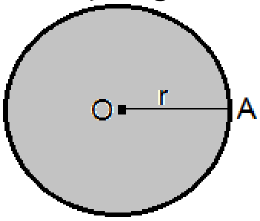
14. BÖLÜM
DAİRE ve ALANI

DAİRE KAVRAMI ve DAİREDE ALAN

14.1. Tanım: Bir çember ile iç bölgesinin birleşimine **daire** denir.

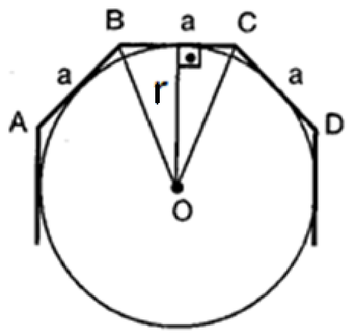


Şekilde O noktası dairenin merkezi, $|OA| = r$ ise dairenin yarıçapıdır.

Dairenin alanı kavramını geçmeden önce, bir sonraki çokgenler kavramında tekrar vereceğiz düzgün çokgen ve çokgenlerin alanlarından bahsedeceğiz.

Yardımcı Tanım: Üç kenarı eşit olan üçgene düzgün üçgen (eşkenar üçgen), dört kenarı eşit olan dörtgene düzgün dörtgen (kare), beş kenarı eşit olan beşgene düzgün beşken, …, n kenarı eşit olan n-gene düzgün n-gen denir.

Yardımcı Teorem: n kenarlı bir düzgün çokgenin alanı, çevresinin uzunluğu ile iç teğet çemberinin yarıçapının uzunluğunun çarpımının yarısına eşittir.



$A = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$

İspat: Şekilde görüldüğü gibi, n kenarlı düzgün bir çokgeni, tepe noktası merkezde olan n kenar sayısı kadar eş üçgenlere ayırabiliriz. Bir kenar uzunluğu a ve kenar sayısı n olan bir düzgün çokgenin çevresi, $Ç = n \cdot a$ olur.

Düzgün çokgenin yarıçapının uzunluğu r ise n tane ikizkenar üçgenin her birinin alanı $A(\overset{\Delta}{BOC}) = \frac{a \cdot r}{2}$ dir. O halde düzgün çokgenin alanı;

$$A = n \cdot A(\overset{\Delta}{BOC}) = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

bulunur.

14.1. Teorem: Yarıçapı r olan bir dairenin alanı,

$$A = \pi \cdot r^2$$

dir.

İspat: Bir dairenin dışına düzgün n-gen çizelim. Çemberin merkezi ile n-genin köşegenlerini birleştirdiğimizde n tane birbirine eş ikizkenar üçgen oluşur. Bu üçgenlerin alanları tabanları ile yüksekliklerin çarpımının yarısına eşit idi. Burada çokgenin kenar sayısını sınırsız sayıda artırdığımızda $(n \to \infty)$ ikizkenar üçgenlerin tabanları nokta halini alacaktır. Bu durum çokgenin çevresi ile dairenin çevresi eşitliği demektir ve tabanlara ait yükseklik dairenin yarıçapıdır.

O halde yardımcı teoremden, bir düzgün çokgenin alanı dış teğet çemberin yarıçap cinsinden $A = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$ olduğunu biliyoruz. Ayrıca bir dairenin çevresi $Ç = 2\pi r = n \cdot a$ olduğuna göre,

$$A = \frac{n \cdot a \cdot r}{2} = \frac{2\pi \cdot r \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2$$

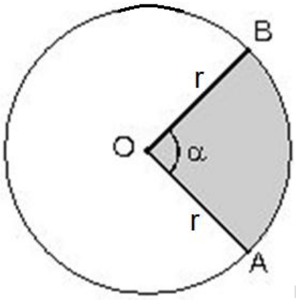
olur.

Örnek: Çapı 10 cm olan bir dairenin alanı nedir?

Çözüm: Çapı 10 cm olan bir dairenin yarıçapı 5 cm dir.

$$A = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

14.2. Tanım: Bir dairenin iki yarıçapı ve bu yarıçapların uç noktaları arasında kalan çember yayının sınırladığı bölgeye, **daire dilimi** veya **daire kesmesi** denir.



Şekilde, [OA], [OB] ve $m(\overset{\frown}{AB})$ ile sınırlanan bölge daire dilimidir. $m(A\widehat{O}B) = \alpha$ olan AOB açısı daire diliminin merkez açısıdır.

14.2. Teorem: Yarıçapı r ve merkez açısının ölçüsü α olan bir daire diliminin alanı,

$$A_D = \frac{\alpha}{360}\pi r^2$$

dir.

İspat: Daire alanı ile daire diliminin alanı arasında şöyle bir orantı kurubiliriz.

360^0 lik merkez açı alan πr^2 ise,
α derecelik merkez açı alanı A_D

$$A_D \cdot 360 = \alpha\pi r^2 \text{ ise } A_D = \frac{\alpha}{360}\pi r^2$$

dir.

Örnek: Yarıçapı 5 ve merkez açısının ölçüsü 72^0 olan bir daire diliminin alanı,

$$A_D = \frac{72}{360}\pi 5^2 = 5\pi \text{ cm}^2$$

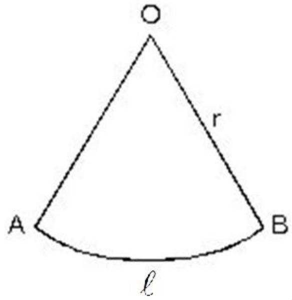
dir.

14.1. Sonuç: Yarıçapı r ve merkez açısının ölçüsü α olan bir $\overset{\frown}{AB}$ çemberinin yay uzunluğu,

$$\overset{\frown}{AB} = \frac{\alpha}{180}\pi r$$

dir.

14.3. Teorem: Yarıçapı r ve gördüğü yayın uzunluğu ℓ olan daire diliminin alanı,



$$A_D = \frac{r\ell}{2}$$

dir.

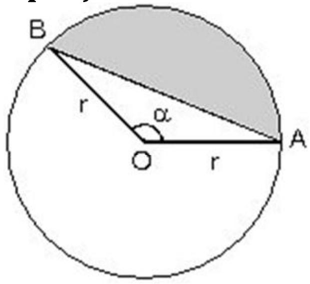
İspat: r yarıçaplı dairede alanı $A = \pi r^2$, çevresi $Ç = 2\pi r$ olduğundan α merkez açı için orantı yazılırsa,

$2\pi r$ lik uzunluk alan πr^2 ise,
ℓ lik uzunluk alanı A_D

$$2\pi r A_D = \pi r^2 \ell \text{ ise } A_D = \frac{r\ell}{2}$$

dir.

14.3. Tanım: Bir dairenin bir kirişi ile bu kirişin gördüğü çember yayının sınırladığı bölgeye, **daire parçası** denir.



Şekilde, [AB] kirişi ile AB yayı arasında kalan taralı bölge, daire parçasıdır.

14.4. Teorem: Yarıçapı r ve AB yayını gören merkez açısı α olan, [AB] kirişinin çemberden ayırdığı daire parasının alanı,

$$A_P = \frac{\alpha}{360}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 \sin\alpha$$

dir.

İspat: Şekilde de görüldüğü gibi daire diliminin alanından AOB üçgeninin alanını çıkarırsak, daire parçasının alanını buluruz. 14.2. Teoremden daire diliminin alanı,

$$A_D = \frac{\alpha}{360}\pi r^2$$

AOB üçgeninin alanı,

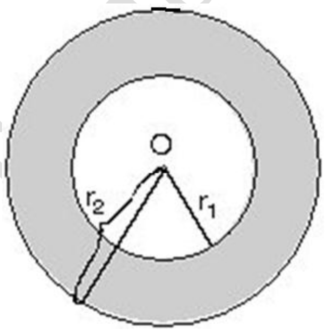
$$A(\overset{\triangle}{AOB}) = \frac{1}{2}r^2 \sin\alpha$$

dir. Buna göre daire parçasının alanı,

$$A_P = A_D - A(AOB) = \frac{\alpha}{360}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 \sin\alpha$$

bulunur.

14.4. Tanım: Merkezleri aynı ve yarıçap uzunlukları farklı olan iki dairenin arasında kalan bölgeye, daire halkası denir.



Şekilde, O merkezli r_1 ve r_2 yarıçaplı daireler arasındaki taralı alan bir daire halkasıdır.

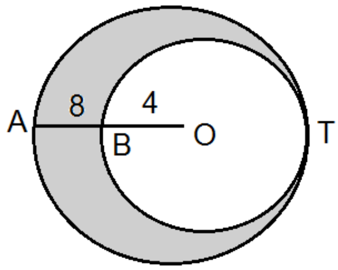
14.5. Teorem: Küçük dairenin yarıçapı r_1 ve büyük dairenin yarıçapı r_2 ise daire halkasının alanı,

$$A_H = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

olur.

Büyük dairenin alanından küçük dairenin alanı çıkarılırsa teoremin ispatı tamamlanır.

Örnek: Şekilde küçük çember, O merkezli büyük çembere T noktasında içten teğettir.



$|AB| = 8$ cm ve $|BO| = 4$ cm ise iki çember arasında kalan taralı bölgenin alanını bulunuz.

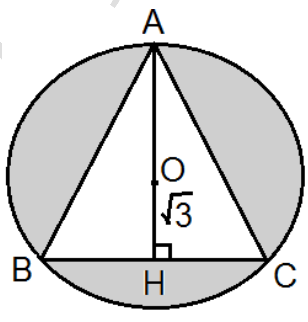
Çözüm: Büyük çemberin yarıçapı $r_2 = |AO| = 8 + 4 = 12$ cm ve çapı $|AT| = 24$ cm 'dir.

Küçük çemberin çapı $|BT| = 4 + 12 = 16$ cm ise $r_1 = \frac{16}{2} = 8$ cm dir. Taralı bölgenin alanı,

$$A_H = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi(12^2 - 8^2) = 80\pi \text{ cm}^2$$

olur.

Örnek: Şekilde, O merkezli çember ABC eşkenar üçgeninin çevrel çemberidir.



$[AH] \perp [BC]$ ve $|HO| = \sqrt{3}$ cm ise taralı bölgelerin alanını bulunuz.

Çözüm: O noktası aynı zamanda ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi ve ağırlık merkezidir. Dolayısıyla çemberin yarıçapı,

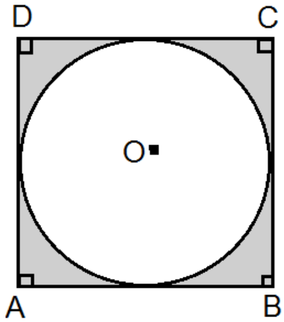
$$r = |AO| = 2|HO| = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

olur. AHC üçgeninde, $|AH| = 3\sqrt{3}$ cm olacağından $|AC| = 6$ cm dir. Taralı bölgenin alanı

$$A_T = \pi r^2 - A(ABC) = \pi\left(2\sqrt{3}\right)^2 - \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 12\pi - 9\sqrt{3}\text{ cm}$$

bulunur.

Örnek: Şekilde O merkezli çember ABCD karesinin iç teğet çemberidir.



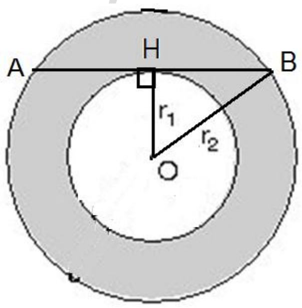
$|AB| = 8$ cm ise taralı bölgenin alanını bulunuz.

Çözüm: $|AB| = 8$ cm ise çemberin yarıçapı ise $2r = 8$ olup $r = r$ cm olur. Karenin alanından dairenin alanını çıkarırsak taralı alanı buluruz.

$$A_T = 8^2 - \pi r^2 = 64 - \pi 4^2 = 64 - 16\pi\text{ cm}$$

bulunur.

14.6. Teorem: Küçük dairenin yarıçapı r_1, büyük dairenin yarıçapı r_2 ve [AB] büyük çemberin bir kirişi ve küçük çembere H noktasında teğet ise daire halkasının alanı,



$$A_H = \pi\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2$$

dir.

İspat: [AB] küçük çembere teğet ve büyük çemberin kirişi olduğundan,

$$[AH] \perp [BC] \text{ ve } |AH| = |HB|$$

dur. OHB üçgeninde Pisagor teoreminden,

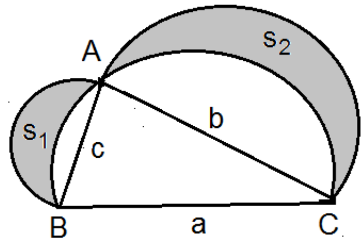
$$|HB|^2 = r_2^2 - r_1^2 \text{ ise } \left(\frac{|AB|}{2}\right)^2 = r_2^2 - r_1^2$$

dir. Buna göre,

$$A_H = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2$$

olur.

14.7. Teorem: Yandaki şekilde görüldüğü gibi çizilen ABC üçgeni ile, [AB][BC] ve [AC] çaplı yarım daireler için taralı alanlar s_1 ve s_2 ise;



$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = s_1 + s_2$$

dir.

İspat: ABC üçgeninin A köşesi çapı gören çevre açı olduğundan 90^0 dir. ABC dik üçgeninde Pisagor teoremi $a^2 = b^2 + c^2$ dir. Alan teoremlerinden,

$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{b \cdot c}{2} \qquad (1)$$

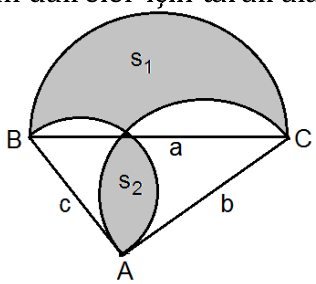
$$\begin{aligned} s_1 + s_2 &= \frac{\pi}{2}\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{bc}{2}\right] \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{4}(c^2 + b^2 - a^2) + \frac{bc}{2} \\ &= \frac{bc}{2} \qquad (2) \end{aligned}$$

olur. (1) ve (2) eşitliğinden,

$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = s_1 + s_2$$

bulunur.

14.8. Teorem: Yandaki şekilde görüldüğü gibi çizilen ABC üçgeni ile, [AB][BC] ve [AC] çaplı yarım daireler için taralı alanlar s_1 ve s_2 ise;



$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = s_1 - s_2$$

dir.

İspat: ABC üçgeninin A köşesi çapı gören çevre açı olduğundan 90^0 dir. ABC dik üçgeninde Pisagor teoremi $a^2 = b^2 + c^2$ dir. Alan teoremlerinden,

$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{b \cdot c}{2} \qquad (1)$$

$$s_1 - s_2 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \frac{bc}{2}\right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{4}(a^2 - b^2 - c^2) + \frac{bc}{2}$$

$$= \frac{bc}{2} \qquad (2)$$

olur. (1) ve (2) eşitliğinden,

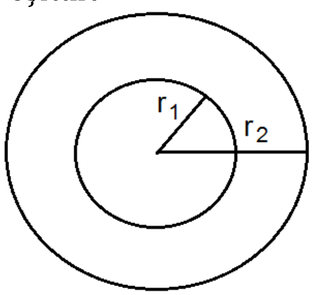
$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = s_1 - s_2$$

bulunur.

ÇEMBERDE VE DAİREDE BENZERLİK

Bütün çemberler ve daireler birbirine benzerdir. Bu yüzden eş açılı yaylarda benzerdir. Üçgenlerdeki benzerlik özelliklerini yaylarda da kullanabiliriz. Üçgenlerde geçerli olan tüm benzerlik özellikleri burada da geçerlidir. Çember ve dairede benzerlik oranları ise yarıçaplarının oranına eşittir.

14.9. Teorem: Çevrelerinin oranı benzerlik oranına, alanların oranı ise benzerlik oranının karesine eşittir.



$$\frac{Ç_1}{Ç_2} = \frac{r_1}{r_2}, \qquad \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

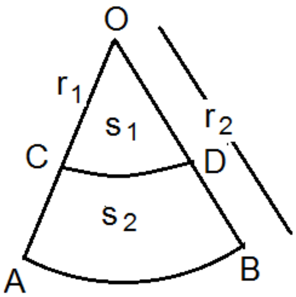
İspat: Yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki dairenin;

Çevrelerin oranı; $\frac{Ç_1}{Ç_2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{r_1}{r_2}$ dir.

Alanların oranı; $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

dir.

14.10. Teorem: Aynı merkezli yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki daire diliminin alanı;

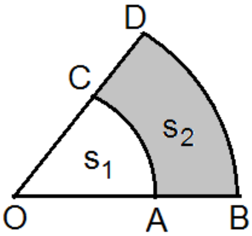


$$\frac{s_1}{s_1+s_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

dir.

İspat: $\frac{|OC|}{|OA|} = \frac{|OD|}{|OB|} = \frac{|CD|}{|AB|} = \frac{r_1}{r_2}$ "üçgende alanların oranı benzerlik oranının karesine eşittir" olduğundan $\frac{s_1}{s_1+s_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ dir.

Örnek: Şekildeki O merkezli daire dilimlerinde $\frac{|OA|}{|AB|} = \frac{3}{2}$ ve $s_1 = 18\pi\ cm^2$ ise s_2 ile gösterilen taralı bölgenin alanını bulunuz.



Çözüm: $\frac{|OA|}{|AB|} = \frac{3}{2}$ ise $\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{3}{5}$

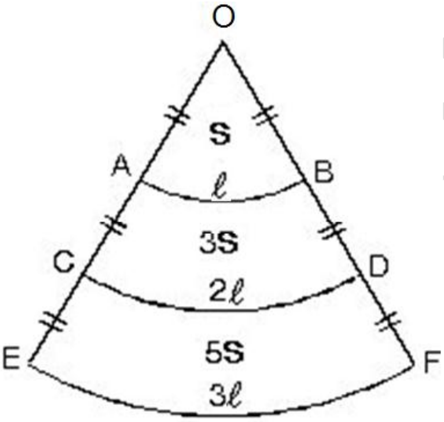
$$\frac{s_1}{s_1+s_2}=\left(\frac{|OA|}{|OB|}\right)^2$$

$$\frac{18\pi}{18\pi+s_2}=\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$s_2=18\pi\ \text{cm}^2$$

bulunur.

14.11. Teorem: Aynı merkezli dairede, $|OA|=|AC|=|CE|$, $|AB|=\ell$, $|CD|=2\ell$, $|EF|=3\ell$ ise,



$$A(AOB)=s, A(COD)=3s, A(EOF)=5s,\cdots$$

dir.

İspat: $|OA|=|AC|=|CE|=r$ olsun. 14.8. Teoreminden,

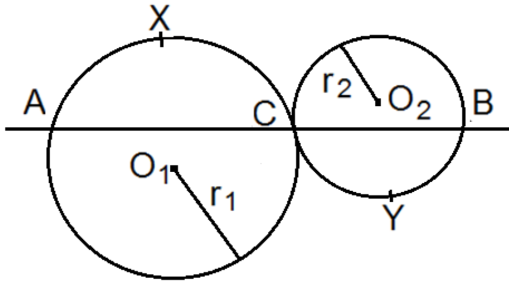
$$\frac{A(AOB)}{A(COD)}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

olduğundan,

$$A(AOB)=s, A(COD)=3s, A(EOF)=5s,\cdots$$

bulunur.

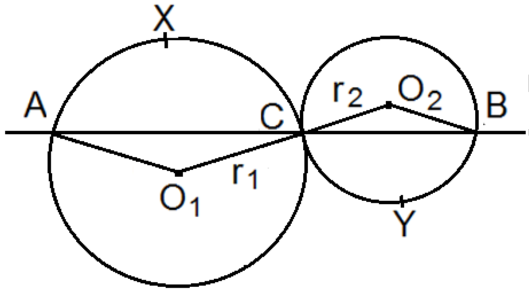
14.12. Teorem: Birbirilerine dıştan teğet iki çemberin yarıçapları r_1 ve r_2, merkezleri O_1 ve O_2 ve C noktasında dıştan teğet, A, C, B noktaları şekildeki gibi dıştan doğrusal ise,



$$\frac{m(\overset{\frown}{AXC})}{m(\overset{\frown}{CYB})}=\frac{r_1}{r_2}$$

dir.

İspat: $[AO_1]$, $[O_1C]$, $[CO_2]$ ve $[O_1B]$ kirişlerini çizelim.

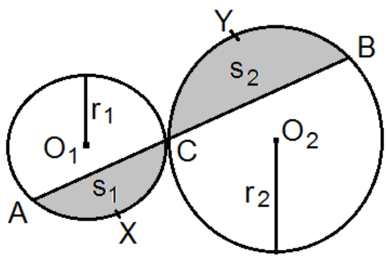


$m(A\hat{C}O_1)=m(B\hat{C}O_2)$ ve $|AO_1|=|CO_1|=|CO_2|=|BO_2|$ olduğundan $\overset{\triangle}{AO_1C}\sim\overset{\triangle}{CO_2B}$ dir. Buna göre, $\overset{\frown}{AXC}\sim\overset{\frown}{CYB}$ ve

$$\frac{m(\overset{\frown}{AXC})}{m(\overset{\frown}{CYB})}=\frac{r_1}{r_2}$$

olur.

14.2. Sonuç: Birbirilerine dıştan teğet iki çemberin yarıçapları r_1 ve r_2, merkezleri O_1 ve O_2 ve C noktasında dıştan teğet, A, C, B noktaları şekildeki gibi dıştan doğrusal ise,



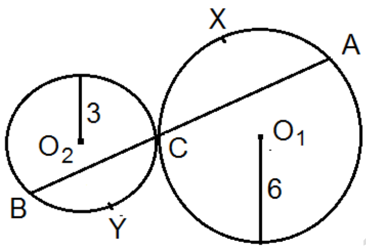
a) $\overset{\frown}{AXC}=\overset{\frown}{CYB}$

b) $\dfrac{|AC|}{|CB|}=\dfrac{r_1}{r_2}$

c) $\dfrac{s_1}{s_2} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2$

dir.

Örnek: O_1 ve O_2 merkezli çemberler C noktasında dıştan teğettirler. $r_1 = 6$ cm, $r_2 = 3$ cm, A, C, B noktaları doğrusal ve $|AB| = 12$ cm ise $|AC|$ doğrusunu bulunuz.

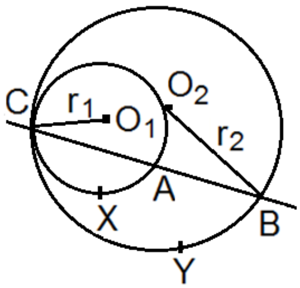


Çözüm: $\dfrac{|AC|}{|CB|} = \dfrac{r_1}{r_2}$

$$\frac{|AC|}{12-|AC|} = \frac{6}{3}$$

$|AC| = 8$ cm

14.13. Teorem: Birbirilerine içten teğet iki çemberin yarıçapları r_1 ve r_2, merkezleri O_1 ve O_2 ve C noktasında içten teğet, A, C, B noktaları şekildeki gibi içten doğrusal ise,

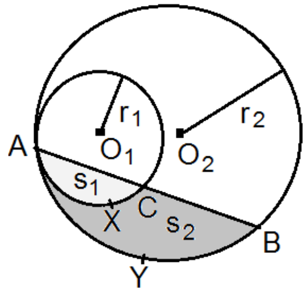


$$\frac{m(\overset{\frown}{AXC})}{m(\overset{\frown}{CYB})} = \frac{r_1}{r_2}$$

dir.

Bu teoremin ispatı 14.12. Teoremin benzeri şekilde yapılacağından okuyucuya bırakılmıştır.

14.3. Sonuç: Birbirilerine içten teğet iki çemberin yarıçapları r_1 ve r_2, merkezleri O_1 ve O_2 ve C noktasında içten teğet, A, C, B noktaları şekildeki gibi içten doğrusal ise,



a) $\overset{\frown}{AXC} = \overset{\frown}{AYB}$

b) $\dfrac{|AC|}{|AB|} = \dfrac{r_1}{r_2}$

c) $\dfrac{s_1}{s_1+s_2} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2$

dir.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

1. Çevre uzunluğu 18π cm olan dairenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 16π B) 36π C) 49π D) 64π E) 81π

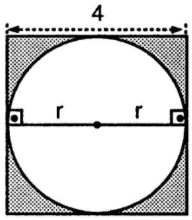
Çözüm: $Ç = 2\pi r = 18\pi$ ise $r = 9$ cm'dir.
$A = \pi \cdot 9^2 = 81\pi\ cm^2$

Cevap: E

2. Bir kenar uzunluğu 4 cm olan karenin iç teğet çemberi çiziliyor. Kare ile çemberin arasındaki kalan bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4π B) 5π C) $16-3\pi$ D) $16-4\pi$ E) $12-4\pi$

Çözüm: Karenin bir kenar uzunluğu çemberin çapına eşittir.
$2r = 4$ ise $r = 2$ cm



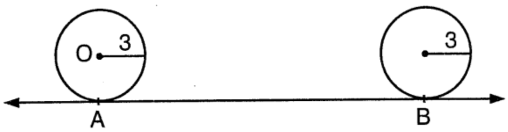
dir. Buna göre;

$$\begin{aligned} A_{\text{Taralı}} &= A_{\text{Kare}} - A_{\text{Daire}} \\ &= (2r)^2 - \pi r^2 \\ &= (2\cdot 2)^2 - \pi \cdot 2^2 \\ &= 16 - 4\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

olur.

Cevap: D

3.



A noktasında bulunan O merkezli 3 cm yarıçaplı bir çember, 5 tam dönme yaparak B noktasına geliyor. Buna göre AB uzunluğu kaç cm'dir?

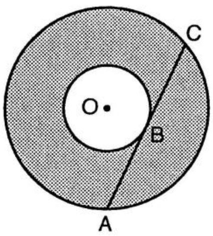
A) 28π B) 30π C) 32π D) 35π E) 36π

Çözüm: $Ç = 2\pi r = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ cm

$|AB| = 5 \cdot 6\pi = 30\pi$ cm

Cevap: B

4.



O, dairelerin merkezi

[AC], B noktasında teğet

$|AC| = 6$ cm

Verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 9π B) 10π C) 11π D) 12π E) 14π

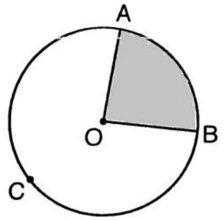
Çözüm: 14.6. teorem gereği;

$$A_{Taralı} = \pi\left(\frac{|AC|}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

olur.

Cevap: A

5.



O, çemberin merkezi

A, B ve C noktaları çember üzerinde

$m(\overset{\frown}{ACB}) = 280°$

Verilen çemberin yarıçapı 6 cm olduğuna göre, AOB bölgesinin alanı kaç cm^2 dir?

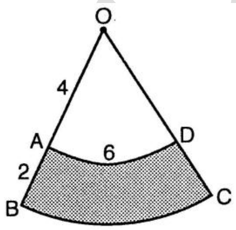
A) 6π B) 7π C) 8π D) 9π E) 10π

Çözüm: $m(\overset{\frown}{ACB}) = 280^0$ ise $m(\overset{\frown}{AB}) = 360 - 280 = 80^0$ dir. Daire diliminin alanı,

$$A_D = \frac{\alpha}{360}\pi r^2 = \frac{80}{360}\pi 6^2 = 8\pi \text{ cm}^2$$

olur.

6.



O, AD ve BC çember yaylarının merkezi

$|OA| = 4$ cm

$|AB| = 2$ cm

$|\overset{\frown}{AD}| = 6$ cm

Verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Çözüm: OAD ve OBC daire dilimlerinin benzerliğini yazalım;

$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{|\overset{\frown}{OD}|}{|\overset{\frown}{BC}|}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{|\overset{\frown}{BC}|}$$

$$|\overset{\frown}{BC}| = 9 \text{ cm}$$

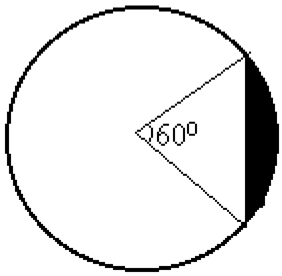
olur. Taralı alan ise;

$$A_{\text{Taralı}} = \frac{(|\overset{\frown}{BC}| + |\overset{\frown}{AD}|)\cdot|AB|}{2} = \frac{(9+6)\cdot 2}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

bulunur.

Cevap: E

7.



Verilen çemberin yarıçapı 6 birimdir. Taralı kısmın alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6\pi - 9\sqrt{3}$ B) $5\pi - 9\sqrt{3}$ C) $6\pi - 8\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$ E) 6π

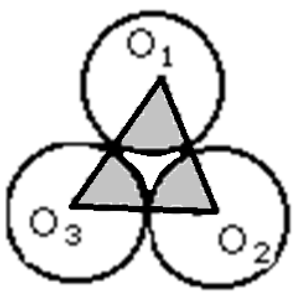
Çözüm: Daire parçasının alanı,

$$A_D = \frac{\alpha}{360}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2 \sin\alpha = \frac{60}{360}\pi 6^2 - \frac{1}{2}6^2 \sin 60 = 6\pi - 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

dir.

Cevap: A

8.



Şekildeki gibi yarıçapları 1 cm olan üç çember birbirine teğettir. Buna göre taralı alan kaç cm^2 dir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 3π

Çözüm: $|O_1O_2| = |O_2O_3| = |O_3O_1| = 2$ olduğundan $O_1\widehat{O_2}O_3$ üçgeni eşkenar üçgendir. Bir kenarı 2 olan eşkenar üçgenin alanı,

$$A(O_1\widehat{O_2}O_3) = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

dür. $r = 1$ olmak üzere ve aradaki açı 60^0 olmasından bir daire diliminin alanı,

$$\frac{\alpha}{360}\pi r^2 = \frac{60}{360}\pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{6}\ \text{cm}^2$$

elde edilir. Üç daire diliminin alanı, $3 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ elde edilir.

Cevap: B

9. Alanı çevresinin iki katına eşit olan dairenin yarıçapı nedir?

A) π B) 3 C) 4 D) 4π E) 6

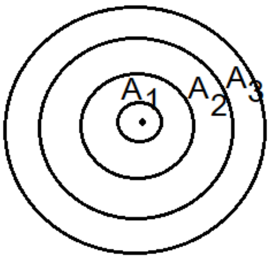
Çözüm: Bir dairenin alanı $A = \pi r2$ dir. Çevresi ise $Ç = 2\pi r$ dir. Alanın çevreye eşit olması için,

$$\pi r^2 = 2 \cdot 2\pi r$$
$$r = 4\ \text{br}$$

olur.

Cevap: C

10.



Verile şekildeki aynı merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 1, 2, 3, 4 cm'dir. Ardışık iki çember arasında kalan alanlar A_1, A_2, A_3 ile gösterilmiştir. $A_1 - A_2 + A_3$ işleminin sonucu kaç π eder?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Çözüm: Çemberin alanı $A = \pi r^2$ olduğuna göre,

$A_1 = \pi 2^2 - \pi 1^2 = 3\pi\ \text{cm}^2$
$A_2 = \pi 3^2 - \pi 2^2 = 5\pi\ \text{cm}^2$
$A_3 = \pi 4^2 - \pi 3^2 = 7\pi\ \text{cm}^2$

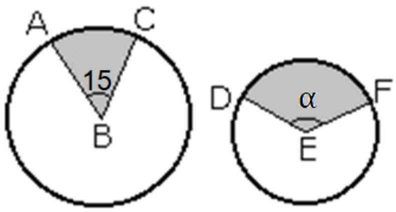
dir. Buna göre,

$$A_1 - A_2 + A_3 = 3\pi - 5\pi + 7\pi = 5\pi$$

bulunur.

Cevap: C

11.



Verilen şekilde çemberlerden küçüğünün yarıçapı 3 cm, büyüğünün yarıçapı 6 cm'dır. ABC ve DEF ile gösterilen taralı dilimlerin alanları birbirine eşittir. ABC açısının ölçüsü 15^0 olduğuna göre DEF açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

Çözüm: Büyük üçgene göre,

$$A(ABC) = \frac{15}{360}\pi 6^2 = \frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$$

dir. Küçük üçgene göre,

$$A(DEF) = \frac{\alpha}{360}\pi 3^2 = \frac{\alpha}{40}\pi \text{ cm}^2$$

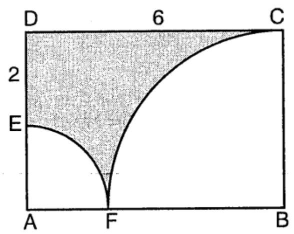
dir. ABC ve DEF ile gösterilen taralı dilimlerin alanları birbirine eşit olduğuna göre,

$$\frac{\alpha}{40}\pi = \frac{3}{2}\pi \quad \text{ise } \alpha = 60^0$$

dir.

Cevap: E

12.



ABCD dikdörtgen
A ve B merkezli çemberler
F noktasında teğettirler.
$|DE| = 2$ cm
$|DC| = 6$ cm

Verilere göre taralı alan kaç cm^2 dir.

A) $24 - 5\pi$ B) $12 - 5\pi$ C) 24 D) 5π E) $24 + 5\pi$

Çözüm: $|AF| = |AE| = r$ alınırsa $|FB| = |CB| = 6 - r$ olur.

$|AD| = |CB|$
$2 + r = 6 - r$
$r = 2$

$|AF| = |AE| = 2$ cm ve $|FB| = |CB| = 4$ cm

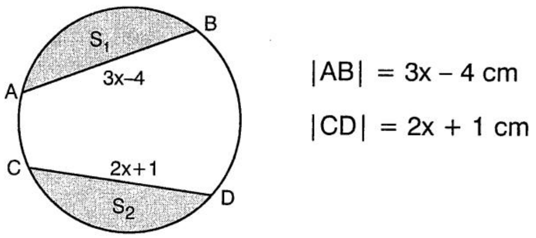
Küçük çeyrek çemberin alanı $= \frac{90}{360}\pi 2^2 = \pi \text{ cm}^2$

Büyük çeyrek çemberin alanı $= \frac{90}{360}\pi 4^2 = 4\pi \text{ cm}^2$

$$\begin{aligned} A_{\text{Taralı}} &= |AD| \cdot |AE| - \pi - 4\pi \\ &= (2+2)6 - \pi - 4\pi \\ &= 24 - 5\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Cevap: A

13.



Verilen şekilde, S_1 ve S_2 alanları birbirine eşit olduğuna göre, x kaç cm'dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm: Aynı çemberde iki daire diliminin alanları birbirine eşit ise;

$|AB| = |CD|$
$3x - 4 = 2x + 1$
$x = 5$ cm

olur.

Cevap: C

14.

Verilere göre taralı alan 21π cm^2 olduğuna göre, B merkezli çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm: Büyük çemberin yarıçapı r_1 ve küçük çemberin yarıçapı r_2 olsun.

$$|AB| + |AC| = 7$$
$$r_1 + r_2 = 7$$

Taralı alan;

$$A_{\text{Taralı}} = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$
$$21\pi = \pi(r_1 - r_2)(r_1 + r_2)$$
$$21 = (r_1 - r_2) \cdot 7$$
$$r_1 - r_2 = 3$$

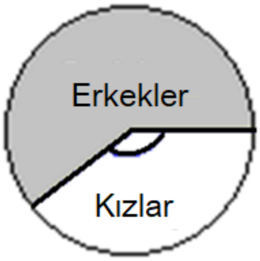
olur. Buna göre;

$$\left.\begin{aligned} r_1 + r_2 = 7 \\ r_1 - r_2 = 3 \end{aligned}\right\} r_1 = 5, r_2 = 2 \text{ cm}$$

bulunur.

Cevap: B

15. Bir okuldaki erkek ve kız öğrencilerin sayıları $\frac{13}{7}$ olarak veriliyor.



Buna göre, bütün öğrencilerin toplam alanında erkeklerin payını gösteren bir dairesel grafikte karaların alanı kaç derecelik bir merkez açı ile gösterilir?

A) 122 B) 124 C) 125 D) 126 E) 128

Çözüm: Erkekler 13, Kızlar 7'nin katı olduğundan dünya toplam 20'nin katıdır. Daire 360^0

20 lik kısımda	7 lük kısım ise
360 lık kısımda	x lik kısımdır

$$x = \frac{7 \cdot 360}{20} = 126 \text{ cm}$$

Cevap: D

KAYNAKÇA

1. Ömer Efser Sarıgül, Hasan Kılıçaslan, Suavi Tokerler, Lise Geometri 2, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2000.
2. Şaban Bilgiç, Zeki Kıyak, Jale Gökçen, Lise Geometri 1, Devlet Kitapları, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2001.
3. Tahsin Çizenel, Geometri, Lise 1, Lise 2, Zafer-Tuna Yayınları, 4. Baskı, 1961.
4. Alaaddin ALTUNTAŞ, ÖSS Geometri, Birey Eğitim Yayınları, İstanbul, 2006.
5. Halil BIYIK, Nevzat ASMA, Geometri, Esen Yayınları, Ankara.
6. ÖSS Geometri Cep Kitabı, Final Yayınları, Komisyon, İstanbul, 1986.
7. Mehmet BARIŞ, Çözümlü Lise Geometri 1 ve 2, Ders Kitapları Anonim Şirketi, 2001, İstanbul.