dörtgen)

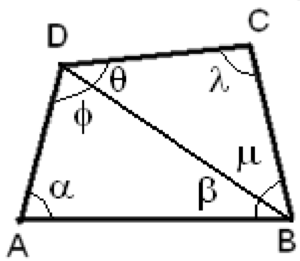


(Konkav-İçbükey Dörtgen)

DÖRTGENLERİN GENEL ÖZELLİĞİ

7.1. Teorem: Bir dörtgenin iç açılar toplamı 360^0 dir.

İspat:



Şekildeki gibi bir dörtgende [DB] doğru parçasını çizelim.

$$m(A\widehat{B}D) = \alpha + \beta + \phi = 180 \text{ ve } m(D\widehat{B}C) = \theta + \mu + \lambda = 180$$

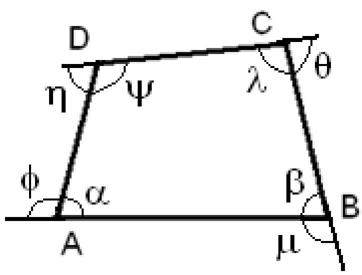
dır. Buna göre,

$$m(ABCD) = \alpha + \beta + \phi + \theta + \mu + \lambda = 360^0$$

olur.

7.2. Teorem: Dışbükey bir dörtgenin dış açılar toplamı 360^0 dir.

İspat: ABCD dörtgeninin iç ve dış açıları şekildeki gibi verilmiş olsun.



7.1. teoremde iç açılar toplamı 360^0 olduğunu biliyoruz.

$$m(ABCD) = \alpha + \beta + \psi + \lambda = 360^0$$

Ayrıca,

$$\alpha+\phi=180, \beta+\mu=180, \lambda+\theta=180, \psi+\eta=180$$

olduğundan,

$$\alpha+\phi+\beta+\mu+\lambda+\theta+\psi+\eta=4\cdot 180$$

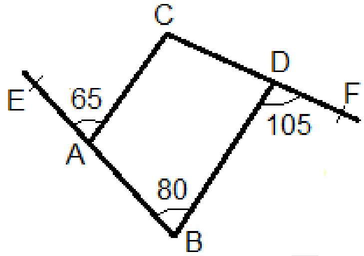
$$\phi+\mu+\lambda+\eta=360$$

bulunur.

Örnek: Verilen ABCD dörtgeninde,

$$m(E\widehat{A}C)=65^0, m(\widehat{B})=80^0 \text{ ve } m(F\widehat{D}B)=105^0$$

olduğuna göre, ACD açısının ölçüsünü bulunuz.



Çözüm: $m(E\widehat{A}C)=65^0$ olduğundan iç açı $m(B\widehat{A}C)=115^0$

$m(F\widehat{D}B)=105^0$ olduğundan iç açı $m(B\widehat{D}C)=75^0$

olduğundan ABCD dörtgeninde,

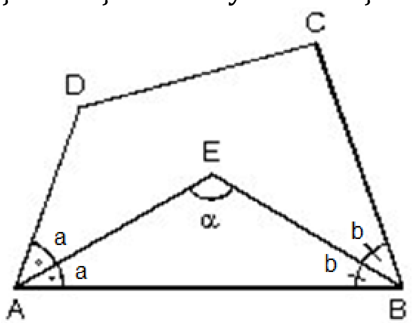
$$m(B\widehat{A}C)+m(\widehat{B})+m(B\widehat{D}C)+m(\widehat{C})=360^0$$

$$115+80+75+m(\widehat{C})=360^0$$

$$m(\widehat{C})=90^0$$

bulunur.

7.3. Teorem: Bir dörtgende komşu iki iç açıortay açıların oluşturduğu açının ölçüsü, diğer iki açının ölçülerinin yarısına eşittir.



$$\alpha=\frac{m(\widehat{D})+m(\widehat{C})}{2}$$

İspat: ABE üçgeninde $\alpha+a+b=180^0$ ve ABCD dörtgeninde

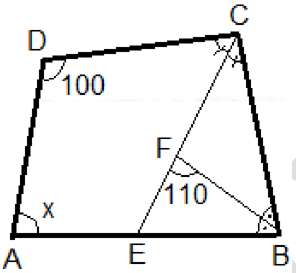
$$2a+2b+m(\widehat{D})+m(\widehat{C})=360^0$$

olduğundan,

$$2(a+b)+m(\hat{D})+m(\hat{C})=360^0$$
$$2(180-\alpha)+m(\hat{D})+m(\hat{C})=360^0$$
$$\alpha=\frac{m(\hat{D})+m(\hat{C})}{2}$$

bulunur.

Örnek: Verilen şekilde [BF] ve [CE] sırasıyla $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açılarının açıortaylarıdır. $m(\hat{D})=100^0$ ve $m(E\hat{D}B)=110^0$ olduğuna göre, A açısının ölçüsünü bulunuz.

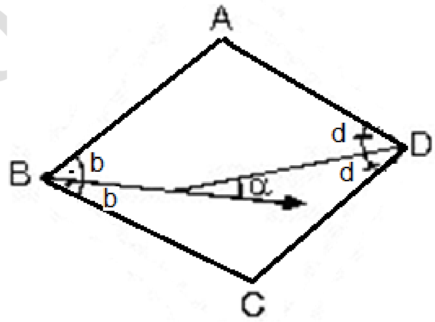


Çözüm: $m(C\hat{F}B)=180-110=70$ dir. 7.3. teoremden,

$$70=\frac{x+100}{2} \text{ ise } x=40^0$$

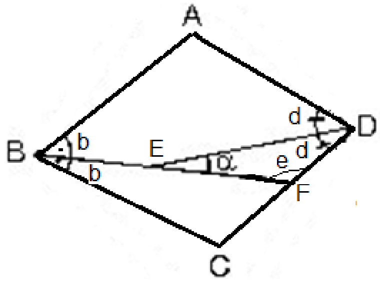
olur.

7.4. Teorem: Bir dörtgende karşı iki açının açıortaylarının arasındaki dar açının ölçüsü diğer iki açının ölçülerinin farkının mutlak değerine eşittir.



$$\alpha=\frac{|m(\hat{A})-m(\hat{C})|}{2}$$

İspat: [EF] doğru parçasını çizelim. $m(D\hat{F}E)=e$ olsun.



EDF üçgeninde $\alpha + e + d = 180$ (1)

BCF üçgeninde e bir dış açı olduğundan $e = b + m(\hat{C})$ (2)

olur. (1) ve (2) den

$$\alpha + b + m(\hat{C}) + d = 180$$

$$b + d = 180 - \alpha - m(\hat{C}) \quad (3)$$

elde edilir. ABCD dörtgeninden,

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360$$

$$m(\hat{A}) + 2b + m(\hat{C}) + 2d = 360 \quad (4)$$

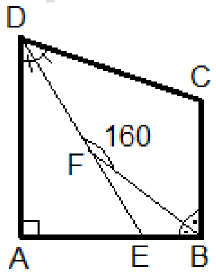
dir. (3) ü (4) de yerine yazsak,

$$m(\hat{A}) + m(\hat{C}) + 2(180 - \alpha - m(\hat{C})) = 360$$

$$\alpha = \frac{|m(\hat{A}) - m(\hat{C})|}{2}$$

bulunur.

Örnek: Verilen ABCD dörtgeninde [BF] ve [DE] sırasıyla $\hat{B}$ ve $\hat{D}$ nın açıortaylarıdır.



$m(\hat{A}) = 90^0$ ve $m(D\hat{F}B) = 160^0$ olduğuna göre, $\hat{C}$ açsının ölçüsünü bulunuz.

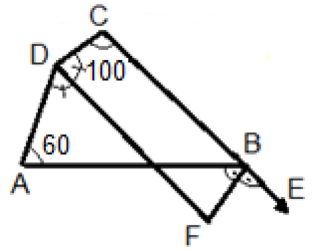
Çözüm: $m(E\hat{F}B) = 180 - 160 = 20$ dir. 7.4. Teoremden

$$20 = \frac{|m(\hat{C}) - 90|}{2}$$

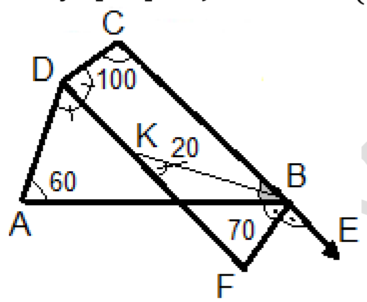
$$m(\hat{C}) = 130^0$$

bulunur.

Örnek: Verilen şekilde ABCD dörtgeninde, [BF] ve [DF] sırasıyla $A\widehat{B}E$ ve $A\widehat{D}C$ nin açıortaylarıdır. $m(\widehat{A}) = 60^0$ ve $m(\widehat{C}) = 100^0$ olduğuna göre, BFD açısının ölçüsünü bulunuz.



Çözüm: $A\widehat{B}C$ nin açıortayı [BK] nı çizersek, $m(K\widehat{B}F) = 90^0$ olur.

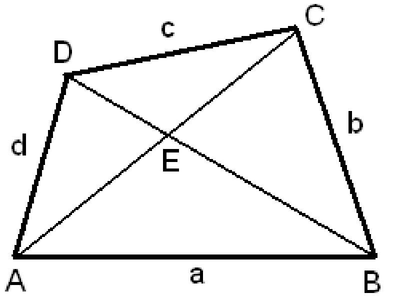


7.4. Teorem gereğince $m(F\widehat{K}B) = \frac{100-60}{2} = 20$ bulunur. KBF üçgeninden,

$$20 + 90 + m(\widehat{F}) = 180$$
$$m(\widehat{F}) = 70^0$$

olur.

7.5. Teorem: Bir dışbükey dörtgenin çevresi 2u olmak üzere köşegenlerin uzunlukları toplamı, dörtgenin çevresinden az, dörtgenin çevresinin uzunluğunun yarısından fazladır.



$$u = \frac{a+b+c+d}{2} \Leftrightarrow u < |AC| + |BD| < 2u$$

İspat: Bir üçgende kenarlardan birinin uzunluğu, diğer iki kenardan birinin uzunlukları toplamından küçük olacağından;

$$\text{ABE üçgeninde } a < |AE| + |EB|$$
$$\text{BEC üçgeninde } b < |BE| + |EC|$$

$$\text{CED üçgeninde } c < |CE| + |ED|$$
$$\text{DEA üçgeninde } d < |DE| + |EA|$$

bulunur. Bu eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa,

$$a + b + c + d < 2|AE| + 2|EC| + 2|BE| + 2|ED|$$
$$\frac{a+b+c+d}{2} < |AC| + |BD| \qquad (1)$$

elde edilir. Ayrıca,

$$\text{ABC üçgeninden } |AC| < a + b$$
$$\text{ADC üçgeninden } |AC| < c + d$$
$$\text{ABD üçgeninden } |BD| < a + d$$
$$\text{CBD üçgeninden } |BD| < b + c$$

bulunur. Bu eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa,

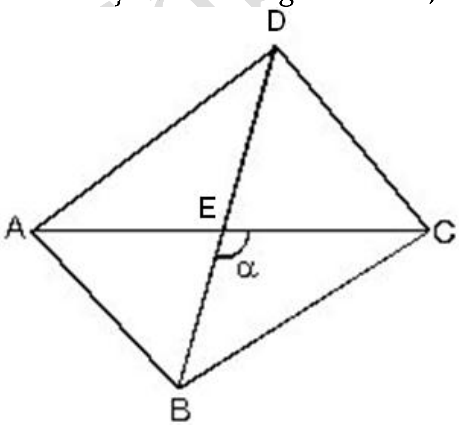
$$2|AC| + 2|BD| < 2a + 2b + 2c + 2d$$
$$|AC| + |BD| < a + b + c + d \qquad (2)$$

elde edilir. (1) ve (2) den,

$$\frac{a+b+c+d}{2} < |AC| + |BD| < a + b + c + d$$
$$u < |AC| + |BD| < 2u$$

olur.

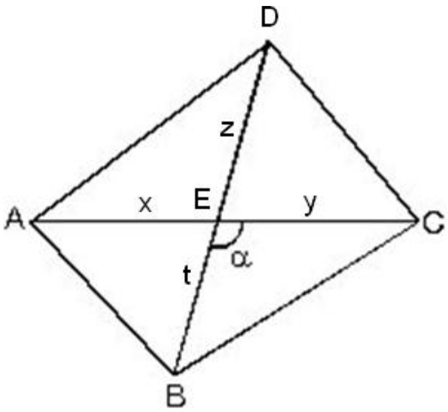
7.6. Teorem: Bir dörtgende köşegenlerin uzunlukları e ve f olmak üzere, köşegenler arasındaki açı α ise dörtgenin alanı;



$$A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha$$

dir.

İspat: $\sin(180 - \alpha) = \sin\alpha$ olduğunu trigonometri konusundan biliyoruz (Bk. trigonometri). $|AE| = x$, $|EC| = y$, $|DE| = z$, $|BE| = t$ alınırsa,



AEB üçgeni için $A(A\hat{E}B) = \frac{x \cdot t \cdot \sin(180-\alpha)}{2} = \frac{x \cdot t \cdot \sin\alpha}{2}$

BEC üçgeni için $A(B\hat{E}C) = \frac{t \cdot y \cdot \sin\alpha}{2}$

CED üçgeni için $A(C\hat{E}D) = \frac{y \cdot z \cdot \sin(180-\alpha)}{2} = \frac{y \cdot z \cdot \sin\alpha}{2}$

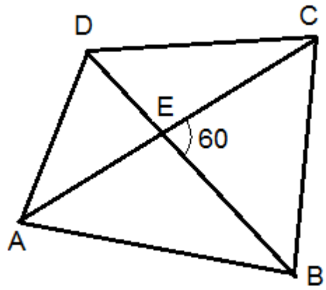
DEA üçgeni için $A(D\hat{E}A) = \frac{x \cdot z \cdot \sin\alpha}{2}$

olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(A\hat{E}B) + A(B\hat{E}C) + A(C\hat{E}D) + A(D\hat{E}A) \\ &= \frac{x \cdot t \cdot \sin\alpha}{2} + \frac{t \cdot y \cdot \sin\alpha}{2} + \frac{y \cdot z \cdot \sin\alpha}{2} + \frac{x \cdot z \cdot \sin\alpha}{2} \\ &= \frac{(xt+ty+yz+zx)\sin\alpha}{2} \\ &= \frac{(xt+ty+yz+zx)\sin\alpha}{2} \\ &= \frac{[t(x+y)+z(y+x)]\sin\alpha}{2} \\ &= \frac{(t+z)(x+y)\sin\alpha}{2} \\ &= \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha \end{aligned}$$

bulunur.

Örnek: ABCD dörtgeninde, [AC] ve [BD] köşegenlerdir. $|AC| = 9$ cm, $|BD| = 12$ cm ve $m(B\hat{E}C) = 60^0$ ise ABCD dörtgeninin alanını bulunuz.

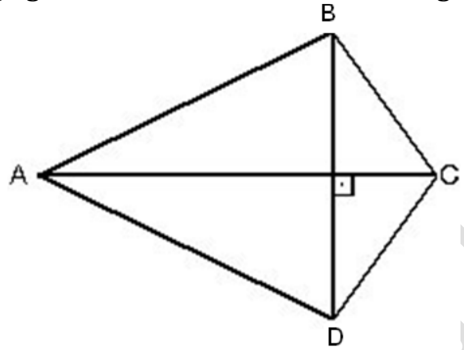


Çözüm: 7.6. Teoremden,

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{1}{2}\,|AC|\cdot|BD|\cdot\sin\alpha \\ &= \frac{9\cdot 12}{2}\cdot\sin 60 \\ &= 27\sqrt{3} \end{aligned}$$

bulunur.

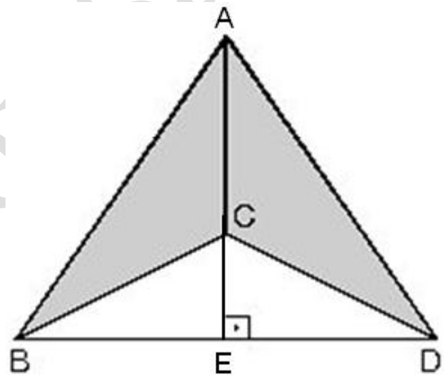
7.1. Sonuç: Köşegenleri birbirine dik olan dörtgenin alanı;



$$A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|, \quad (\sin 90 = 1)$$

dir.

7.6. Teorem: Köşegen doğruları birbirine dik olan bir içbükey dikdörtgenin alanı,



$$A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|$$

dir.

İspat: $|BD| = |BE| + |ED|$

ABC üçgeninin alanı $A(A\widehat{B}C) = \frac{|AC|\cdot|BE|}{2}$

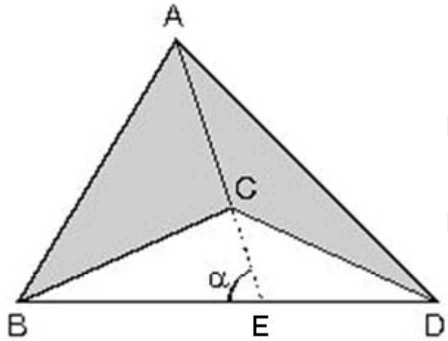
ADC üçgeninin alanı $A(A\widehat{D}C) = \frac{|AC|\cdot|ED|}{2}$

dir. Buna göre,

$$\begin{aligned}A(ABCD) &= A(A\widehat{B}C) + A(A\widehat{D}C)\\ &= \frac{|AC|\cdot|BE|}{2} + \frac{|AC|\cdot|ED|}{2}\\ &= \frac{|AC|(|BE|+|ED|)}{2}\\ &= \frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\end{aligned}$$

bulunur.

7.7. Teorem: Köşegenleri ve köşegenlerin arasındaki açısının ölçüsü bilinen içbükey dörtgenin alanı;



$$A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\cdot \sin\alpha$$

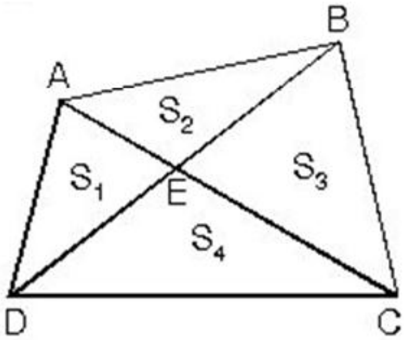
dir.

İspat: $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenleri olsun. $|AC| = |AE| - |EC|$, $\sin(180-\alpha) = \sin\alpha$ olduğundan,

$$\begin{aligned}A(ABCD) &= A(A\widehat{B}E) - A(E\widehat{B}C) + A(A\widehat{D}E) - A(E\widehat{D}C)\\ &= \frac{1}{2}|AE||BE|\cdot\sin\alpha - \frac{1}{2}|CE||BE|\cdot\sin\alpha + \frac{1}{2}|AE||ED|\cdot\sin(180-\alpha) -\\ &\qquad -\frac{1}{2}|CE||ED|\cdot\sin(180-\alpha)\\ &= \frac{1}{2}\left[|AE||BE| - |CE||BE| + |AE||ED| - |CE||ED|\right]\cdot\sin\alpha\\ &= \frac{1}{2}\left[\left(|AE| - |CE|\right)|BE| + (|AE| - |CE|)|ED|\right]\cdot\sin\alpha\\ &= \frac{1}{2}\left[|AC|\cdot|BE| + |AC|\cdot|ED|\right]\cdot\sin\alpha\\ &= \frac{1}{2}\left[|AC|(|BE| + |ED|)\right]\cdot\sin\alpha\\ &= \frac{1}{2}|AC|\cdot|BD|\cdot\sin\alpha\end{aligned}$$

bulunur.

7.8. Teorem: Dışbükey bir dörtgende köşegenlerin dörtgende ayırmış olduğu düzlemsel bölgenin alanları arasındaki bağıntı;



$$s_1 \cdot s_3 = s_2 \cdot s_4$$

dir.

İspat: ABE ile ADE üçgenlerinin yükseklikleri aynı olduğundan "Yükseklikleri aynı olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşittir" teoremine göre,

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{|DE|}{|EB|} \qquad (1)$$

ya, yine DCE ile BCE üçgenlerinin yükseklikleri aynı olduğundan

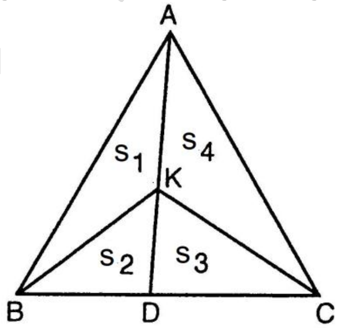
$$\frac{s_4}{s_3} = \frac{|DE|}{|EB|} \qquad (2)$$

olur. (1) ve (2) eşitliklerinden,

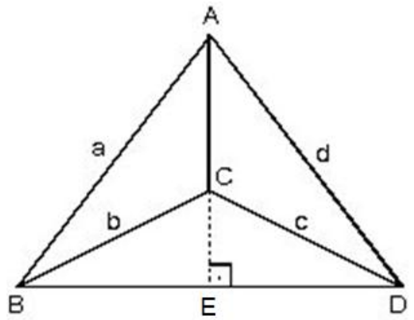
$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{s_4}{s_3} \text{ ise } s_1 \cdot s_3 = s_2 \cdot s_4$$

bulunur. //

Teoremin ispatı aşağıdaki şekildeki gibi üçgenler için de geçerlidir.



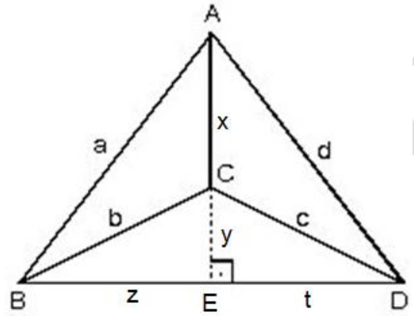
7.10. Teorem: Köşeleri dik kesişen içbükey bir dörtgende karşılıklı kenarların uzunluklarının kareleri toplamı birbirine eşittir.



$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

dir.

İspat: $|AC| = x$, $|BE| = y$, $|BE| = z$, $|DE| = t$ olsun.



ABE, BCE, CDE, DAE üçgenleri dik üçgen olduğundan, Pisagor teoreminden,

$$a^2 = (x+y)^2 + z^2, \quad b^2 = y^2 + z^2$$
$$c^2 = y^2 + t^2, \quad d^2 = t^2 + (x+y)^2$$

olur. 1. denklemle 3. denklem, 2. denklemle 4. Denklem taraf tarafa toplanırsa,

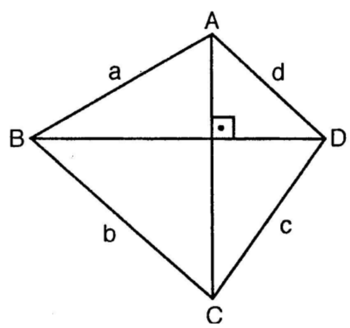
$$a^2 + c^2 = (x+y)^2 + z^2 + y^2 + t^2$$
$$b^2 + d^2 = y^2 + z^2 + t^2 + (x+y)^2$$

olduğundan,

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

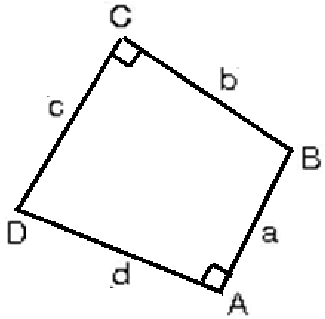
elde edilir. //

Teoremin ispatı konveks (içbükey) dörtgen olan aşağıdaki şekil için de geçerlidir.



$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

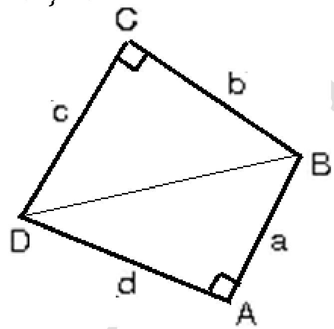
7.11. Teorem: Bir dörtgende karşılıklı iki iç açının ölçüleri 90^0 ise, bu açılarının dik kenarlarının karelerinin toplamı birbirine eşittir.



$a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

dir.

İspat: [BD] doğrusunu çizelim.



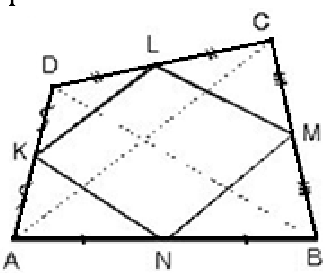
ABD, BCD üçgenleri dik üçgen olduğundan, Pisagor teoreminden,

$$a^2 + d^2 = |AC|^2,\ b^2 + c^2 = |BD|^2$$

$$a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$

bulunur.

7.12. Teorem: Bir dışbükey dörtgende kenarların orta noktalarını birleştirilmesiyle oluşan dörtgen paralelkenardır. Bu paralelkenarın çevresi dörtgenin köşegenlerinin toplamıdır.



ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M, N ise

a) KLMN Paralelkenardır
b) $Ç(KLMN) = |AC| + |BD|$
dir.

İspat: a) [AC] ve [BD] doğru parçalarını çizelim.

$[LM]//[BD]$ için $\overset{\triangle}{CLM} \sim \overset{\triangle}{CDB}$ dir. Temel benzerlik teoreminden $|LM| = \frac{|DB|}{2}$

$[KN]//[BD]$ için $\overset{\triangle}{AKN} \sim \overset{\triangle}{ADB}$ dir. Temel benzerlik teoreminden $|KN| = \frac{|DB|}{2}$
olacağından $|LM| = |KN|$ bulunur.

$[KL]//[AC]$ için $\overset{\triangle}{DKL} \sim \overset{\triangle}{DAC}$ dir. Temel benzerlik teoreminden $|KL| = \frac{|AC|}{2}$

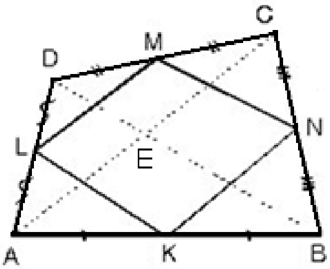
$[MN]//[AC]$ için $\overset{\triangle}{BNM} \sim \overset{\triangle}{BAC}$ dir. Temel benzerlik teoreminden $|MN| = \frac{|AC|}{2}$
olacağından $|KL| = |MN|$ bulunur.

$|LM| = |KN|$ ve $|KL| = |MN|$ olduğundan KLMN bir paralelkenardır.

b) $|LM| = |KN| = \frac{|DB|}{2}$ ve $|KL| = |MN| = \frac{|AC|}{2}$ olduğundan
$$Ç(KLMN) = |LM| + |KN| + |KL| + |MN| = |AC| + |BD|$$
bulunur. //

Şimdi verilecek olan teorem ve sonuçta, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare kavramı var. Dikdörtgen ve kare tanımları daha önceki konularda bahsedilmiştir. Ama eşkenar dörtgen kavramı henüz verilmemiştir. Eşkenar dörtgen bütün kenarları eşit olan paralelkenarlara eşkenar dörtgen denir. Bu konuda ileri de geniş şekilde bahsedilecektir.

7.13. Teorem: Herhangi bir dörtgenin köşegenlerinin uzunlukları birbirine eşit ise, kenarlarının ortaları bir eşkenar dörtgenin köşeleridir.



$|AL| = |LD|$, $|AK| = |KB|$, $|BN| = |NC|$, $|DM| = |MC|$, $|AC| = |BD| \Leftrightarrow$ KLMN Eşkenar dörtgen

İspat: $[LK]//[MN]//[BD]$ ve $|LK| = |MN| = \dfrac{|BD|}{2}$

$[LM]//[KN]//[AC]$ ve $|LM| = |KN| = \dfrac{|AC|}{2}$

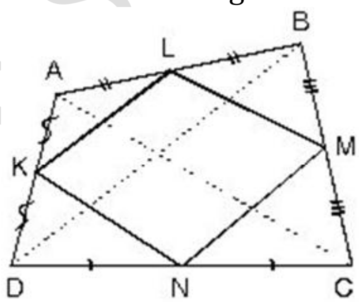
olduğundan KLMN eşkenar dörtgendir.

7.2. Sonuç: ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M, N olsun.

a) Köşegenler birbirine dikse KLMN dörtgeni bir dikdörtgendir.

b) Köşegenler eşit ve birbirine dikse KLMN dörtgeni bir karedir.

7.14. Teorem: Bir dışbükey dörtgende kenarların orta noktalarını birleştirilmesiyle oluşan paralelkenar dörtgenin alanının yarısına eşittir.



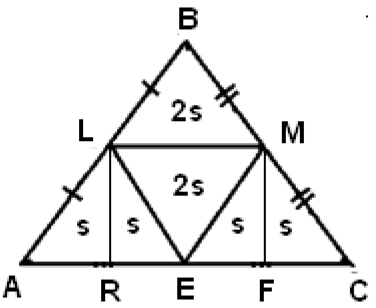
ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M, N ise

$$A(KLMN) = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ dir.}$$

İspat: $A(B\widehat{L}M) = 2s$ alınırsa 4.8. teoremden,

$$A(A\widehat{L}E) = A(L\widehat{E}M) = A(E\widehat{M}C) = 2s$$

olur. Buna göre $|AR| = |RE| = |EF| = |FC|$ olduğundan



$$A(A\hat{L}R) = A(R\hat{L}E) = A(E\hat{M}F) = A(C\hat{M}F) = s$$

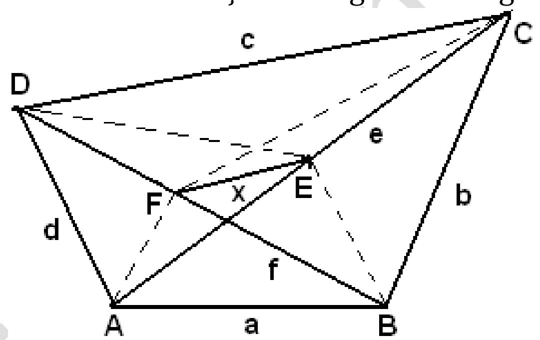
olacağından,

$$A(LMFR) = \frac{8s}{2} = \frac{A(ABC)}{2}$$

$$A(KLMN) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

elde edilir.

7.15. Teorem: Kenar uzunlukları a, b, c ve d olan üçgenlerde, e ve f köşegenlerinin orta noktaların birleştiren doğru uzunluğu x ise,



$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = e^2 + f^2 + 4x^2$$

dir.

İspat: Kenarortay teoreminden,

ABC üçgeninde $2|EB|^2 + \frac{e^2}{2} = a^2 + b^2$

ABD üçgeninde $2|AF|^2 + \frac{f^2}{2} = a^2 + d^2$

ADC üçgeninde $2|DE|^2 + \frac{f^2}{2} = c^2 + d^2$

BDC üçgeninde $2|CF|^2 + \frac{f^2}{2} = c^2 + b^2$

yazılabilir. Bu eşitlikleri taraf tarafa toplarsak,

$$2(|EB|^2 + |AF|^2 + |DE|^2 + |CF|^2) + e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \quad (1)$$

bulunur. Yine kenarortay teoreminden,

BDE üçgeninde $2x^2 + \frac{f^2}{2} = |DE|^2 + |EB|^2$

AFC üçgeninde $2x^2 + \frac{e^2}{2} = |AF|^2 + |CF|^2$

yazılabilir. Bu iki eşitlik taraf tarafa toplarsak,

$$4x^2 + \frac{e^2}{2} + \frac{f^2}{2} = |AF|^2 + |CF|^2 + |DE|^2 + |EB|^2 \qquad (2)$$

bulunur. (1) ve (2) eşitliklerinden

$$2\left(4x^2 + \frac{e^2}{2} + \frac{f^2}{2}\right) + e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$$
$$8x^2 + 2e^2 + 2f^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$$
$$4x^2 + e^2 + f^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

elde edilir.

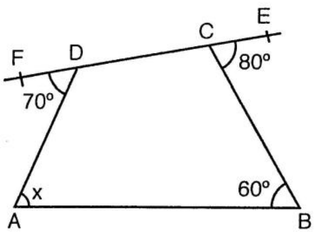
7.1. Açıklama: Dışbükey dörtgenler özel olarak;

1. Dikdörtgen
2. Kare
3. Paralelkenar
4. Eşkenar Dörtgen
5. Yamuk
6. Deltoid

olmak üzere altı çeşittir.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

1.



ABCD bir dörtgen

F, D, C, E doğrusal

$m(\widehat{FDA}) = 70°$

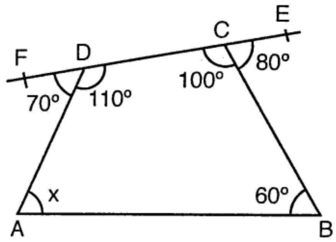
$m(\widehat{ECB}) = 80°$

$m(\widehat{CBA}) = 60°$

Verilere göre $m(D\widehat{A}B) = x$ kaç derecedir?

A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

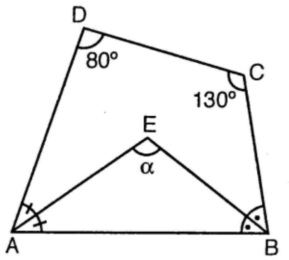
Çözüm:



$m(A\hat{D}C) = 180 - 70 = 110$ ve $m(D\hat{C}B) = 180 - 80 = 100$
Dörtgende iç açılar toplamı 360^0 ise $x + 110 + 100 + 60 = 360$ ise $x = 90^0$ dir.

Cevap: C

2.



ABCD bir dörtgen

[AE] ve [BE] açıortay

$m(\widehat{ADC}) = 80°$

$m(\widehat{DCB}) = 130°$

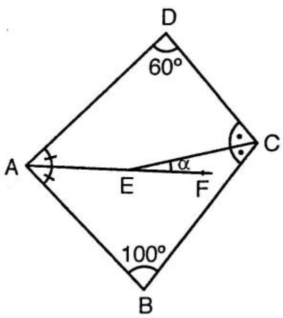
Verilere göre $m(A\hat{E}B) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

Çözüm: $\alpha = \frac{m(\hat{D})+m(\hat{C})}{2} = \frac{80+130}{2} = 105^0$

Cevap: B

3.



ABCD bir dörtgen

[AF ve [CE açıortay

$m(\widehat{ADC}) = 60°$

$m(\widehat{ABC}) = 100°$

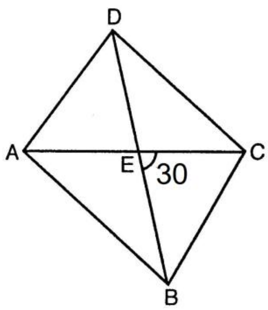
Verilere göre $m(C\hat{E}F) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Çözüm: $\alpha = \frac{m(\hat{B})+m(\hat{D})}{2} = \frac{100-60}{2} = 20^0$

Cevap: A

4.



ABCD bir dörtgen

$m(\widehat{CEB}) = 30°$

$|AC| = 8$ cm

$|BD| = 9$ cm

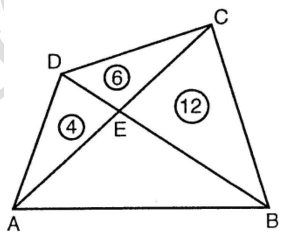
Verilere göre A(ABCD) kaç cm² dir? ($\sin 30 = \frac{1}{2}$)

A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm: $A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha$
$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 9 \cdot \sin 30$
$= 18 \text{ cm}^2$

Cevap: D

5.



ABCD bir dörtgen

$[BD] \cap [AC] = \{E\}$

$A(ADE) = 4 \text{ cm}^2$

$A(DEC) = 6 \text{ cm}^2$

$A(CEB) = 12 \text{ cm}^2$

Verilere göre A(ABCD) kaç cm² dir?

A) 24 B) 25 C) 27 D) 28 E) 30

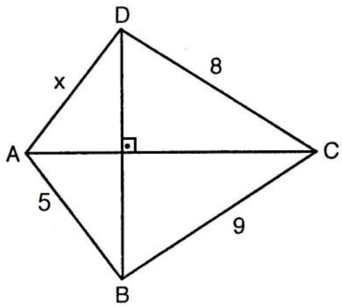
Çözüm: $A(A\hat{E}B) = s$ dersek
$A(A\hat{D}E) \cdot A(C\hat{E}B) = A(D\hat{E}C) \cdot A(A\hat{E}B)$
$4 \cdot 12 = 6 \cdot s$
$A(A\hat{E}B) = s = 8$

$$A(ABCD) = 8 + 4 + 12 + 6 = 30 \text{ cm}^2$$

bulunur.

Cevap: E

6.



ABCD bir dörtgen

$[AC] \perp [BD]$

$|AB| = 5$ cm

$|BC| = 9$ cm

$|DC| = 8$ cm

$|AD| = x$ cm

Verilere göre $|AD| = x$ kaç cm'dir?

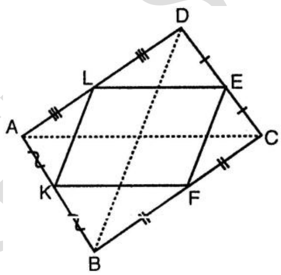
A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) 4

Çözüm: $x^2 + 9^2 = 8^2 + 4^2$

$x = 2\sqrt{2}$

Cevap: B

7.



ABCD bir dörtgen

E, F, K, L noktaları bulundukları kenarların orta noktalarıdır.

$|AC| = 12$ cm,

$|BD| = 18$ cm

Verilere göre Ç(EFKL) kaç cm'dir?

A) 27 B) 28 C) 30 D) 32 E) 33

Çözüm: ABCD dörtgeninde kenarların orta noktaları birleştirilişe EFKL bir paralelkenardır.

$$|EF| = |KL| = \frac{|BD|}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}$$

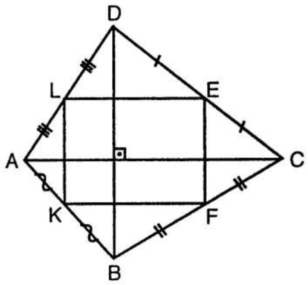
$$|EL| = |KL| = \frac{|AC|}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$Ç(EFKL) = 9 + 9 + 6 + 6 = 30 \text{ cm}$$

bulunur.

Cevap: C

8.



ABCD bir dörtgen

E, F, K, L bulundukları kenarların orta noktaları

[AC] ⊥ [BD]

|AC| = 16 cm

|BD| = 10 cm

Verilere göre A(EFKL) kaç cm^2 dir?

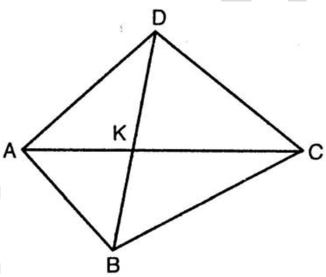
A) 34 B) 35 C) 36 D) 38 E) 40

Çözüm: $A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \text{ cm}^2$

$A(KLMN) = \frac{A(ABCD)}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}^2$

Cevap: E

9.



ABCD bir dörtgen

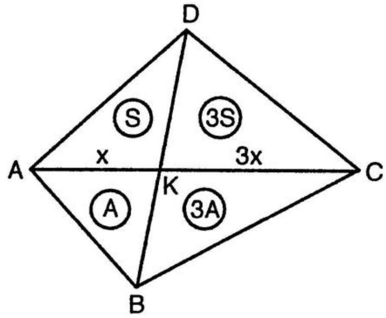
[AC] ve [BD] köşegenler

|KC| = 3|AK|

Verilere göre $\frac{A(ABCD)}{A(ABD)}$ oranı nedir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

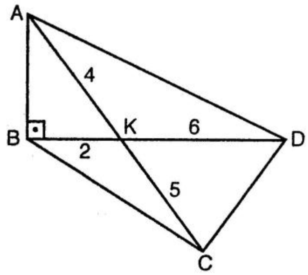
Çözüm: $|AC| = x$ dersek $|KC| = 3x$ olur. ADC üçgeninde $A(AKD) = S$ ise $A(DKC) = 3S$ dir. Yine ABC üçgeninde $A(AKB) = A$ ise $A(KBC) = 3A$ dır.



$$\frac{A(ABCD)}{A(ABD)} = \frac{4S+4A}{S+A} = 4$$

Cevap: A

10.



ABCD bir dörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

$[AB] \perp [BD]$

$|AK| = 4$ cm

$|KD| = 6$ cm

$|BK| = 2$ cm

$|KC| = 5$ cm

Verilere göre A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 10 B) $12\sqrt{3}$ C) 16 D) $18\sqrt{3}$ E) 20

Çözüm: ABK üçgeni 30–60–90 üçgeni olduğundan $m(AKB) = 60^0$ dir.

$$A(ABCD) = \frac{1}{2}|AC| \cdot |BD| \cdot \sin 60 = \frac{(4+5)\cdot(2+6)}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Cevap: D

11. Dışbükey bir dörtgende açılar ardışık dört terimidir. En küçük açı 60^0 olduğuna göre, en büyüğü kaç derecedir?

A) 130 B) 125 C) 120 D) 115 E) 110

Çözüm: Dikdörtgenin en küçük açısı 60, ondan sonrakiler $60 + r, 60 + 2r, 60 + 3r$ biçiminde olsunlar.

$60 + (60 + r) + (60 + 2r) + (60 + 3r) = 360$ ise $r = 20$

En büyük açı $60 + 3r = 60 + 3 \cdot 20 = 120^0$

Cevap: C

KAYNAKÇA

1. Ömer Efser Sarıgül, Hasan Kılıçaslan, Suavi Tokerler, Lise Geometri 2, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2000.
2. Şaban Bilgiç, Zeki Kıyak, Jale Gökçen, Lise Geometri 1, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2001.
3. Tahsin Çizenel, Geometri, Lise 1, Lise 2, Zafer-Tuna Yayınları, 4. Baskı, 1961.
4. Alaaddin ALTUNTAŞ, ÖSS Geometri, Birey Eğitim Yayınları, İstanbul, 2006.
5. Halil BIYIK, Nevzat ASMA, Geometri, Esen Yayınları, Ankara.
6. ÖSS Geometri Cep Kitabı, Final Yayınları, Komisyon, İstanbul, 1986.
7. Mehmet BARIŞ, Çözümlü Lise Geometri 1 ve 2, Ders Kitapları Anonim Şirketi, 2001, İstanbul.