

# 2. BÖLÜM

## ISKONTO

### ISKONTO KAVRAMI

**2.1. Tanım:** Iskonto vadesinden önce ödenen bir para üzerinden yapılan kesintidir. Yani, iskonto vadeli bir alacağı peşin para ile değiştirme işlemidir. Iskonto işlemleri genel itibarıyla kıymetli evrak olan bir senedi veya çeki vadesi gelemenden ciro edilmesi olayında kullanılır. Bu konuda şu tanımları bilmek gerekir.

**1. Nominal Değer (C):** Karşılıklı olarak anlaşma ile belirlenmiş olan bir borcu kayıt altına alınmasına nominal değer denir. Yazılı değer veya kredi değeri de denir. Çek, senet, bono veya kanun ve yönetmeliklerin belirlediği başka nominal değer içeren yöntemlerle borçlanmalarla nominal değerler tespit edilir. Bu borç ileri tarihler içindir.

**2. Iskonto Tutarı (I):** Vadeli ve peşin tutarlar arasındaki fark olup nominal olan değerden indirilen miktardır.

**3. Peşin Değer (P):** Nominal değer üzerinde yazılı olan rakam üzerinden vade günü gelmeden önce ödenen miktardır. Yani, paranın bugünkü nakit miktarıdır. Peşin değer bulunmasına iskonto adı verilir.

**4. Iskonto Oranı (n):** Nominal değer peşin değere indirilmesi için kredi durumunun uygulandığı faiz oranıdır.

**5. Vade (t):** Nominal değer üzerinde yazılı olan ve ödenmesi gereken süreye kalan zaman dilimidir.

Iskontolar basit ve bileşik iskonto olmak üzere ikiye ayrılır. Öncelikle basit iskontoyu inceleyelim.

### BASİT ISKONTO

Basit iskonto nominal değeri olan bir borca bir defalık uygulanan iskonto türüdür. Yalnız iskonto 1 yıldan kısa ve uygulanacak olan iskonto miktarı %100 den az olması durumunda basit iskonto uygulanır.. Basit iskonto iki türlü hesaplanır. Bunlar, basit iç iskonto ile basit dış iskontodur. Şimdi basit ve dış iskontoyu inceleyelim.

## 1. BASİT DIŞ ISKONTO

**2.2. Tanım:** Iskonto tutarı nominal değer yani gelecek değer üzerinden hesaplanan iskontoya basit dış iskonto denir.

Nominal Değer = Peşin Değer + Nominal Değer Üzerinden Iskonto Tutarı

Bu işlemler sonucunda iskonto tutarı, şu formül ile karşımıza çıkar.

**2.1. Aksiyom:** C nominal değer, I iskonto tutarı, n iskonto oranı, t vade olmak üzere basit dış iskonto;

$$I_d = C \cdot n \cdot t$$

elde edilir.

**Örnek:** 3 ay vadeli 6 000 ₺ kredi değerli bir çek %12 iskonto oranı ile bugün basit dış iskontoya göre kırıldığıında iskonto tutarı ne olur?

$$\text{Çözüm: } C = 6\,000 \text{ ₺, } t = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, n = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

$$I_d = 6\,000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{25} = 180 \text{ ₺}$$

olarak karşımıza çıkar.

**2.1. Not:** Görüldüğü gibi, basit dış iskonto dış faiz ile aynı işlem yapılmaktadır. Basit dış faiz işlemleri bu basit dış iskonto işlemleri içinde geçerlidir. Burada dikkat edilmesi gereken şey, faiz anaparaya ilave edilerek yapılır, ama iskonto nominal değerden çıkarılarak elde edilir.

**Örnek:** Iskonto miktarı 1 125 ₺ olan bir çekin süresi 6 aydır. Basit dış iskonto oranı %15 olduğu bilindiğine göre bu çekin nominal değeri nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } I_d &= 1\,125 \text{ ₺}, t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, n = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} \\ 1\,125 &= C \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20} \\ C &= \frac{1\,125 \cdot 2 \cdot 20}{3} = 15\,000 \text{ ₺} \end{aligned}$$

elde edilir.

**Örnek:** 12 600 ₺ nominal değerli bir çek %15 iskonto üzerinden bir bankaya tahsile sunulmuştur. Nominal değerın 1/30 i kadar iskonto olması için çekin vadesi ne kadar olmalıdır?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } C &= 12\,600 \text{ ₺}, n = \frac{15}{100}, I_d = 12\,600 \cdot \frac{1}{30} = 420 \text{ ₺} \\ 420 &= 12\,600 \cdot \frac{15}{100} \cdot t \\ t &= \frac{420}{12\,600 \cdot 15} = 0,224 \text{ yıl} \\ t &= 0,224 \cdot 360 = 80 \text{ gün} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

**Örnek:** İki ayrı çekin değeri 40 000 ₺ dir. Çekin birinin vadesi 3 ay, diğeri 6 aydır. İhtiyaca binaen bankadan bu iki çek kırdırılarak bugün tahsil edilmiştir ve iki çekten toplam 6 000 ₺ indirim yapılmıştır. Bu çeklere uygulanan iskonto oranı nedir?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 1. \text{ Çek } I_{d1} &= 40\,000 \cdot \frac{3}{12} \cdot n = 10\,000n \\ 2. \text{ Çek } I_{d1} &= 40\,000 \cdot \frac{6}{12} \cdot n = 20\,000n \end{aligned}$$

Ayrıca,

$$\begin{aligned} I_{d1} + I_{d2} &= 6\,000 \\ 10\,000n + 20\,000n &= 6\,000 \\ n &= \frac{6\,000}{30\,000} = 0,20 \end{aligned}$$

olup %20 üzerinden iskonto yapılmıştır.

**2.1. Sonuç:** Bir iskonto işleminde kişinin eline geçecek değer veya ödemesi gereken peşin değer iskonto işlemini ilgilendirir. Şimdi peşin değerinin hesaplanmasını görelim. Iskonto işleminde peşin değer P ile gösterirsek,

$$P = C - I = C(1 - nt)$$

elde edilir.

**Örnek:** 108 gün vadeli 11 800 ₺ lik bir çek, %16 iskonto oranında bir bankaya kırdırılırsa, alınacak peşin değer ne olur?

$$\text{Çözüm: } C = 11\,800 \text{ ₺, } n = \frac{16}{100}, t = \frac{108}{360} = \frac{3}{10} \text{ ise,}$$

$$P = 11\,800 \left(1 - \frac{16}{100} \cdot \frac{3}{10}\right) = 11\,800 \cdot \frac{952}{1\,000} = 11\,233,60 \text{ ₺}$$

olur.

**Örnek:** 25 000 ₺ kredi değerli bir çek yıllık %12 basit dış iskonto oranı ile kırdırıldığında 24 000 ₺ olarak alınıyor. Bu çekin süresinin ne kadar olduğunu bulunuz.

$$\text{Çözüm: } C = 25\,000 \text{ ₺, } P = 24\,000 \text{ ₺, } n = \frac{12}{100} = \frac{3}{25} \text{ ise,}$$

$$24\,000 = 25\,000 \left(1 - \frac{3}{25} \cdot t\right)$$

$$\frac{24}{25} = 1 - \frac{3t}{25}$$

$$\frac{3t}{25} = 1 - \frac{24}{25}$$

$$\frac{3t}{25} = \frac{1}{25}$$

$$t = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

4 ay olarak bulunur.

**Örnek:** 9 200 ₺ kredi değeri olan 90 gün vadeli bir çekin basit dış iskonto ile iskonto ettirilerek 8 740 ₺ alınıyor. Bu çeke uygulanan yıllık iskonto oranını bulunuz?

$$\text{Çözüm: } C = 9\,200 \text{ ₺, } P = 8\,740 \text{ ₺, } t = \frac{90}{360} = \frac{1}{4},$$

$$8\,740 = 9\,200 \left(1 - \frac{1}{4} \cdot n\right)$$

$$\frac{8\,740}{9\,200} = 1 - \frac{n}{4}$$

$$\frac{n}{4} = 1 - 0,95$$

$$n = 0,20$$

olduğundan yıllık %20 olduğu ortaya çıkar.

**Örnek:** Vadesinin dolmasına 4 ay 12 gün kalan bir senet erken ödeme yapılarak 3 840 ₺ olarak müşteriye tahsil ediliyor. İskonto oranı %28 olduğu bilindiğine göre senedin nominal değeri nedir?

Çözüm: 4 ay 12 gün = 132 gün

$$P = 3\ 840 \text{ ₺}, t = \frac{132}{360} = \frac{33}{90}, n = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$$

$$3\ 840 = C \left( 1 - \frac{33}{90} \cdot \frac{7}{25} \right)$$

$$3\ 840 = C \left( 1 - \frac{231}{2\ 250} \right)$$

$$3\ 840 = C \frac{2\ 019}{2\ 250}$$

$$C = \frac{3\ 840 \cdot 2\ 250}{2\ 019}$$

$$C = 4\ 280 \text{ ₺}$$

## 2. BASİT İÇ İSKONTO

**2.3. Tanım:** İskonto tutarını peşin değer üzerinden hesaplanan iskontoya basit iç iskonto denir.

Nominal Değer = Peşin Değer + Peşin Değer Üzerinden İskonto Tutarı

Bu işlemler sonucunda iskonto tutarı, şu formül ile karşımıza çıkar.

**2.1. Teorem:** C nominal değer,  $I_i$  iskonto tutarı, t iskonto oranı, n vade olmak üzere basit iç iskonto;

$$I_i = \frac{C \cdot n \cdot t}{1 + n \cdot t}$$

elde edilir.

İspat: 2.2. tanımına göre,

$$C = P + P \cdot n \cdot t$$

$$C = P(1 + n \cdot t)$$

$$P = \frac{C}{1 + n \cdot t}$$

bulunur. Ayrıca  $I_i = C - P$  olacağından,

$$I_i = C - \frac{C}{1 + n \cdot t} = \frac{C + C \cdot n \cdot t - C}{1 + n \cdot t} = \frac{C \cdot n \cdot t}{1 + n \cdot t}$$

olarak elde edilir.

**Örnek:** Vadesinin dolmasına 40 gün kalmış 12 400₺ lik bir senedi %30 dan basit iç iskontoya göre iskonto ettirirsek iskonto tutarı kaç lira olur?

$$\text{Çözüm: } C = 12\,400₺, t = \frac{40}{360} = \frac{1}{9}, n = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \text{ olacağından}$$

$$I_i = \frac{C \cdot n \cdot t}{1 + n \cdot t} = \frac{12\,400 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{10}}{1 + \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{10}} = \frac{\frac{1\,240}{3}}{\frac{31}{30}} = \frac{1\,240}{3} \cdot \frac{30}{31} = 400 ₺$$

bulunur.

**2.2. Not:** Bu işlem dış iskontoya göre yapılıyorsa 41,33 ₺ olurdu. Bu ise iç iskonto dış iskontoya göre daha fazla olduğunu gösterir.

**Örnek:** Nominal değeri 6 450 ₺ olan bir senet vadesine 6 ay kala basit iç iskontoya göre 450 ₺ olarak iskonto ettirilmiştir. Buna göre yıllık iskonto oranının değerini bulunuz.

$$\text{Çözüm: } C = 6\,450 ₺, t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, I_i = 45 ₺ \text{ olduğundan}$$

$$45 = \frac{645 \cdot n \cdot \frac{1}{2}}{1 + n \cdot \frac{1}{2}}$$

$$45 = \frac{\frac{645n}{2}}{\frac{n+2}{2}}$$

$$45 = \frac{645n}{n+2}$$

$$45n + 90 = 645n$$

$$90 = 600n$$

$$n = \frac{90}{600} = \frac{15}{100}$$

yani %15 elde edilir.

**2.2. Sonuç:** Basit iç iskonto işleminde peşin değer P ile gösterirsek,  $C = P = C - I$  olduğundan  $P = \frac{C}{1 + n \cdot t}$  elde edilir.

**Örnek:** Bir işletmeci nominal değeri 12 300 ₺ olan bir çeki, vadesinin dolmasına 3 ay kala yıllık %10 faiz oranı üzerinden basit iç iskontoya göre kırdırıyor. Bu işletmecinin alacağı peşin değer nedir?

$$\text{Çözüm: } C = 12\,300 \text{ ₺, } t = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, n = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \text{ ₺ olduğundan}$$

$$P = \frac{12\,300}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{12\,300}{\frac{41}{40}} = \frac{12\,300 \cdot 40}{41} = 12\,000 \text{ ₺}$$

bulunur.

**Örnek:** Nominal değeri 18 000 ₺ olan bir senedin basit iç ıskonto olarak %20 üzerinden ıskonto ettirilerek 16 875 ₺ olarak alınıyor. Bu senet ne kadar zaman önce ıskonto ettirildiğini bulunuz.

$$\text{Çözüm: } C = 18\,000 \text{ ₺, } n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, P = 16\,875 \text{ ₺ olduğundan}$$

$$16\,875 = \frac{18\,000}{1 + t \cdot \frac{1}{5}}$$

$$1 + \frac{t}{5} = \frac{18\,000}{16\,875}$$

$$\frac{t}{5} = \frac{18\,000}{16\,875} - 1$$

$$\frac{t}{5} = \frac{1\,125}{16\,875}$$

$$t = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

olacağından 4 ay olarak bulunur.

**Örnek:** Yıllık %20 enflasyon üzerinden basit iç ıskonto yöntemine göre vadesine 8 ay kala hesaplanan ve bugünkü değeri 15 000 ₺ olan senedin nominal değerini bulunuz?

$$\text{Çözüm: } n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, t = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, P = 15\,000 \text{ ₺ olduğundan}$$

$$15\,000 = \frac{C}{1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}}$$

$$15\,000 = \frac{C}{\frac{17}{15}}$$

$$C = 15\,000 \cdot \frac{17}{15} = 17\,000 \text{ ₺}$$

### BASİT İÇ ve DIŞ ISKONTONUN KARŞILAŞTIRILMASI

Basit dış ıskonto nominal (kredi) değeri üzerinden hesaplandığı için basit iç ıskontodan daha büyüktür. Buna göre,  $I_d > I_i$  şeklindedir.

Senet işlemlerinde genellikle dış iskonto uygulanmaktadır. Bunun sebebi, dış iskontonun hesaplanmasının basit iç iskontonun hesaplanmasından daha kolay ve kredi veren açısından avantajlı olmasıdır. Kredi veren, krediye ihtiyaç duyandan daha güçlü durumdadır. Oysa basit iç iskonto tutarı, peşin değer üzerinden hesaplandığı için dış iskontoya göre daha doğru ve daha adil-dir. Bu sebeptendir ki, bazı şirketler ve bankalar basit iç iskonto üzerinden hesaplamalar yapmaktadırlar.

Enflasyon veya faiz oranı düşük ve nominal değer küçük olduğunda iki yöntem arasında fazla fark çıkmamaktadır. Ama rakam enflasyon veya faiz oranı veya nominal değer büyüdükçe aralarındaki rakamda büyümektedir. Bu iki iskonto arasındaki fark  $\Delta$  ile gösterirsek;

$$\Delta = I_d - I_i = C \cdot n \cdot t - \frac{C \cdot n \cdot t}{1+n \cdot t} = \frac{C \cdot n^2 \cdot t^2}{1+n \cdot t}$$

biçiminde olur.

**Örnek:** Vadesinin dolmasına 6 ay kalan ve 15 000 ₺ olan bir çeke bir banka %40 iskonto tutarı üzerinden kıracağını söylemektedir. Bu bankanın iç ve dış faize göre uygulayacağı farkı bulunuz.

$$\text{Çözüm: } C = 15\,000 \text{ ₺}, n = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta = \frac{15\,000 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}} = 500 \text{ ₺}$$

olarak bulunur.

### **BASİT İSKONTOYA GÖRE EŞDEĞER SENETLER (DENK BONOLAR)**

Borçlunun borcunu, alacaklı ile anlaşarak vade tarihinden önce veya sonra ödenmesi gerekebilir. Borçlu, bazen vadeleri yaklaşan senetleri geri alıp yerine daha uzun vadeli senetler vermeyi isteyebilir. Bazen de bunun tersi söz konusudur. Bu durumda senetlerin değiştirme işlemlerinde, peşin değerlerinin eşit olması ilkesi esastır.

Eşdeğer senetlerin (denk bonoların) durumları basit iç iskonto ve dış iskontoya göre ayrı ayrı yapılırlar. Şimdi bu durumları inceleyelim.



## 1. BASİT DIŞ ISKONTOYA GÖRE EŞDEĞER SENETLER

**2.2. Aksiyom:**  $A_1, A_2, \dots, A_r$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_1, t_2, \dots, t_r$  mevcut senetlerin vadeleri  $C_1, C_2, \dots, C_m$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_1, u_2, \dots, u_m$  yeni senetlerin vadeleri,  $P$  bugün ödenen peşin ödenen miktar,  $n$  iskonto oranı olmak üzere;

$$A_1(1 - n \cdot t_1) + A_2(1 - n \cdot t_2) + \dots + A_r(1 - n \cdot t_r) \\ = P + C_1(1 - n \cdot u_1) + C_2(1 - n \cdot u_2) + \dots + C_m(1 - n \cdot u_m)$$

yani,

$$\sum_{k=0}^r A_k(1 - n \cdot t_k) = P + \sum_{k=0}^m C_k(1 - n \cdot u_k)$$

şeklindeir. Mesela, tek senet yerine başka senet verilecekse,

$$A_1(1 - n \cdot t_1) = C_1(1 - n \cdot u_1)$$

biçiminde olur. Veya iki senet yerine üç ayrı senet yapılacaksa,

$$A_1(1 - n t_1) + A_2(1 - n t_2) = C_1(1 - n u_1) + C_2(1 - n u_2) + C_3(1 - n u_3)$$

biçiminde olur.

Ayrıca burada peşinat çok önemlidir. Eğer peşinat ödenmeyecekse,  $P=0$  alınır. Eğer peşinat ödenecekse, dikkat edilmesi gereken bir nokta var. O da peşinata uygulanacak vadenin (sürenin) belirlenmesidir. İlk senede de peşinattan iskonto yapılabilir, sonraki senetlerin birini de yapılabilir.

**Örnek:** 3 150 ₺ lik 36 günlük bir senet yerine 150 gün vadeli yeni bir senet ile değiştirmek isteniyor. Enflasyon oranı %20 ise yeni senedin nominal değeri nedir?

**Çözüm:** Bir senet üzerine yeni senet verileceğinden,

$$A_1(1 - n \cdot t_1) = C_1(1 - n \cdot u_1)$$

denklemini uygulayacağız. Buna göre;

$$A_1 = 3\,150\text{₺}, t_1 = \frac{36}{360} = \frac{1}{10} \text{ gün}, u_1 = \frac{150}{360} = \frac{5}{12} \text{ gün}, n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

olduklarına göre,

$$3\,150 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10}\right) = C_1 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{12}\right)$$

$$3\,150 \cdot \frac{49}{50} = C_1 \frac{11}{12}$$

$$C_1 = 3\,150 \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{12}{11}$$

$$C_1 = 3\,367,64 \text{ ₺}$$

elde edilir.

**Örnek:** 2 700 ₺ lik 20 gün vadeli bir borç yerine %12 dan 2 880 ₺ lik yeni bir senet verilmiştir. Bu senedin vadesi kaç gün olacaktır?

Çözüm:  $A_1(1 - n \cdot t_1) = C_1(1 - n \cdot u_1)$   
denklemini uygulayacağız. Burada

$A_1 = 2\,700\text{₺}$ ,  $t_1 = \frac{20}{360} = \frac{1}{18}$  gün,  $n = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$ ,  $C_1 = 2\,880\text{₺}$   
olduklarından,

$$2\,700 \left(1 - \frac{1}{18} \cdot \frac{3}{25}\right) = 2\,880 \left(1 - \frac{3}{25} \cdot u_1\right)$$

$$2\,700 \cdot \frac{149}{150} = 2\,880 \left(\frac{25-3u_1}{25}\right)$$

$$\frac{2\,700 \cdot 149 \cdot 25}{150 \cdot 2\,880} = 25 - 3u_1$$

$$3u_1 = 25 - \frac{2\,700 \cdot 149 \cdot 25}{150 \cdot 2\,880}$$

$$u_1 = 0,5729 \text{ yıl}$$

bulunur ki, bu bize,

$$u_1 = 0,5729 \cdot 360 \cong 206 \text{ gün}$$

olduğunu gösterir.

**Örnek:** 12 000 ₺ lik 20 gün vadeli bir borç yerine %20 den 216 gün vadeli 10 000 ₺ lik yeni bir senet verilmiştir. Kalan kısım için peşin ödenmek istenmiştir. Peşin ödenen miktar kaç lira olmalıdır?

Çözüm: Bir senet yerine bir miktar peşin geri kalan için uzun vadeli bir senet yapılmak isteniyorsa,

$A_1(1 - n \cdot t_1) = P + C_1(1 - n \cdot u_1)$   
denklemini kullanacağız. Buna göre,

$A_1 = 12\,000\text{₺}$ ,  $t_1 = \frac{20}{360} = \frac{1}{18}$ ,  $n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ ,  $C_1 = 10\,000\text{₺}$ ,  $u_1 = \frac{216}{360} = \frac{3}{5}$   
olduğundan,

$$12\,000 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{18}\right) = P + 10\,000 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5}\right)$$

$$12\,000 \cdot \frac{89}{90} = P + 10\,000 \cdot \frac{22}{25}$$

$$P = \frac{12\,000 \cdot 89}{90} - \frac{10\,000 \cdot 22}{25} = 3\,066,67 \text{ ₺}$$

bulunur.

**Örnek:** 30 gün vadeli 40 000 ₺ lik bir senede karşılık bugün 10 000 ₺, geriye kalanı için 120 gün vadeli bir senet verilmiştir. İskonto oranının %16 olduğuna göre, bu yeni senedin nominal değeri ne olmalıdır?

Çözüm: Bu soruda da bir önceki sorunun denklem kullanılmalıdır. Buna göre,

$$A_1 = 40\ 000\text{₺}, t_1 = \frac{30}{360} = \frac{1}{12}, n = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}, P = 10\ 000\text{₺}, u_1 = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

$$40\ 000 \left(1 - \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{25}\right) = 10\ 000 + C_1 \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{25}\right)$$

$$40\ 000 \cdot \frac{296}{300} = 10\ 000 + C_1 \cdot \frac{71}{75}$$

$$C_1 \cdot \frac{71}{75} = 40\ 000 \cdot \frac{296}{300} - 10\ 000$$

$$C_1 = 31\ 126,67\ \text{₺}$$

elde edilir.

**Örnek:** 15 gün vadeli 10 000 ₺ lik bir senet yerine %20 den 60 gün vadeli 5 000 ₺ lik bir senet verilmiştir. Geriye kalan için 90 gün vadeli bir senet düzenlenecektir. İkinci senedin nominal değeri ne olmalıdır?

Çözüm: Bu soruda bir senet yerine iki senet vererek senet yenileme söz konusudur. Buna göre,

$$A_1(1 - n \cdot t_1) = C_1(1 - n \cdot u_1) + C_2(1 - n \cdot u_2)$$

$$C_1 = 5\ 000\ \text{₺}, t_1 = \frac{15}{360} = \frac{1}{24}, u_1 = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}, u_2 = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}, n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$10\ 000 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{24}\right) = 5\ 000 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}\right) + C_2 \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}\right)$$

$$10\ 000 \cdot \frac{119}{120} = 5\ 000 \cdot \frac{29}{30} + C_2 \cdot \frac{19}{20}$$

$$C_2 \cdot \frac{19}{20} = \frac{1\ 000 \cdot 119}{12} - \frac{500 \cdot 29}{3}$$

$$C_2 = \frac{61\ 000}{12} \cdot \frac{20}{19}$$

$$C_2 = 5\ 350,88\ \text{₺}$$

dir.

**Örnek:** 60 gün vadeli 900 ₺ lik, 27 gün vadeli 1 000 ₺ lik, 81 gün vadeli 2 000 ₺ lik üç senet yerine %40 den 4 200 ₺ lik kaç günlük vadeli senet kabul edilir?

Çözüm: Bu soruda üç senet yerine tek senet vererek senet yenileme söz konusudur. Buna göre,

$$A_1(1 - n \cdot t_1) + A_2(1 - n \cdot t_2) + A_3(1 - n \cdot t_3) = C_1(1 - n \cdot u_1)$$

denklemini kullanacağız.

$$A_1 = 900\ \text{₺}, t_1 = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}, A_2 = 1\ 000\ \text{₺}, t_2 = \frac{27}{360} = \frac{3}{40}$$

$$A_3 = 2\,000 \text{ ₺}, t_3 = \frac{81}{360} = \frac{9}{40}, C_1 = 4\,200 \text{ ₺}, n = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$900 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6}\right) + A_2 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{40}\right) + A_3 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{40}\right) = C_1 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot u_1\right)$$

$$900 \cdot \frac{14}{15} + 1\,000 \cdot \frac{97}{100} + 2\,000 \cdot \frac{91}{100} = 4\,200 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot u_1\right)$$

$$840 + 970 + 1\,820 = 4\,200 \left(1 - \frac{2}{5} \cdot u_1\right)$$

$$\frac{3\,630}{4\,200} = 1 - \frac{2}{5} \cdot u_1$$

$$\frac{2}{5} \cdot u_1 = 1 - \frac{3\,630}{4\,200} = \frac{57}{420}$$

$$u_1 = \frac{57}{420} \cdot \frac{5}{2}$$

$$u_1 = 0,339 \text{ yıl}$$

$$u_1 = 0,339 \cdot 360 = 122 \text{ gün}$$

elde edilir.

## 2. BASİT İÇ İSKONTOYA GÖRE EŞDEĞER SENETLER

**2.3. Aksiyom:**  $A_1, A_2, \dots, A_r$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_1, t_2, \dots, t_r$  mevcut senetlerin vadeleri  $C_1, C_2, \dots, C_m$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_1, u_2, \dots, u_m$  yeni senetlerin vadeleri,  $P$  bugün ödenen peşin ödenen miktar,  $n$  iskonto oranı olmak üzere;

$$\frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} + \frac{A_2}{1+t_2 \cdot n} + \dots + \frac{A_r}{1+t_r \cdot n} = P + \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n} + \frac{C_2}{1+u_2 \cdot n} + \dots + \frac{C_m}{1+u_m \cdot n}$$

yani,

$$\sum_{k=0}^n \frac{A_k}{1+n \cdot t_k} = P + \sum_{k=0}^m \frac{C_k}{1+n \cdot u_k}$$

biçimindedir. Mesela, tek senet yerine başka senet verilecekse,

$$\frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} = \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n}$$

şeklinde olur. Veya üç senet yerine bir miktar peşin ve tek senet yapılacaksa,

$$\frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} + \frac{A_2}{1+t_2 \cdot n} + \frac{A_3}{1+t_3 \cdot n} = P + \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n}$$

şeklinde olur.

**Örnek:** 12 000 ₺ kredi değerli ve 60 gün vadeli bir senet yerine 216 gün vadeli başka bir senet verilmek gerekirse, yıllık %10 iskonto oranına göre bu yeni senedin kredi değerini basit iç iskonto yöntemine göre bulunuz.

**Çözüm:** Bu soruda bir senet yerine uzun vadeli yeni senet verileceğinden,

$$\frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} = \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n}$$

denklemini kullanılır. Buna göre,

$$A_1 = 12\ 000 \text{ ₺}, t_1 = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}, u_1 = \frac{216}{360} = \frac{3}{5}, n = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{12\ 000}{1+\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{C_1}{1+\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{10}}$$

$$12\ 000 \cdot \frac{60}{61} = C_1 \cdot \frac{50}{53}$$

$$C_1 = 12\ 000 \cdot \frac{60}{61} \cdot \frac{53}{50}$$

$$C_1 = 12\ 511,48 \text{ ₺}$$

bulunur.

**Örnek:** 20 gün vadeli 23 000 ₺ lik bir senet yerine 5 000 ₺ bugün peşin olarak ödeniyor. Geriye kalan basit iç iskontoya göre hesaplanarak iki ay vadeli iki eşit senet düzenlenmek isteniyor. Iskonto oranı % 18 ise bu senetlerin nominal değerleri ne olmalıdır?

**Çözüm:** Bir senet yerine 5 000 ₺ peşin ve iki vadeli senet verilecekse,

$$\frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} = P + \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n} + \frac{C_1}{1+u_2 \cdot n}$$

şekilde olur. Dikkat edilirse burada  $C_1 = C_2$  şeklindedir. Ayrıca yeni senetlerde süreler 30 ve 60 gün olarak iki parça halinde olacaklardır.

$$A_1 = 23\ 000 \text{ ₺}, t_1 = \frac{20}{360} = \frac{1}{18}, P = 5\ 000 \text{ ₺}, n = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

$$u_1 = \frac{30}{360} = \frac{1}{12} \text{ ve } u_2 = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{23\ 000}{1+\frac{1}{18} \cdot \frac{9}{50}} = 5\ 000 + \frac{C_1}{1+\frac{1}{12} \cdot \frac{9}{50}} + \frac{C_1}{1+\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{50}}$$

$$23\ 000 \cdot \frac{100}{101} - 5\ 000 = C_1 \frac{200}{203} + C_1 \frac{100}{103}$$

$$22\ 772,28 - 5\ 000 = C_1 \cdot 1,956$$

$$C_1 = 9\ 086,03 \text{ ₺}$$

**Örnek:** Üç taksitle 2 000 ₺ lik senetler bulunan bir borç 3 ay sonraya tek senet olarak ödenmek istenmiştir. İskonto oranı %30 olduğu bilindiğine göre, senedin nominal değeri ne olmalıdır?

Çözüm: 30, 60, 90 gün vadeli üç senet yerine 3 ay vadeli tek senet verilmek isteniyor. İç iskontoya göre yapacak olursak,

$$A_1 = A_2 = A_3 = 2\,000 \text{ ₺}, n = \frac{30}{360} = \frac{1}{12}$$

$$t_1 = \frac{30}{360} = \frac{1}{12}, t_2 = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}, t_3 = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$$

olur. Buna göre,

$$\frac{2\,000}{1 + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}} + \frac{2\,000}{1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12}} + \frac{2\,000}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12}} = \frac{C_1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12}}$$

$$2\,000 \cdot \left( \frac{144}{145} + \frac{72}{73} + \frac{48}{49} \right) = C_1 \frac{48}{49}$$

$$C_1 = 6\,041,28 \text{ ₺}$$

bulunur.

## BİLEŞİK İSKONTO

Bileşik faizin uygulandığı bir işlemde iskonto gerekli ise bileşik iskonto uygulanır. Bileşik iskonto bileşik faiz mantığı gibidir. Genellikle bir yıldan fazla uzun vadeli işlemlerde kullanılmaktadır. Ama bir yıldan kısa vadeler için aylık veya dönemlik uygulamaları da olabilir. Fakat bu durum pek tercih edilmez. Halk arasında kısaca iskontonun iskontosu diye adlandırılır.

Bileşik iskonto iki türlü yapılır. Bunlar bileşik dış iskonto ve bileşik iç iskonto şeklindedir.

### 1. BİLEŞİK DIŞ İSKONTO

Bileşik iskonto bir yıldan fazla uzun vadeli işlemlerde eğer bileşik faiz uygulanmışsa ve erken ödeme söz konusuysa bu işlemlere bileşik iskonto uygulanır. Bileşik dış iskontoda iskonto tutarı basit iç iskontoda olduğu gibi nominal değer üzerinden hesaplanır. Bileşik dış iskonto, iskonto tutarı nominal değer üzerinden hesaplandığı için nominal değeri, peşin değer (bugünkü değer) balığı gibidir. Dolayısıyla bileşik dış iskonto, bileşik faizin indirim şeklidir.

**2.2. Teorem:** C nominal değer, P bugünkü ödenecek peşin değer, n iskonto oranı, t vade olmak üzere bileşik dış iskonto;

$$P = C \cdot (1 - n)^t$$

biçimindedir.

İspat: 1. dönemin sonunda basit iskonto uygulanırsa  $P = C \cdot (1 - n)$

2. dönemin sonunda basit iskonto uygulanırsa

$$P = C \cdot (1 - n)(1 - n) = C \cdot (1 - n)^2$$

3. dönemin sonunda basit iskonto uygulanırsa

$$P = C \cdot (1 - n)^2(1 - n) = C \cdot (1 - n)^3$$

...

t. dönemin sonunda  $(t - 1)$ . dönem biliniyor ve  $(t - 1)$ . döneme basit iskonto uygulanırsa  $P = C \cdot (1 - n)^t$  olur. Bu da bileşik dış iskontonun  $P = C \cdot (1 - n)^t$  olduğunu gösterir.

**Örnek:** Vade değeri 36 000 ₺ olan bir borç 3 yıl vadeye sahiptir. Bu senet %18 dış iskonto oranıyla iskonto edildiğinde borç bugünkü değeri ne olur?

Çözüm:  $C = 36\ 000$  ₺ ,  $t = 3$  yıl ,  $n = 0,18$

$$P = C \cdot (1 - n)^t = 36\ 000 \cdot (1 - 0,18)^3 = 19\ 849,25$$
 ₺

**Örnek:** Bir işletmenin elinde 2 yıl boyunca ödenmesi gereken bir borç, dış iskonto oranı %20 den bugün ödendiğinde 32 000 ₺ olarak tahsil ediliyor. Bu borcun nominal değeri nedir?

Çözüm:  $P = 32\ 000$  ₺ ,  $t = 2$  yıl ,  $n = 0,20$

$$C = \frac{P}{(1-n)^t} = \frac{32\ 000}{(1-0,20)^2} = \frac{32\ 000}{0,64} = 50\ 000$$
 ₺

**Örnek:** Nominal değeri 18 000 ₺ olan 3 yıl vadeli bir borç, 13 500 ₺ peşin değere indirgenebilmesi için yıllık yüzde kaç iç iskonto oranında işlem görmesi gerekiyor.

Çözüm:  $C = 18\ 000$  ₺ ,  $t = 3$  yıl ,  $P = 13\ 500$  ₺

$$P = C \cdot (1 - n)^t$$

$$13\ 500 = 18\ 000 \cdot (1 - n)^3$$

$$\frac{13\ 500}{18\ 000} = (1 - n)^3$$

$$0,75 = (1 - n)^3$$

$$0,9085 = 1 - n$$

$$n = 1 - 0,9085 = 0,0914$$

olup %9,14 olarak bulunur.

**Örnek:** 12 000 ₺ nominal değerdeki senedin yıllık %20 iç iskonto oranı ile bugünkü değerine indirilen peşin değer 6 616,42 ₺ olduğuna göre senedin vadesini hesaplayınız.

Çözüm:  $C = 12\ 000$  ₺ ,  $n = 0,18$  ,  $P = 6\ 616,42$  ₺

$$6\ 616,42 = 12\ 000 \cdot (1 - 0,20)^t$$

$$0,8^t = \frac{6\ 616,42}{12\ 000} = 0,551368$$

$$\log 0,8^t = \log 0,551368$$

$$t \cdot \log 0,8 = \log 0,551368$$

$$t = \frac{\log 0,551368}{\log 0,8}$$

$$t = \frac{-0,2585584}{-0,0861868}$$

$$t = 3 \text{ yıl}$$

**2.3. Sonuç:** Iskonto işleminde  $I_d$  dış iskonto tutarı,

$$I_d = C \cdot [1 - (1 - n)^t]$$

şeklindedir.



**Örnek:** Nominal değeri 54 000 ₺ olan bir borç 3 yıl vadeye sahiptir. Bu borç %15 dış ıskonto oranıyla ödendiğinde borcun ıskonto miktarını bulunuz.

Çözüm:  $C = 54\ 000$  ₺ ,  $t = 3$  yıl,  $n = 0,15$  ₺  
dir. Bileşik dış ıskonto miktarı,

$$I_d = C \cdot [1 - (1 - n)^t]$$

$I_d = 54\ 000 \cdot [1 - (1 - 0,15)^3] = 20\ 837,25$  ₺  
olur.

**2.1. Açıklama:** Finans matematiği kitaplarında bileşik dış ıskonto uygulanmadığı yazılmaktadır. Bu kitaplar  $P = C \cdot (1 + n)^{-t}$  olarak almaktalar. Bu durumda işlemlerde hata çıkmaktadır. Halbuki,  $P = C \cdot (1 - n)^t$  olarak aldığımızda bileşik dış ıskonto uygulandığı görülmektedir.

## 2. BİLEŞİK İÇ ISKONTO

Bileşik iç ıskontoda ıskonto tutarı basit iç ıskontoda olduğu gibi peşin değer üzerinden hesaplanır. Bileşik iç ıskontoda ıskonto tutarı peşin değer üzerinden hesaplandığı için kredi değeri, peşin değer balığı gibidir. Dolayısıyla bileşik iç ıskonto, bileşik faizin indirim şeklindedir.

**2.4. Tanım:** ıskonto tutarını peşin değer üzerinden hesaplanan ıskontoya bileşik iç ıskonto denir.

**2.3. Teorem:** C nominal değer, P bugünkü ödenecek peşin değer, n ıskonto oranı, t vade olmak üzere bileşik iç ıskonto;

$$P = \frac{C}{(1+n)^t}$$

elde edilir.

İspat:

1. dönemin sonunda basit ıskonto olarak  $P = \frac{C}{1+n}$

2. dönemin sonunda basit ıskonto olarak  $P = \frac{C}{1+n} \cdot \frac{1}{1+n} = \frac{C}{(1+n)^2}$

3. dönemin sonunda basit ıskonto olarak  $P = \frac{C}{(1+n)^2} \cdot \frac{1}{1+n} = \frac{C}{(1+n)^3}$

...

t. dönemin sonunda basit iskonto olarak  $P = \frac{C}{(1+n)^t}$  biçimindedir.

**Örnek:** Vade değeri 18 000 ₺ olan borçlar 3 yıl vadeye sahiptir. Bu borçlar %15 iç iskonto oranıyla bugün iskonto edildiğinde borcun bugünkü değeri ne olur?

Çözüm:  $C = 18\ 000$  ₺ ,  $t = 3$  yıl,  $n = 0,15$  ₺

$$P = \frac{C}{(1+n)^t} = \frac{18\ 000}{(1+0,15)^3} = 11\ 835,29 \text{ ₺}$$

**Örnek:** Bir işletme 2 yıl boyunca ödenmesi gereken borcunu, iç iskonto oranı %20 den bileşik iskonto olarak bugün ödendiğinde 34 722,22 ₺ olarak tahsil ediliyor. Bu borcun yazılı değer nedir?

Çözüm:  $P = 34\ 722,22$  ₺ ,  $t = 2$  yıl,  $n = 0,20$  ₺

$$\begin{aligned} C &= P(1+n)^t \\ &= 34\ 722,22(1+0,2)^2 \\ &= 50\ 000 \text{ ₺} \end{aligned}$$

**Örnek:** Nominal değeri 58 276,30 ₺ olan 3 yıl vadeli bir borç, 45 000 ₺ peşin değere indirgenebilmesi için yıllık yüzde kaç iç iskonto oranında işlem görmesi gerekiyor.

Çözüm:  $C = 58\ 276,30$  ₺ ,  $t = 3$  yıl,  $P = 45\ 000$  ₺

$$\begin{aligned} 45\ 000 &= \frac{58\ 276,30}{(1+n)^3} \\ (1+n)^3 &= \frac{58\ 276,30}{45\ 000} \end{aligned}$$

$$1+n = 1,09$$

$$n = 0,09$$

olup %9 olarak bulunur.

**Örnek:** 48 000 ₺ nominal değerdeki borcun yıllık %18 bileşik iç ıskonto oranı ile bugünkü değerine indirilen peşin değer 24 757,83 ₺ olduğuna göre senedin vadesini hesaplayınız.

Çözüm:  $C = 48\ 000\ ₺$  ,  $n = 0,20$ ,  $P = 24\ 757,83\ ₺$

$$24\ 757,83 = \frac{48\ 000}{(1+0,18)^t}$$

$$1,18^t = \frac{48\ 000}{24\ 757,83}$$

$$1,18^t = 1,938822$$

$$\log 1,18^t = \log 1,938822$$

$$t \cdot \log 1,18^t = \log 1,938822$$

$$t = \frac{\log 1,938822}{\log 1,18}$$

$$t = \frac{0,287538}{0,071882}$$

$$t = 4\ \text{yıl}$$

**2.4. Sonuç:** İskonto işleminde  $I_i$  iç ıskonto tutarı,

$$I_i = C \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+n)^t}\right)$$

şeklindedir.

**Örnek:** Nominal değeri 25 000 ₺ olan bir senet 2 yıl vadelidir ve %12 ıskonto oranında ıskonto ettirilecektir, ıskonto tutarı nedir?

Çözüm:  $C = 25\ 000\ ₺$  ,  $t = 2$ ,  $n = 0,12$

$$I_i = 25\ 000 \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+0,12)^2}\right) = 5\ 070\ ₺$$

**Örnek:** Kredi değeri 40 000 ₺ olan bir borç 18 ay vadelidir ve yıllık %24 ıskonto oranıyla üç aylık devreler halinde ıskonto edilirse, ıskonto tutarı ne kadar olur?

$$\text{Çözüm: } C = 40\ 000 \text{ ₺, } t = \frac{18}{3} = 6, n = \frac{24}{4} = 0,06$$

$$I_i = 40\ 000 \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+0,06)^6}\right) = 28\ 198,42 \text{ ₺}$$

**2.3. Not:** Görüldüğü gibi bileşik dış iskonto Nominal değer üzerinden yapıldığından bileşik iç iskontodan daha fazla indirim yapılır. Aynı basit dış iskontonun basit iç iskontodan daha fazla indirim yapılması gibi.

### BİLEŞİK ISKONTO FORMÜLÜNÜN BAŞKA ALANLARA UYGULAMASI

Bileşik iskonoto formülü “organik küçülme prensibi” gereği farklı alanlarda da kullanılabilir. Bunu bir örnekle izah edelim.

**Örnek:** Şeker hastasının ilaç alındığında dakikada %4 değerinin küçüldüğü tespit edilmiştir. 450 birim şekeri olan bir şahıs 100 birim şeker düşürmek için kaç dakikaya ihtiyaç vardır?

$$\text{Çözüm: } C = 450 \text{ br, } n = 0,03, P = 100 \text{ br}$$

$$P = C \cdot (1 - n)^t$$

$$100 = 450 \cdot (1 - 0,04)^t$$

$$\frac{100}{450} = 0,96^t$$

$$0,2222 = 0,96^t$$

$$\log 0,2222 = t \cdot \log 0,96$$

$$t = \frac{\log 0,2222}{\log 0,96} = \frac{-0,653215}{-0,017728} = 36,844779$$

$$0,844779 \cdot 60 \cong 50$$

Bu durum 36 dakika 50 saniye olduğunu gösterir.

## 1. BİLEŞİK DIŞ ISKONTOYA GÖRE EŞDEĞER SENETLER

**2.1. Aksiyon:**  $A_1, A_2, \dots, A_r$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_1, t_2, \dots, t_r$  mevcut senetlerin vadeleri  $C_1, C_2, \dots, C_m$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_1, u_2, \dots, u_m$  yeni senetlerin vadeleri,  $P$  bugün ödenen peşin ödenen miktar,  $n$  iskonto oranı olmak üzere;

$$A_1(1-n)^{t_1} + A_2(1-n)^{t_2} + \dots + A_r(1-n)^{t_r} \\ = P + C_1(1-n)^{u_1} + C_2(1-n)^{u_2} + \dots + C_m(1-n)^{u_m}$$

yani,  $1 \leq k \leq r$  ve  $k \in \mathbb{N}$  için  $A_k$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_k$  mevcut senetlerin vadeleri,  $1 \leq \lambda \leq m$  ve  $\lambda \in \mathbb{N}$  için  $C_\lambda$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_\lambda$  yeni senetlerin vadeleri, bileşik iskontoya göre eşdeğer senetler şeklinde gösterilirse;

$$\sum_{k=1}^r A_k(1-n)^{t_k} = P + \sum_{l=1}^m C_l(1-n)^{u_l}$$

biçiminde olur.

**Örnek:** 12 000 ₺ kredi değerli ve 1,5 yıl vadeli birleşik faizli bir borç yerine bugün 3 000 ₺ geriye kalan 2 yıl vadeli başka bir borç yapılandırılması isteniyor, iskonto oranı yıllık %10 olduğuna göre bu yeni borcun nominal değerini bulunuz.

**Çözüm:** Bu soruda bir senet yerine uzun vadeli yeni senet verileceğinden,

$$A_1(1-n)^{t_1} = P + C_1(1-n)^{u_1}$$

$$12\,000(1-0,10)^{1,5} = 3\,000 + C_1(1-0,10)^2$$

$$C_1 = 8\,945,41 \text{ ₺}$$

bulunur.

## 2. BİLEŞİK İÇ ISKONTOYA GÖRE EŞDEĞER SENETLER

**2.2. Aksiyon:**  $A_1, A_2, \dots, A_r$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_1, t_2, \dots, t_r$  mevcut senetlerin vadeleri  $C_1, C_2, \dots, C_m$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_1, u_2, \dots, u_m$  yeni senetlerin vadeleri,  $P$  bugün ödenen peşin ödenen miktar,  $n$  iskonto oranı olmak üzere;

$$\frac{A_1}{(1+n)^{t_1}} + \frac{A_2}{(1+n)^{t_2}} + \dots + \frac{A_r}{(1+n)^{t_r}} = P + \frac{C_1}{(1+n)^{u_1}} + \frac{C_2}{(1+n)^{u_2}} + \dots + \frac{C_m}{(1+n)^{u_m}}$$

yani,  $1 \leq k \leq r$  ve  $k \in \mathbb{N}$  için  $A_k$  mevcut senetlerin nominal değerleri,  $t_k$  mevcut senetlerin vadeleri,  $1 \leq \lambda \leq m$  ve  $\lambda \in \mathbb{N}$  için  $C_\lambda$  yeni senetlerin nominal değerleri,  $u_\ell$  yeni senetlerin vadeleri, bileşik ıskontoya göre eşdeğer senetler şeklinde gösterilirse;

$$\sum_{k=0}^r \frac{A_k}{(1+n)^{t_k}} = P + \sum_{k=0}^m \frac{C_k}{(1+n)^{u_k}}$$

biçiminde olur.

**Örnek:** 12 000 ₺ kredi değerli ve 1,5 yıl vadeli birleşik faizli bir borç yerine bugün 3 000 ₺ geriye kalan 2 yıl vadeli başka bir borç yapılandırılması isteniyor, ıskonto oranı yıllık % 10 olduğuna göre bu yeni borcun nominal değerini bulunuz.

**Çözüm:** Bu soruda bir senet yerine uzun vadeli yeni senet verileceğinden,

$$\frac{A_1}{(1+n)^{t_1}} = P + \frac{C_1}{(1+n)^{u_2}}$$

$$\frac{12\,000}{(1+0,10)^{1,5}} = 3\,000 + \frac{C_1}{(1+0,10)^2}$$

$$C_1 = 8\,955,71 \text{ ₺}$$

bulunur.

## ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

1. Nominal değeri 5 000 ₺ olan bir senedin vadesi 3 aydır. Basit ıskonto oranı %30 olduğuna göre

- Basit dış ıskontoya göre
- Basit iç ıskontoya göre

ıskonto tutarı kaç ₺ dir?

$$\text{Çözüm: } C = 5\,000 \text{ ₺, } t = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, n = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } I_d &= C \cdot n \cdot t \\ I_d &= 5\,000 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{4} = 375 \text{ ₺} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } I_i &= \frac{C \cdot n \cdot t}{1 + n \cdot t} \\ I_i &= \frac{5\,000 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{375}{\frac{21}{20}} = 357,14 \text{ ₺} \end{aligned}$$

olur.

2. Nominal değeri 40 000 ₺ olan bir senedin vadesi 6 aydır. Basit iskonto oranı %20 olduğuna göre

- a) Basit dış iskontoya göre
- b) Basit iç iskontoya göre

ele geçen miktar kaç ₺ dir?

$$\text{Çözüm: } C = 40\,000 \text{ ₺, } t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P &= C(1 - n \cdot t) \\ P &= 40\,000 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}\right) = 36\,000 \text{ ₺} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \frac{C}{1 + n \cdot t} \\ P &= \frac{40\,000}{1 + \frac{11}{25}} = \frac{40\,000}{\frac{36}{25}} = 36\,363,64 \text{ ₺} \end{aligned}$$

3. 28 Ekim 20XX 25 000 ₺ nominal değerli bir hazine bonosunu vadeli %20'den 10 Haziran 20XX de

- a) Dış iskontoya göre
- b) İç iskontoya göre

kaç lira olarak alınır?

Çözüm: Hazine bonoları ödeme işlemi tarihinden önce basit iskontoya göre alınır.

Haziran	20 gün
Temmuz	31 gün
Ağustos	31 gün
Eylül	30 gün
Ekim	28 gün
Toplam	140 gün

$$C = 25\ 000 \text{ ₺}, t = \frac{140}{360} = \frac{7}{18} \text{ yıl}, n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$a) P = C(1 - n \cdot t)$$

$$P = 25\ 000 \left(1 - \frac{7}{18} \cdot \frac{1}{5}\right) = 23\ 055,56 \text{ ₺}$$

$$b) P = \frac{C}{1+n \cdot t}$$

$$P = \frac{25\ 000}{1 + \frac{7}{18} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{25\ 000}{\frac{97}{90}} = 23\ 195,88 \text{ ₺}$$

4. Nominal değeri 40 000 ₺ olan bir senedin vadesi 6 aydır. Bileşik iskonto oranı %20 olduğuna göre

a) Bileşik dış iskontoya göre

b) Bileşik iç iskontoya göre

ele geçen miktar kaç ₺ dir?

$$\text{Çözüm: } C = 40\ 000 \text{ ₺}, t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, n = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$a) P = C(1 - n)^t$$

$$P = 40\ 000 \left(1 - \frac{1}{5}\right)^{1/2} = 35\ 777,09 \text{ ₺}$$

$$b) P = \frac{C}{(1+n)^t}$$

$$P = \frac{40\ 000}{\left(1 + \frac{1}{5}\right)^{1/2}} = \frac{40\ 000}{\left(\frac{6}{5}\right)^{1/2}} = 36\ 514,84 \text{ ₺}$$

5. Nominal değeri 50 000 ₺ olan bir senedin vadesi 12 aydır. Iskonto oranı %30 ve her 6 ayda bir faizlendirme yapıldığına göre



- a) Bileşik dış ıskontoya göre  
b) Bileşik iç ıskontoya göre

Çözüm:  $C = 50\ 000$  ₺, 12 ayda 2 defa ve  $n = \frac{0,30}{2} = 0,15$  olmak üzere;

$$\begin{aligned} \text{a) } P &= C(1 - n)^t \\ P &= 50\ 000(1 - 0,15)^2 = 36\ 125 \text{ ₺} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P &= \frac{C}{(1+n)^t} \\ P &= \frac{50\ 000}{(1+0,15)^2} = \frac{50\ 000}{1,15^2} = 37\ 807,18 \text{ ₺} \end{aligned}$$

6. Nominal değeri 40 000 ₺ olan bir çekin iç ıskontoya göre erken ödeme yapıldığında 38 624,40 ₺ olarak ödeniyor. İskonto oranı %20 olduğuna göre bu çekin vadesi kaç aydır?

Çözüm:  $C = 40\ 000$  ₺,  $P = 38\ 624,40$  ₺,  $n = \frac{20}{100} = 0,2$

$$\begin{aligned} P &= \frac{C}{(1+n)^t} \\ 38\ 624,40 &= \frac{40\ 000}{(1+0,2)^t} \\ 1,2^t &= \frac{40\ 000}{38\ 624,40} \\ \log 1,2^t &= \log 1,092168 \\ t \cdot \log 1,2 &= \log 1,092168 \\ t &= \frac{\log 1,092168}{\log 1,2} \\ t &= \frac{0,038294}{0,079181} \\ t &= 0,4836 \text{ yıl} \\ t &= 0,4836 \cdot 360 = 174 \text{ gün} \end{aligned}$$

7. Nominal değeri 18 000 ₺ ve vadesi 45 ay olan bir çekin her 3 ayda bir faizlendiriliyor. Peşin değeri 10 000 ₺ olan bu çekin iç ıskontoya göre kredi yüzdesini bulunuz?

Çözüm:  $C = 18\ 000$  ₺,  $t = \frac{45}{3} = 15$  defa faizlendiriliyor,  $P = 10\ 000$  ₺

$$P = \frac{C}{(1+n)^t}$$

$$10\ 000 = \frac{18\ 000}{(1+n)^{15}}$$

$$(1+n)^{15} = \frac{18\ 000}{10\ 000}$$

$$(1+n)^{15} = 1,8$$

$$1+n = 1,8^{1/15}$$

$$n = 0,0399$$

yılda 4 defa faizlendirildiğinde 1 yılda

$$0,039999 \cdot 4 = 0,16$$

%16 elde edilir.

**8.** Nominal değeri 19 000 ₺ vadesi 2 ay olan ve kredi değeri 23 000 ₺ vadesi 3 ay olan iki senet yerine 5 ay vadeli yeni bir senet düzenlenirse yıllık %36 iskonto oranı üzerinden

- a) Basit dış iskontoya göre
- b) Basit iç iskontoya göre

yeni senedin kredi değeri nedir?

Çözüm: Süre 1 yıldan kısa ve %36 olduğu için basit iskonto uygulaması yapılabilir.

$$a) n = \frac{0,36}{12} = 0,03$$

$$A_1(1 - n \cdot t_1) + A_2(1 - n \cdot t_2) = C_1(1 - n \cdot u_1)$$

$$19\ 000(1 - 0,03 \cdot 2) + 23\ 000(1 - 0,03 \cdot 3) = C_1(1 - 0,03 \cdot 5)$$

$$19\ 000 \cdot 0,94 + 23\ 000 \cdot 0,91 = C_1 \cdot 0,85$$

$$C_1 = 45\ 635,29 \text{ ₺}$$

$$b) \frac{A_1}{1+t_1 \cdot n} + \frac{A_2}{1+t_2 \cdot n} = \frac{C_1}{1+u_1 \cdot n}$$

$$\frac{19\ 000}{1+2 \cdot 0,03} + \frac{23\ 000}{1+3 \cdot 0,03} = \frac{C_1}{1+5 \cdot 0,03}$$

$$\frac{19\ 000}{1,06} + \frac{23\ 000}{1,09} = \frac{C_1}{1,15}$$

$$C_1 = 44\ 879,26 \text{ ₺}$$

9. Nominal değeri 19 000 ₺ vadesi 2 yıl olan ve kredi değeri 23 000 ₺ vadesi 3 yıl olan iki senet yerine 5 yıl vadeli yeni bir senet düzenlenirse yıllık %36 ıskonto oranı üzerinden

- a) Bileşik dış ıskontoya göre  
b) Bileşik iç ıskontoya göre

yeni senedin kredi değeri nedir?

Çözüm: a)

$$A_1(1-n)^{t_1} + A_2(1-n)^{t_2} = C_1(1-n)^{u_1}$$

$$19\ 000(1-0,36)^2 + 23\ 000(1-0,36)^3 = C_1(1-0,36)^5$$

$$19\ 000 \cdot 0,4096 + 23\ 000 \cdot 0,262144 = C_1 \cdot 0,1073741824$$

$$C_1 = 128\ 631,59 \text{ ₺}$$

$$b) \frac{A_1}{(1+n)^{t_1}} + \frac{A_2}{(1+n)^{t_2}} = \frac{C_1}{(1+n)^{u_1}}$$

$$\frac{19\ 000}{(1+0,36)^2} + \frac{23\ 000}{(1+0,36)^3} = \frac{C_1}{(1+0,36)^5}$$

$$\frac{19\ 000}{1,8496} + \frac{23\ 000}{2,515456} = \frac{C_1}{4,6525874176}$$

$$C_1 = 90\ 334,46 \text{ ₺}$$

**10.**  $96^0$  derecede ısıtılan bir su 12 dakika sonra  $40^0$  dereceye inince be-beğe ikram edilmiştir. Suyun dakikada soğuma yüzdesi bulunuz.

Çözüm: Bu sorunun cevabı bileşik dış iskonto yöntemiyle çözülmelidir.

$$C = 96^0, t = 12, P = 40^0 \text{ br}$$

$$P = C \cdot (1 - n)^t$$

$$40 = 96 \cdot (1 - n)^{12}$$

$$\frac{40}{96} = (1 - n)^{12}$$

$$0,41667 = (1 - n)^{12}$$

$$0,926418 = 1 - n$$

$$n = 1 - 0,9264 = 0,0704$$

%7,04 dakikada soğuma yüzdesi olur.

### **KAYNAKÇA**

1. Prof. Dr. Nurhan AYDIN, Finans Matematiği, Detay Yayıncılık, Ankara, 2016.
2. Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA, Yrd. Doç. Dr. Alper DEĞER, Finans Matematiği, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa, 2012.
3. Turhan KORKMAZ, Mehmet PEKKAYA, Excel Uygulamalı Finans Matematiği, Ekin Basım Yayın Dağıtım, Bursa, 2012.
4. Doç. Dr. İrfan ERTUĞRUL, Temel Matematik, Ekin Basım Yayın Dağıtım, 8. Baskı, Bursa, 2012.

5. Ötüken SENGER, Ticari Matematik, ABP Yayınevi & Matbaacılık, Trabzon, 2006.

6. Doç. Dr. Metin COŞKUN, Yrd. Doç. Dr. Murat ERTUĞRUL, Finans Matematiği, Anadolu Üniversitesi Yayınları: 2769, Eskişehir, 2013.

7. Doç. Dr. Furkan BAŞER, Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi, Finans Matematiği Ders Notları, Ankara, 2021.

8. Prof. Dr. Osman YOZGAT, Finans Matematiği, Marmara Üniversitesi Yayınları: 436, İstanbul, 1986.