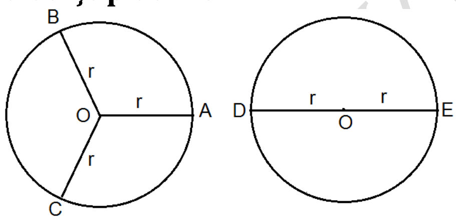
# 11. BÖLÜM
# ÇEMBERLERE GİRİŞ ve ÇEMBERDE AÇILAR

## ÇEMBERDE TEMEL KAVRAMLAR

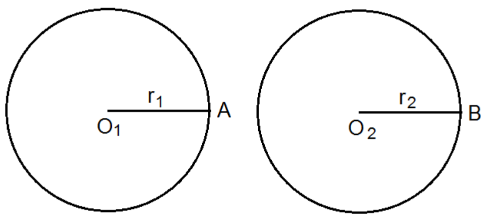
**11. 1. Tanım:** Düzlemde, sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine, **çember** denir. Burada, sabit noktaya **çemberin merkezi**, sabit uzaklığa da çemberin **yarıçapı** denir. Çemberin yarıçapı r harfiyle gösterilir. Yarıçapın iki katına da **çap** adı verilir.




$|OA| = |OB| = |OC| = |OD| = |OE| = r$ çemberin yarıçapıdır.
$|DE| = 2r$çemberin çapıdır.

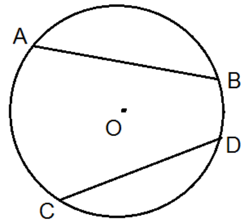
A, B, C, ... noktaları kümesi çemberdir. Bir çember, merkezi ve yarıçap uzunluğu ile belirlenir. Merkezi O ve yarıçap uzunluğu r olan çember kısaca Ç(O, r) şeklinde gösterilir.

**11.2. Tanım:** Yarıçap uzunlukları birbirine eşit olan çemberlere, eş çemberler denir.



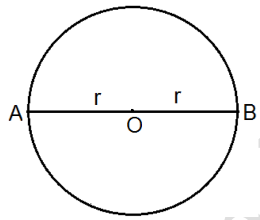

$|O_1A| = |O_2B|$ yani, $r_1 = r_2$ ise $Ç(O_1, r_1) = Ç(O_2, r_2)$ çemberleri eş çemberlerdir.

**11.3. Tanım:** Bir çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçasına, kiriş denir.



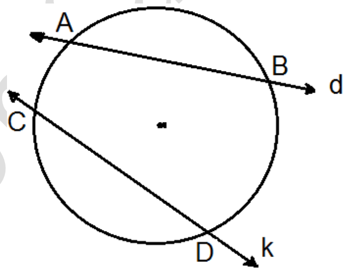

[AB] ve [CD], O merkezli çemberin kirişleridir.

**11.1. Aksiyom:** Bir çemberin merkezinden geçen en uzun kiriş, çemberin çapına eşittir.



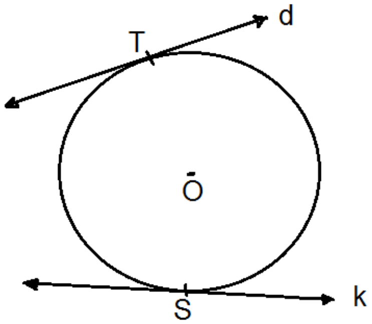

Ç(O, r) çemberinde $|AB| = 2r$ çemberin çapıdır.

**11.4. Tanım:** Bir çemberi farklı iki noktada kesen doğruya, **kesen** (çemberin keseni) denir.



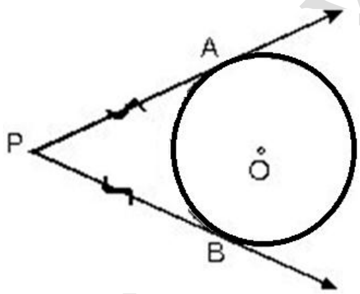

$d \cap Ç = \{A, B\}$ ve $k \cap Ç = \{C, D\}$ olduğundan, d ile k doğruları Ç(O, r) çemberinin iki kesenidir.

**11.5. Tanım:** Düzlemde çemberin bir noktasında kesen doğruya, **teğet** denir.

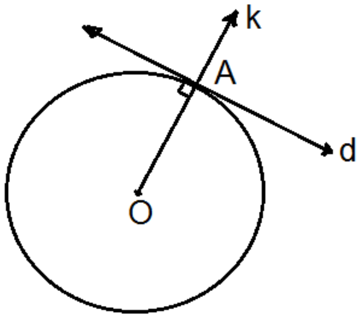



$d \cap Ç = \{T\}$ ve $k \cap Ç = \{S\}$ olduğundan, d ile k, Ç(O, r) çemberinin iki teğetidir. Çember ile teğetin kesim noktasına **teğetin değme noktası** denir. Şekilde T notası d doğrusunun, S noktası da k doğrusunun değme noktalarıdır.

**11.6. Tanım:** Bir çemberin dışındaki herhangi bir P noktasından çembere çizilen teğetler değme noktaları A ve B ise [PA] ve [PB] ye, **teğet parçaları** denir.



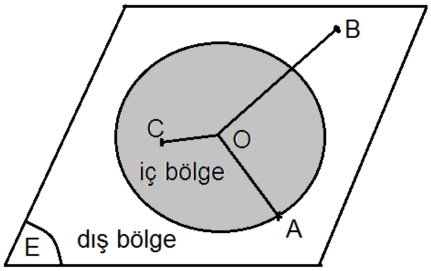

**11.7. Tanım:** Bir çemberin herhangi bir teğetine, değme noktasında dik olan doğruya, çemberin bu noktadaki **normali** denir.




Şekilde k doğrusu çemberin A noktasındaki normalidir ve $k \perp d$ dir.

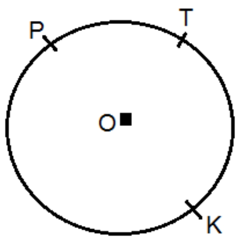
**11.2. Aksiyom:** Çemberin her normali, çemberin merkezinden geçer.

**11.8. Tanım:** Çember basit kapalı bir eğri olduğundan, bulunduğu düzlemde üç ayrık küme oluşturur. Çember düzleminde, çemberin merkezine uzaklığı yarıçap uzunluğundan küçük olan noktalar kümesine **çemberin iç bölgesi**, çemberin merkezine uzaklığı, yarıçap uzunluğundan büyük olan noktalar kümesine çemberin **dış bölgesi** denir. Çemberin merkezine uzaklığı yarıçap uzunluğuna eşit olan noktalar kümesine de **çemberin kendisi** denir.




**ÇEMBERDE AÇILAR VE YAYLAR**

**11.9. Tanım:** Çember üzerindeki herhangi iki noktası arasındaki parçasına, yay denir.



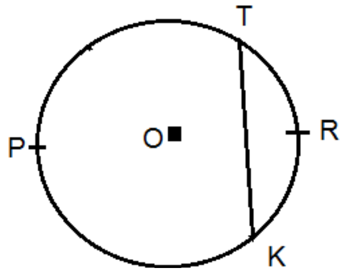

Şekilde P ile T, O merkezli çemberin üzerinde alınmış iki noktadır. Bu noktalar çemberi iki yay parçasına ayırmıştır. Her iki yayın da uç noktaları aynı olduğundan, PT yayı dendiğinde küçük olan yay anlaşılır. Büyük olan yayı ifade etmek için yay üzerinde farklı bir K noktası alınarak KP yayı şeklinde ifade edilebilir. Dolayısıyla P ile T noktaları çemberi PT ve KP olmak üzere iki yay parçasına ayırmış oluyorlar.

PT ve KP yaylarının ölçüleri derece türünden gösterimi $\overset{\frown}{PT}$ ve $\overset{\frown}{KP}$, uzunlukları ise $|PT|$ $ve$ $|PK|$ biçiminde ifade edilir. Buna göre,

$$\overset{\frown}{PT} + \overset{\frown}{KT} + \overset{\frown}{KP} = 360^0$$

olur.

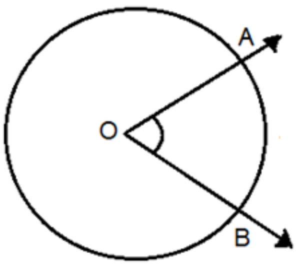
**11.10. Tanım:** Bir çember üzerinde [TK] kirişinde $\overset{\frown}{TRK}$ ve $\overset{\frown}{TPK}$ iki yay bulunur. Bu çember üzerinde $\overset{\frown}{TRK}$ ya [TK] kirişinin küçük yayı, TPK ya [TK] kirişinin büyük yayı denir.




Bir çemberde çap, çemberi ölçüleri ve uzunlukları iki yaya ayırır. Bu yaylara yarım çemberler denir.

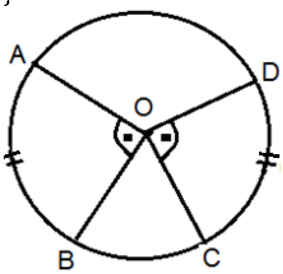
### 1. Merkez Açı

**11.11. Tanım:** Çemberin merkezinden çıkan iki ışının oluşturduğu açıya, çemberin merkez açısı denir.




O merkezli çemberde [OA] ve [OB ışınlarının oluşturduğu AOB aşçısı merkez açıdır. Şekildeki AOB merkez açısının kolları arasında kalan AB yayına, bu merkez açısının gördüğü yay denir.

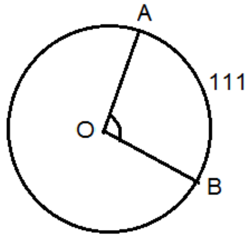
Bir çemberde, ölçüleri aynı olan yaylara eş yaylar denir. Bu eş yayları gören merkez açılara da eş açılar denir.




$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ve $m\left(A\hat{O}B\right) = m(C\hat{O}D)$

Bir çemberde iki merkez açı eş ise, bu merkez açıların gördüğü yaylarda eştir.

**Örnek:** O merkezli çemberde merkez açının gördüğü AB yayının ölçüsü $111^0$ ise, merkez açının ölçüsünü bulunuz.

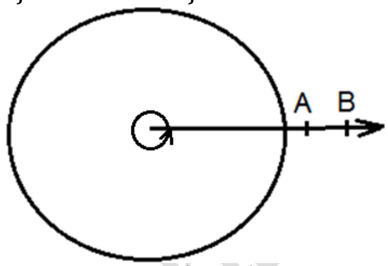



Çözüm: Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan,

$$m\left(A\hat{O}B\right) = 111^0$$

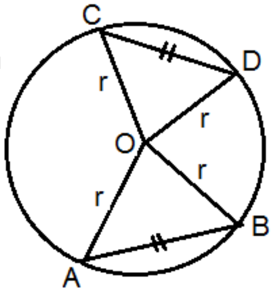
dir.

**11.12. Tanım:** Bir çemberde ölçüsü $360^0$ olan açılara tam açı denir.




Şekilde AOB açısı tam açıdır. $m\left(A\hat{O}B\right) = 360^0$

**11.1. Teorem:** Bir çemberde, eş kirişlerin yayları eştir.

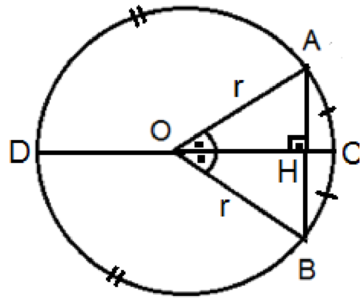



O merkezli çemberde, $[AB] \cong [CD] \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

İspat: $|AB| = |CD|$ ve $|OA| = |OB| = |OC| = |OD| = r$ olduğundan, K.K.K. eşlik teoremine göre $O\overset{\triangle}{A}B \cong O\overset{\triangle}{D}C$ olur.

**11.1. Sonuç:** Bir çemberde eş yayların kirişleri de eştir.

**11.2. Teorem:** Bir çemberde, merkezden çemberin herhangi bir kirişine indirilen dikme bu kirişin ayırdığı yayları ortalar.




O merkezli çemberde $[OH] \perp [AB] \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ ve $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$

İspat: OAB üçgeni ikizkenar üçgendir. O halde [AB] tabanına ait yükseklik aynı zamanda tepe açısının açıortayı olduğundan, $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$ olur. Buna göre, bu merkez açıların gördüğü yaylarda eştir. Şu halde,

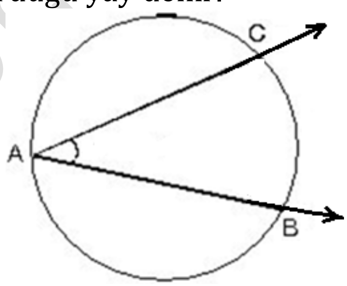
$AHC \cong BHC \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

$m(\widehat{AOD}) = m(\widehat{BOD}) \Leftrightarrow \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$

olur.

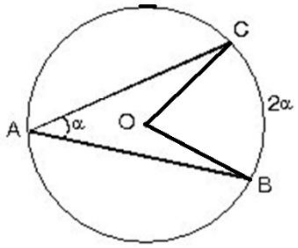
## 2. Çevre Açı

**11.13. Tanım:** Bir çemberde kenarları kesen ve köşesi çember üzerinde olan açıya, çevre açı denir. Bir çevre açının kolları arasında bulunan yay parçasına, çevre açının gördüğü yay denir.



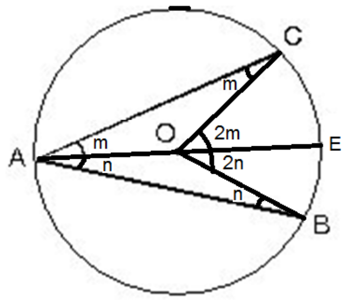

$m(\widehat{CAB})$ çevre açı ve $\overset{\frown}{BC}$ gördüğü yay

**11.3. Teorem:** Bir çemberde çevre açısının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.




Ç(O, r) çemberde BAC çevre açı, BC yayını görüyor $\Leftrightarrow$ $m(B\hat{A}C) = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}$

İspat: A, O, E doğrusal olacak şekilde [AO ışınını çizelim. Buna göre $m(B\hat{A}C) = \alpha = n + m$'dir.




OAB ile OCA üçgenleri ikizkenar olduğundan $m(O\hat{A}B) = m(O\hat{B}A) = n$ ve $m(O\hat{A}C) = m(O\hat{C}A) = m$ dir. Bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğundan,

$$m(B\hat{O}E) = 2n \text{ ve } m(C\hat{O}E) = 2m$$

$$m(B\hat{O}C) = 2n + 2m = 2\alpha$$

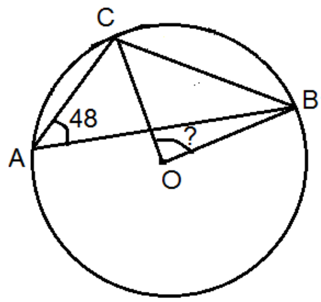
bulunur. Bir çemberde merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçülerine eşit olacağından,

$$m(B\hat{O}C) = \overset{\frown}{BC} = 2\alpha$$

$$m(B\hat{A}C) = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

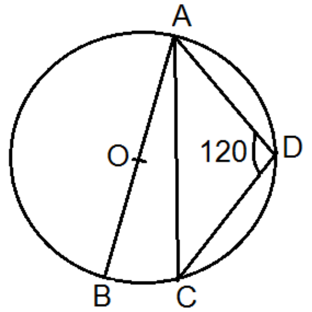
olur.

**Örnek:** Şekilde O merkezli çemberde, $m(B\hat{A}C) = 48^0$ ise $m(C\hat{O}B)$ kaç derecedir?



Çözüm: $m(B\hat{A}C) = 48^0$ oluğundan çevre açıdan $\overset{\frown}{BC} = 2 \cdot 48 = 96$ ve merkez açıdan $m(B\hat{T}D) = 96^0$ olur.

**Örnek:** O merkezli çemberde $m(A\hat{D}C) = 120^0$ olduğuna göre, BAC açısının ölçüsünü bulunuz.




Çözüm: $m(A\hat{D}C) = 120^0$ ise çevre açıdan $\overset{\frown}{ABC} = 240^0$ olur. O çemberin merkezi olduğundan $\overset{\frown}{AB} = 180^0$ dir. Buna göre,

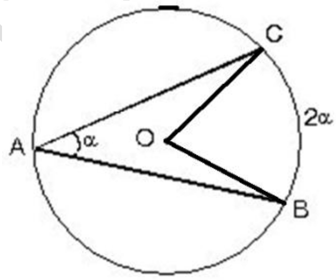
$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{ABC} - \overset{\frown}{AB} = 240 - 180 = 60^0$$

olur. Çevre açıdan,

$$m(B\hat{A}C) = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60}{2} = 30^0$$

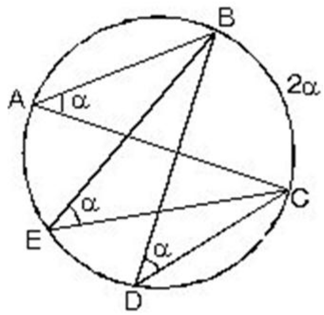
olur.

**11.2. Sonuç:** Bir çevre açının ölçüsü, aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.



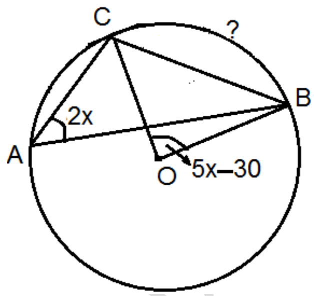

$$m(B\hat{A}C) = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2} \text{ ve } m(B\hat{O}C) = \overset{\frown}{BC} \Leftrightarrow m(B\hat{A}C) = \frac{m(B\hat{O}C)}{2}$$

**11.3. Sonuç:** Bir çemberde aynı yayı gören çevre açıların ölçüleri birbirine eşittir.




$$m(B\widehat{A}C) = m(B\widehat{E}C) = m(B\widehat{D}C) = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

**Örnek:** O merkezli çemberde $m(C\widehat{A}B) = 2x$ ve $m(C\widehat{O}B) = 5x - 30$ ise $\overset{\frown}{BC}$ kaç derecedir?



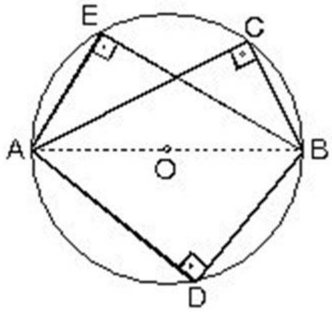

Çözüm: $m(C\widehat{A}B) = \frac{m(C\widehat{O}B)}{2}$

$2x = \frac{5x-30}{2}$

$x = 30$

$\overset{\frown}{BC} = m(C\widehat{O}B) = 5x - 30 = 120^0$

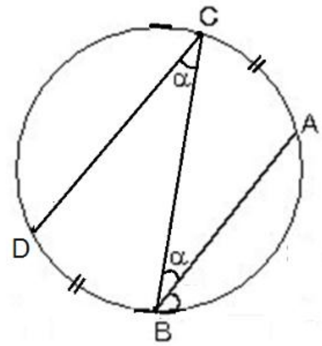
**11.4. Sonuç:** Bir çemberde çapı gören çevre açıların ölçüsü $90^0$ dir. [AB] çapı O merkezli çemberi $180^0$ lik iki eş veya böldüğünden,




$$m(A\widehat{C}B) = m(A\widehat{E}B) = m(A\widehat{D}B) = 90^0$$

**11.5. Sonuç:** Bir çemberde,
a) Ölçüleri eşit iki çevre açının gördüğü yayların ölçüleri eşittir.
b) Ölçüleri eşit iki yay parçasını gören çevre açıların ölçüleri eşittir.

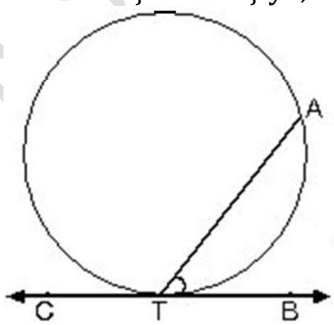
**11.6. Sonuç:** Bir çemberde, paralel iki kirişin arasında kalan yay parçaları birbirine eşittir.




$[AB] \mathbin{//} [CD] \Leftrightarrow ACD \cong BAD$ ve $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$

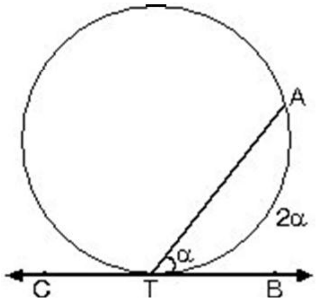
### 3. Teğet Kiriş Açı

**11.14. Tanım:** Köşesi çember üzerinde bulunan, kenarlarından biri çemberin teğeti, diğeri çemberin kirişi olan açıya, teğet kiriş açı denir.



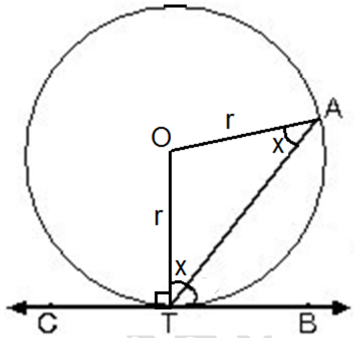

O merkezli çemberde CD doğrusu T noktasında çembere teğettir. ATB açısı çemberin bir teğet kiriş açısıdır. AT yayı da ATB teğet kiriş açısının gördüğü yaydır.

**11.4. Teorem:** Teğet kiriş açısının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.




ATB teğet kiriş açısı, $\overset{\frown}{AT} \Leftrightarrow m(A\hat{T}B) = \dfrac{\overset{\frown}{AT}}{2}$

İspat: [OA] ve [OT] nı çizersek, $[OT] \perp [CB]$ ve $\overset{\Delta}{OTA}$ ikizkenardır.




$m(O\hat{T}A) = m(O\hat{A}T) = x$ alınırsa,

$m(T\hat{O}A) = 180 - 2x$ ve $\dfrac{m(T\hat{O}A)}{2} = 90 - x$ (1)

$m(O\hat{T}B) = 90$ olduğundan $m(A\hat{T}B) = 90 - x$ (2)

dir. (1) ve (2) eşitliklerinden,

$m(A\hat{T}B) = \dfrac{m(T\hat{O}A)}{2}$ (3)

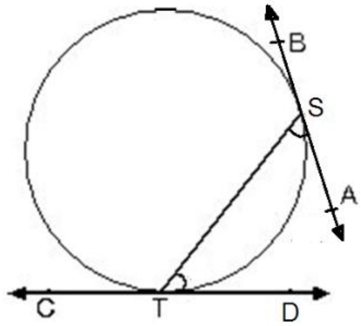
bulunur. TOA merkez açı olduğundan, $m(T\hat{O}A) = \overset{\frown}{AT}$ (4)

olur. (3) ve (4) eşitliklerinden,

$m(A\hat{T}B) = \dfrac{\overset{\frown}{AT}}{2}$

elde edilir.

**11.7. Sonuç:** Bir çemberde, aynı yayı gören teğet kiriş açılar eşittir.

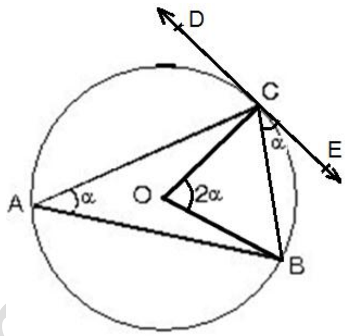



AST ve DTS teğet kiriş açıları aynı TS yayını görür $\Leftrightarrow m\left(A\widehat{S}T\right) = m\left(D\widehat{T}S\right) = \dfrac{\overset{\frown}{TS}}{2}$

**11.8. Sonuç:** Bir çemberde,

a) Aynı yayı gören teğet kiriş açılar ile çevre açıların ölçüleri birbirine eşittir.

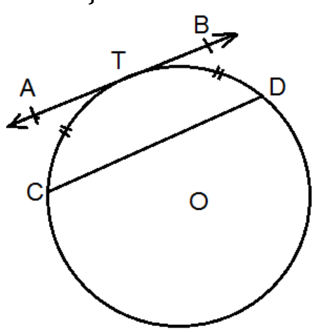
b) Teğet kiriş açısının ölçüsü aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.




ECB teğet kiriş, CAB çevre açı aynı yayı görür

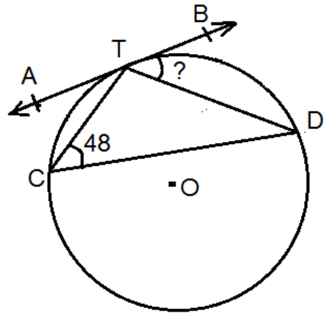
$m\left(E\widehat{C}B\right) = m\left(B\widehat{E}C\right) = \dfrac{m\left(C\widehat{O}B\right)}{2} = \dfrac{\overset{\frown}{CB}}{2}$

**11.9. Sonuç:** Bir çemberde, herhangi bir teğet ile buna paralel bir kirişin arasında kalan yay parçaları eştir.




$AB \mathbin{//} [CD] \Leftrightarrow TC \cong TD$ ve $\overset{\frown}{TC} = \overset{\frown}{TD}$ ve $|TC| = |TD|$

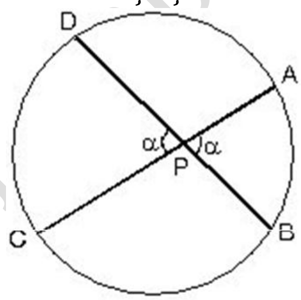
**Örnek:** Şekilde O merkezli çemberde, $m(T\hat{C}D) = 48^0$ ise $m(B\hat{T}D)$ kaç derecedir?




Çözüm: $m(T\hat{C}D) = 48^0$ oluğundan çevre açıdan $\overset{\frown}{TD} = 96^0$ ve teğet kiriş açıdan $m(B\hat{T}D) = \frac{96}{2} = 48^0$ olur.

## 4. Çemberde İç Açı

**11.15. Tanım:** Çember içinde kesişen iki kirişin veya kesenin oluşturduğu açılardan her birine, çemberin iç açısı denir.

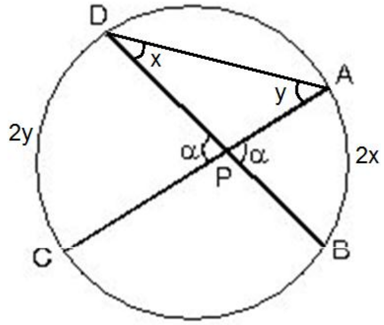



$[AC]$ ile $[BD]$ kirişlerinin oluşturduğu, $A\hat{P}B, C\hat{P}D, A\hat{P}D, C\hat{P}B$ birer iç açıdır, $A\hat{P}B = C\hat{P}D$ ve $A\hat{P}D = C\hat{P}B$ dir.

**11.5. Teorem:** Bir iç açının ölçüsü, kenarları arasında kalan yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.

$[AC]$ ile $[BD]$ kiriş $\Leftrightarrow m(A\hat{P}B) = m(C\hat{P}D) = \frac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}}{2}$

İspat: $[AD]$ nu çizelim. $m(A\hat{D}B) = x, m(D\hat{A}C) = y$ alalım.




Çevre açıdan $\overset{\frown}{AB} = 2x, \overset{\frown}{CD} = 2y$ olur. Buna göre,

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = 2(x+y) \qquad (1)$$

APD üçgenine göre APB dış açıdır. "Bir dış açı kendisine komşu olmayan iç açıların toplamına eşittir" olduğuna göre,

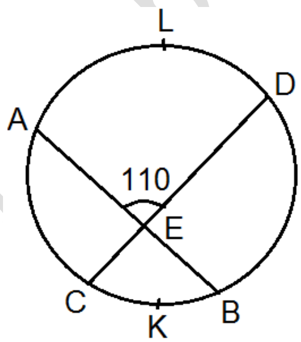
$$m(A\widehat{P}B) = \alpha = x + y \qquad (2)$$

dir. (1) ve (2) eşitliklerinden,

$$m(A\widehat{P}B) = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

elde edilir.

**Örnek:** Şekilde $m(A\widehat{E}D) = 110^0$ ve $\overset{\frown}{CKB} = 60^0$ olduğuna göre ALD yayının ölçüsünü bulunuz.



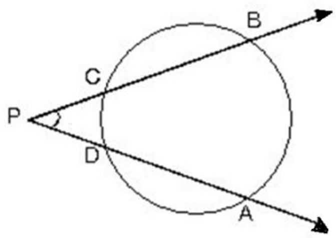

Çözüm: $\dfrac{\overset{\frown}{ALD} + \overset{\frown}{CKB}}{2} = 110$

$\dfrac{\overset{\frown}{ALD} + 60}{2} = 110$

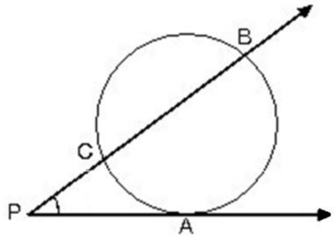
$\overset{\frown}{ALD} = 160^0$

### 5. Çemberde Dış Açı

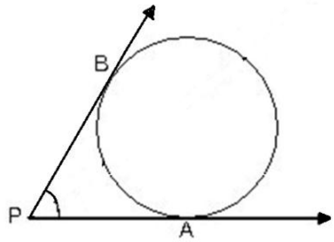
**11.16. Tanım:** Köşesi çemberin dış bölgesinde olan, iki kesenin, iki teğetin veya bir teğet ile bir kesenin oluşturduğu açıya, çemberin dış açısı denir.




[PA ve [PB kesenler
APB dış açı

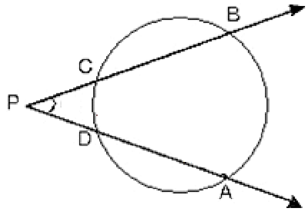



[PA teğet ve [PB kesen
APB dış açı



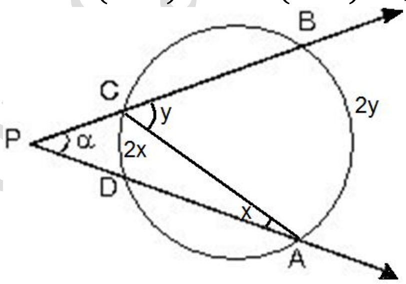

[PA ve [PB teğet
APB dış açı

**11.6. Teorem:** Bir dış açının ölçüsü, kenarlarının çemberden ayırdığı ve açının iç bölgesinde bulunan büyük yay ile küçük yayın ölçüleri farkının yarısına eşittir.




[PA, [PB kesen ya da teğet $\Leftrightarrow$ $m(A\widehat{P}B) = m(C\widehat{P}D) = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

İspat: [AC] nu çizelim. $m(B\widehat{C}A) = x, m(B\widehat{C}A) = y$ alalım.




Çevre açıdan $\overset{\frown}{AB} = 2y, \overset{\frown}{CD} = 2x$ olur. Buna göre,

$\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD} = 2(y - x)$ (1)

APC üçgenine göre ACB dış açıdır. “Bir dış açı kendisine komşu olmayan iç açıların toplamına eşittir” olduğuna göre,

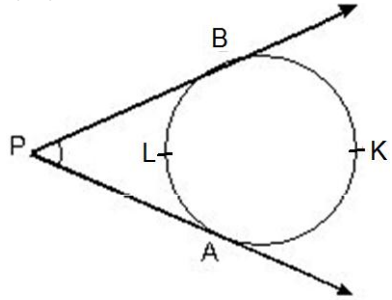
$m(A\widehat{P}B) = \alpha = y - x$ (2)

dir. (1) ve (2) eşitliklerinden,

$m(A\widehat{P}B) = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

elde edilir.

**11.7. Teorem:** Kenarları çembere teğet olan bir dış açının ölçüsü ile bu çember üzerinde ayırdığı yaylardan küçük olanının ölçüleri toplamı $180^0$ dir.




[PA ve [PB çembere teğet $\Leftrightarrow m(A\widehat{P}B) + \overset{\frown}{ALB} = 180^0$

İspat: 11.6. Teoremden,

$m(A\widehat{P}B) = \dfrac{\overset{\frown}{AKB} - \overset{\frown}{ALB}}{2}$ (1)

yazılabilir. Ayrıca,

$\overset{\frown}{AKB} + \overset{\frown}{ALB} = 360^0$ (2)

dir. (1) ve (2) eşitliklerinden,

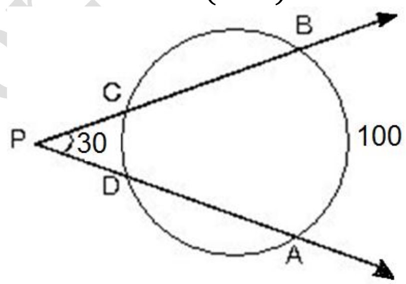
$m(A\widehat{P}B) = \dfrac{360 - \overset{\frown}{ALB} - \overset{\frown}{ALB}}{2}$

$m(A\widehat{P}B) = 180 - \overset{\frown}{ALB}$

$m(A\widehat{P}B) + \overset{\frown}{ALB} = 180^0$

bulunur.

**Örnek:** Şekilde $\overset{\frown}{AB} = 100^0$ ve $m(A\widehat{P}B) = 30^0$ ise $\overset{\frown}{CD}$ yi bulunuz.

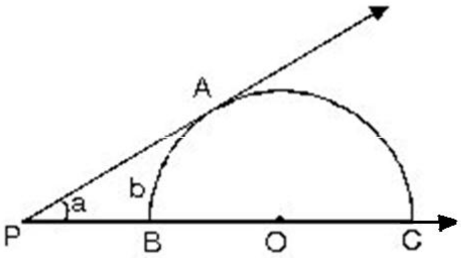



Çözüm: $m(A\widehat{P}B) = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

$30 = \dfrac{100 - \overset{\frown}{CD}}{2}$

$\overset{\frown}{CD} = 40^0$

**11.10. Sonuç:** Bir kenarları çembere teğet, diğeri merkezden geçen kesen olan bir dış açının ölçüsü ile bu çember üzerinde ayırdığı yaylardan küçük olanının ölçüleri toplamı $90^0$ dir.

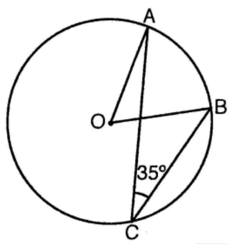



[PA çembere teğet ve [PC kesen $\Leftrightarrow m\left(\widehat{APB}\right) + \overset{\frown}{AB} = 90^0$

**ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR**

**Çember Açı**

**1.**




O, çemberin merkezi
A, B ve C noktaları
çember üzerinde

$m(\widehat{ACB}) = 35°$

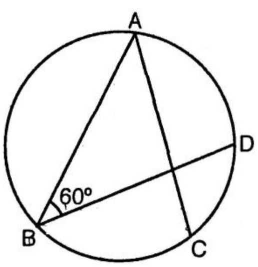
Verilere göre $m(\widehat{AOB})$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

Çözüm: Çevre açı yayı yarısı olduğundan $\overset{\frown}{AB} = 2 \cdot 35 = 70$ dir.
Merkez açı yay ile aynı olduğundan $m\left(\widehat{AOB}\right) = 70^0$ dir.

Cevap: E

**2.**




A, B, C ve D noktaları
çember üzerinde

$m(\widehat{ABD}) = 60°$

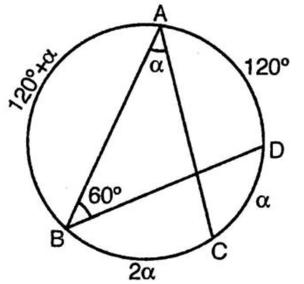
$m(\overset{\frown}{BC}) = 2.m(\overset{\frown}{CD})$

$|AB| = |AC|$

Verilere göre $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm: $m(B\widehat{A}C) = \alpha$ olsun. $\overset{\frown}{BC} = 2\alpha$ ve $\overset{\frown}{DC} = \alpha$ dir.



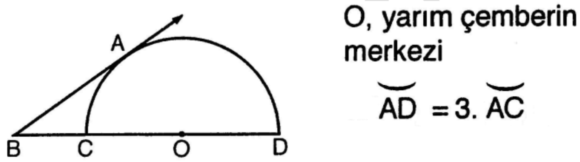

$|AB| = |AC|$ olduğundan $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AB} = 120 + \alpha$ olur. Buna göre çemberin çevresinden;

$$120 + \alpha + 120 + \alpha + 2\alpha = 360$$
$$\alpha = 30^0$$

olur.

Cevap: A

**3.**




Verilen şekilde [BA, çembere A noktasında teğet olduğuna göre, $m(A\widehat{B}D)$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Çözüm: $\overset{\frown}{AC} = \alpha$ alınırsa $\overset{\frown}{AD} = 3\alpha$ olur.

$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AD} = 180$$
$$\alpha + 3\alpha = 180$$
$$\alpha = 45$$

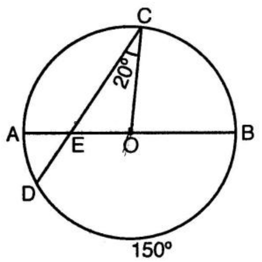
dir. Çemberde dış açı teoremince;

$$m(A\widehat{B}D) = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{3\alpha - \alpha}{2} = \frac{135 - 45}{2} = 45^0$$

olur.

Cevap: D

**4.**




O, çemberin merkezi

[AB] çap

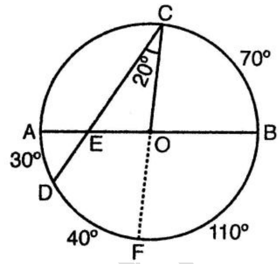
$m(\widehat{OCD}) = 20°$

$m(\overset{\frown}{DB}) = 150°$

Verilere göre $\overset{\frown}{CEB}$ kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm: [CF] doğrusunu çizelim. $m(\overset{\frown}{DF}) = 2 \cdot 20 = 40^0$ dir. Buna göre;
$m(\overset{\frown}{AD}) = 180 - 150 = 30^0$ ve $m(\overset{\frown}{FB}) = 150 - 40 = 110^0$
İç ters açılardan $m(\overset{\frown}{AF}) = m(\overset{\frown}{CB}) = 70^0$

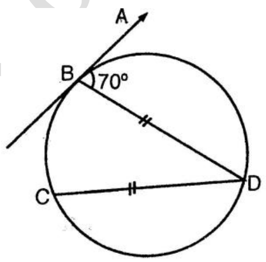



$$m(\overset{\frown}{CEB}) = \frac{\overset{\frown}{CB}+\overset{\frown}{AD}}{2} = \frac{70+30}{2} = 50^0$$

olur.

Cevap: C

**5.**




[BA, çembere teğet

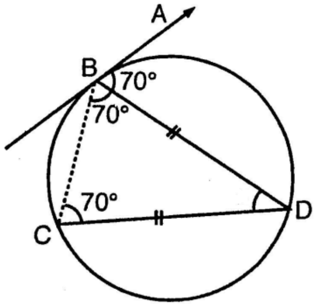
$m(\widehat{ABD}) = 70°$

$|BD| = |DC|$

Verilere göre $m(B\widehat{D}C)$ kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

Çözüm: [BC] doğru parçasını çizelim. $m(A\widehat{B}D) = 70$ olduğundan $m(\overset{\frown}{BD}) = 140$ dır. Çevre açıdan $m(B\widehat{C}D) = 70$ olur.



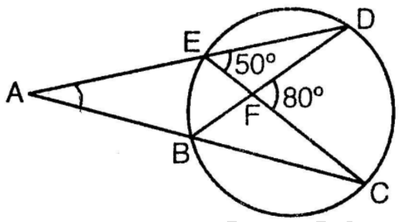

$|BD| = |DC|$ olduğundan $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DC} = 140$ olur. Bu ise yine çevre açıdan $m(C\widehat{B}D) = 70$ olduğunu gösterir. BDC üçgeninin iç açılarından,

$$m(B\widehat{D}C) + 70 + 70 = 180$$
$$m(B\widehat{D}C) = 40^0$$

bulunur.

Cevap: B

**6.**




$[BD] \cap [EC] = \{F\}$

$m(D\widehat{E}C) = 50°$

$m(D\widehat{F}C) = 80°$

Verilere göre $m(D\widehat{A}C)$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

Çözüm: $m(\overset{\frown}{DC}) = 2 \cdot 80 = 160$ olduğundan iç açı teoremi gereği

$$\frac{m(\overset{\frown}{DC}) + m(\overset{\frown}{BE})}{2} = \frac{100 + m(\overset{\frown}{BE})}{2} = 80$$
$$m(\overset{\frown}{BE}) = 60$$

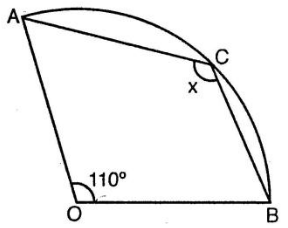
olur. Dış açı teoremi gereği;

$$m(D\widehat{A}C) = \frac{m(\overset{\frown}{DC}) - m(\overset{\frown}{BE})}{2} = \frac{100 - 60}{2} = 20^0$$

bulunur.

Cevap: B

**7.**




O, ACB çember yayının merkezi

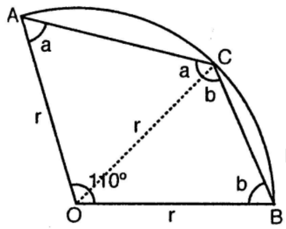
$m(A\widehat{O}B) = 110°$

$m(A\widehat{C}B) = x$

Verilere göre $m(A\hat{C}B)$ kaç derecedir?

A) 115 B) 120 C) 125 D) 130 E) 135

Çözüm: OC yarıçapı çizilirse, AOC ve COB üçgenleri ikizkenar üçgenler olur.




$m(O\hat{A}C) = m(O\hat{C}A) = a$ ve $m(O\hat{B}C) = m(O\hat{C}B) = b$
alınırsa AOBC dörtgeninin iç açılar toplamı;

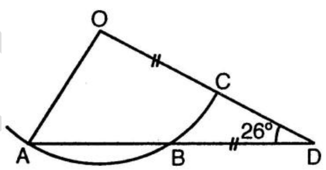
$110 + a + a + b + b = 360$

$m(A\hat{C}B) = a + b = 125^0$

olur.

Cevap: C

**8.**




O, ABC çember yayının merkezi

OAD bir üçgen

$|OC| = |BD|$

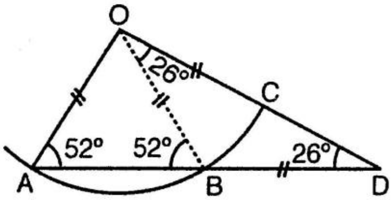
$m(A\widehat{D}O) = 26°$

Verilere göre $m(A\hat{O}D)$ kaç derecedir?

A) 96 B) 98 C) 100 D) 102 E) 105

Çözüm: [OB] doğru parçasını çizelim.

$|OC| = |BD| = |AO| = |BO|$




olur. Bu takdirde dış açı kuralı gereği;

$$m(O\hat{A}B) = m(O\hat{B}A) = 52$$

dir. AOB üçgeninin iç açılar toplamından;

$$m(A\hat{O}B) + 52 + 52 = 180$$

$$m(A\hat{O}B) = 76$$

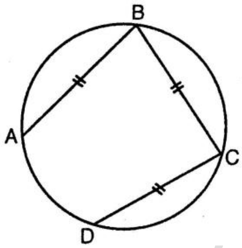
bulunur. Buna göre;

$$m(A\hat{O}D) = 76 + 26 = 102^0$$

olur.

Cevap: D

**9.**




A, B, C ve D noktaları çember üzerinde

$|AB| = |BC| = |CD|$

$m(\overset{\frown}{AD}) = 30°$

Verilere göre $m(B\hat{C}D)$ kaç derecedir?

A) 64  B) 65  C) 66  D) 68  E) 70

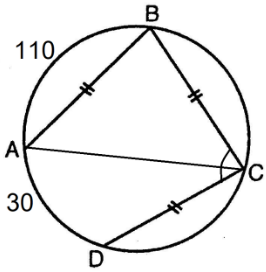
Çözüm: Çemberin çevresinden;

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DA} = 360$$

$$x + x + x + 30 = 360$$

$$x = 110$$

bulunur. [AC] doğru parçasını çizelim. İç açı teoremi gereği;

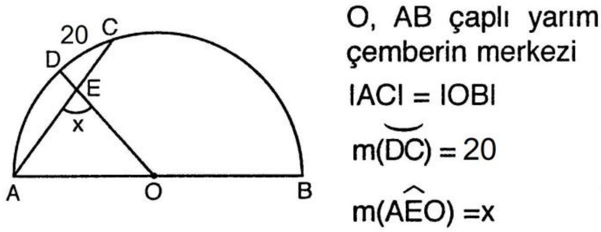



$$m(B\hat{C}A) = 55 \text{ ve } m(A\hat{C}D) = 15$$

$m(B\hat{C}D) = 55 + 15 = 70^0$
bulunur.

Cevap: E

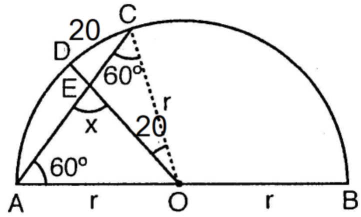
**10.**




Verilere göre $m(A\hat{E}O) = x$ kaç derecedir?

A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

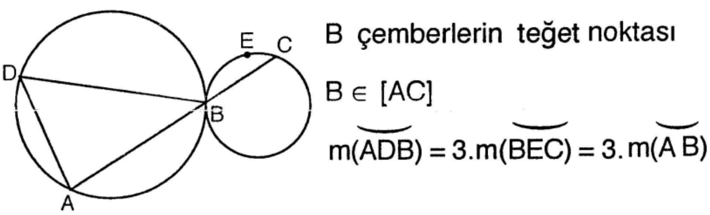
Çözüm: Çemberin yarıçapı r olsun. ACO eşkenar üçgen olur.




$m(\overparen{DA}) = 20$ ise $m(C\hat{O}D) = 20$
Dış açı teoreminden $m(A\hat{E}O) = x = 20 + 60 = 80^0$ olur.

Cevap: A

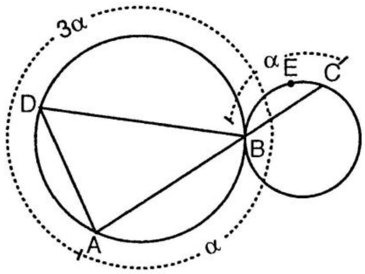
**11.**




Verilere göre ADB açısının ölçüsü nedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

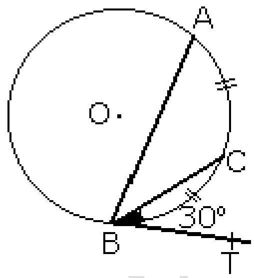
Çözüm: $m(\overparen{BEC}) = m(\overparen{AB}) = \alpha$ ve $m(\overparen{ADB}) = 3\alpha$




$3\alpha + \alpha = 360$
$\alpha = 90$
$m\left(\widehat{ADB}\right) = \dfrac{90}{2} = 45^0$

Cevap: B

**12.**



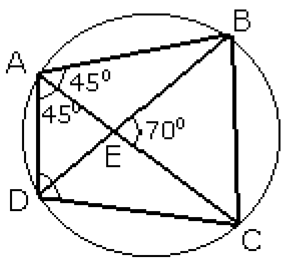

Verilere göre BT doğrusu teğet olduğuna göre $m\left(\widehat{ABC}\right)$ açısı kaç derecedir?

A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

Çözüm: $m(\widehat{CBT}) = 30^0$ olduğundan teğet kiriş açısına göre;
$m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{CB}) = 60$
bulunur. Buna göre $m(\widehat{ABC}) = 30^0$dir.

Cevap: D

**13.**




$m\left(\widehat{BAC}\right) = m\left(\widehat{DAC}\right) = 45^0, m\left(\widehat{BEC}\right) = 70^0$
Verilere göre $m\left(\widehat{ADB}\right)$ kaç derecedir?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

Çözüm: Çevre açıdan $m(B\hat{A}C) = 45$ ise $m(\overset{\frown}{BC}) = 90$, $m(D\hat{A}C) = 45$ ise $m(\overset{\frown}{DC}) = 90$ dir. İç açı teoreminden,

$$m(B\hat{E}C) = \frac{m(\overset{\frown}{AD}) + m(\overset{\frown}{BC})}{2}$$

$$70 = \frac{m(\overset{\frown}{AD}) + 20}{2}$$

$$m(\overset{\frown}{AD}) = 50$$

bulunur. Buna göre,

$$m(\overset{\frown}{AB}) = 360 - m(\overset{\frown}{AD}) - m(\overset{\frown}{DC}) - m(\overset{\frown}{BC})$$

$$m(\overset{\frown}{AB}) = 360 - 90 - 90 - 50 = 130$$

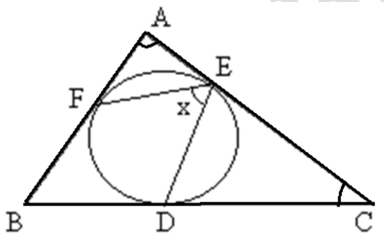
elde edilir. Yine çevre açıdan,

$$m(A\hat{D}B) = \frac{m(\overset{\frown}{AB})}{2} = \frac{130}{2} = 65$$

olur.

Cevap: A

**14.**




E, F ve D çemberin teğet noktaları

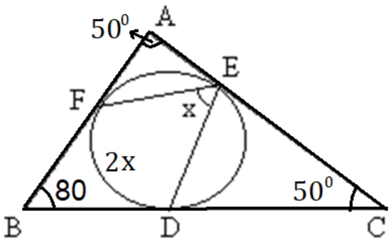
$m(B\hat{A}C) = 50^0$

$m(A\hat{C}B) = 50^0$

Verilere göre $m(F\hat{E}D) = x$ açısı kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm: Üçgenin iç açılarından $m(A\hat{B}C) = 180 - 50 - 50 = 80$ dir. Yayda dış açı teoreminden $m(\overset{\frown}{FD}) = 2x$ olur.




11.7. teoreminden,

$$80 + 2x = 180$$

$$x = 50^0$$

bulunur.

Cevap: C

**Çemberde Açının Uygulamaları**

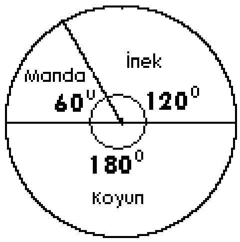
**15.** Bir çiftlikte 270 koyun, 180 inek ve 90 manda vardır. Bu hayvanların tümü bir daire grafikle gösterilirse, ineklerle ilgili dilimin merkez açısı kaç derece olur?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

Çözüm: Dairenin çevresi $360^0$ dir. Toplam hayvan sayısı 540 olduğuna göre orantıya göre,

540 hayvandan 180 İnek ise,
360 dereceden x'dir

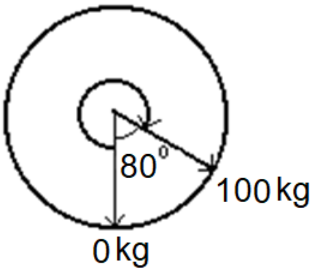
$$540 \cdot x = 180 \cdot 360$$
$$x = 120^0$$




dir.

Cevap: E

**16.**




Verilen şekilde, ibresi ağırlıkla orantılı olarak, saat yönünde dönen bir terazinin kadranını göstermektedir. Terazide 100 kg tartıldığında saatin ters yönünde $80^0$ olduğu gözükmektedir. Bu terazide 50 kg'lık bir ağırlık tartıldığında ibre saatin ters yönünde ibre kaç dereceyi gösterir?

A) 220 B) 210 C) 200 D) 190 E) 180

Çözüm: Şekle göre ibre 100 kg için $360 - 80 = 280^0$ dönmüştür.

100 kg için $280^0$ dönerse

50 kg için $x^0$ döner

$$x = \frac{280 \cdot 50}{100} = 140^0$$

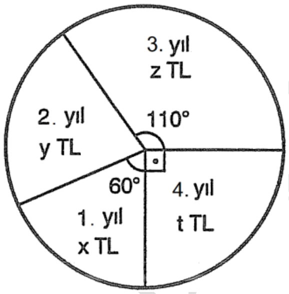
Saatin ters yönünde;

$$360 - 140 = 220^0$$

olur.

Cevap: A

**17.** Bir işletme, dört yılda kazandığı para miktarları aşağıdaki daire grafiğinde gösterilmiştir.




Bu işleminin, 4. Yılda kazancı, 1. Yılda kazancından 12 000 ⍰ daha fazladır. Buna göre, işleminin 3. Yılındaki kazancı, 1. Yılındaki kazancından kaç ⍰ daha fazladır?

A) 3 000 B) 4 000 C) 4 200 D) 4 500 E) 5 000

Çözüm: 2. yıldaki merkez açı $360 - 60 - 110 - 90 = 100^0$

4. yıl ile 1. yıl arasındaki fark $90 - 60 = 30^0$

3. yıl ile 3. yıl arasındaki fark $110 - 100 = 10^0$

dir. Buna göre;

$30^0$ lik kısım 12 000 ⍰ ise

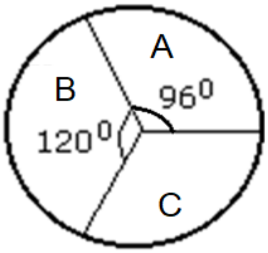
$10^0$ lik kısım x ⍰ dir.

$$x = \frac{12\ 000 \cdot 10}{30} = 4\ 000 ⍰$$

olur.

Cevap: B

**18.**




Verilen dairesel grafik, bir şehirdeki üç hastanenin toplam hasta sayılarındaki paylarını göstermektedir. Buna göre A, B ve C hastanelerin hasta sayılarındaki payları sırasıyla, hangi sayılarla orantılıdır?

A) 1, 2, 3 B) 2, 3,4 C) 3, 4, 5 D) 4, 5, 6 E) 5, 6, 7

Çözüm: 3. hastanenin merkez açısı $360 - 96 - 120 = 144^0$ dir.

$$\frac{A}{96} = \frac{B}{120} = \frac{C}{144}$$
$$\frac{A}{4} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6}$$

Cevap: D

**KAYNAKÇA**


1. Ömer Efser Sarıgül, Hasan Kılıçaslan, Suavi Tokerler, Lise Geometri 2, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2000.
2. Şaban Bilgiç, Zeki Kıyak, Jale Gökçen, Lise Geometri 1, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2001.
3. Tahsin Çizenel, Geometri, Lise 1, Lise 2, Zafer-Tuna Yayınları, 4. Baskı, 1961.
4. Alaaddin ALTUNTAŞ, ÖSS Geometri, Birey Eğitim Yayınları, İstanbul, 2006.
5. Halil BIYIK, Nevzat ASMA, Geometri, Esen Yayınları, Ankara.
6. ÖSS Geometri Cep Kitabı, Final Yayınları, Komisyon, İstanbul, 1986.
7. Mehmet BARIŞ, Çözümlü Lise Geometri 1 ve 2, Ders Kitapları Anonim Şirketi, 2001, İstanbul.