4. BÖLÜM
BORÇ AMORTİSMANI (İSTİKRAZ)

UZUN VADELİ BORÇ KAVRAMI

Borç amortismanı (İstikraz) kavramı, uzun vadeli ödünç alma işlemleridir. Bankadan çekilen krediler buna en güzel örnektir. Ödünç alma işleminde bir alacaklı olmasına rağmen, borç amortismanı işleminde bir alacaklı olabileceği gibi birden fazla alacaklının olabileceği kıymetli evraka dayalı borç amortismanları da bulunmaktadır. Uzun vadeli senet veya tahvillere bağlı borçlanmalar genellikle büyük tutarlar olduğundan taksitlerle ödenmesi söz konusudur.

4.1. Tanım: Borç amortismanı, uzun vadeli bir borcun faizi ile birlikte önceden belirlenmiş bir tarihte tamamının veya belirlenmiş devrelerde taksitlerle ödenmesi işlemidir.

Uzun vadeli borçların ödeme planları, ödemeyi yapacak olan işletmelerin finansman politikalarına göre değişiklik gösterir. Ödeme planları belirlenirken mutlaka sağladığı fayda ve maliyetleri belirlenmesi gerekmektedir. Uygulamada çokça kullanılan eşit taksitlerle borç ödeme veya itfa planları üzerinde durulması gerekmektedir. Borcun bölünmeyen veya bölünebilen şekillerine göre ödeme planlarının ne şekilde yapılabileceğini konusunun incelenmesi kaçınılmazdır.

Uzun vadeli borçlanmalarda tutarlar büyük olacağından, bu tutarlar çok sayıda kişilerden veya kurumlardan sağlanarak taksitlerle ödenir. Taksitlendirme olayında borcun her bir parçası için mutlaka bir kıymetli evrak düzenlenmesi gerekebilir. Genellikle düzenlenen kıymetli evrak uzun vadeli bir senet veya tahvildir. Böyle bir uygulama yasal olarak belirli kurumlar tarafından yapılabilmektedir.

Uzun vadeli borçlanma işlemi özel kişiler tarafından yapılabildiği gibi kamu kesimi tarafından da yapılabilir. Uygulamayı kim yaparsa yapsın mutlaka katlanması gereken bir finansman maliyeti söz konusu olacaktır. Burada katlanılan finansman maliyeti, uzun vadeli borç faizinden ibarettir. Bölünebilen borçların faizleri ile birlikte taksitlerle (anüiteler) ödenmesindeki geri ödemelerde faiz oranı sabit olduğundan borç alanlarla borç verenler belirli devreler itibariyle ödeme planını düzenlemelidir.

Alacaklısı tek kurum veya kişi olan bölünmeyen istikrazlar olabileceği gibi alacaklı sayısının çok olduğu bölünebilen uzun vadeli borçlanma (tahvili borçlanma) konusundaki ödeme planlarının düzenleme şekilleri ayrı ayrı incelenecektir.

DEFATEN BORÇ ÖDENMESİ (ADİ İSTİKRAZ)

Alacaklısının tek kurum veya kişi olduğu ve tahvile bağlı olmayan uzun vadeli borç ödenmesine basit (adi) istikraz denilmektedir. Bu şekilde borç ödenmesi iki şekilde yapılabilir.

Uzun Vadeli Borcun Vade Sonunda Bir Defada Ödenmesi

Borç alan kişi, aldığı borç tutarı için her sene sonunda faiz vermekle yetinir ve vade sonunda, borç alınan tutarın bir senelik faizi ile birlikte tamamını ödeyebilir. Büyük tutarlı borcun bir defada ödenmesini sağlamak ödeyecek olanı zor duruma sokabileceğinden dolayı sakıncalı görülmektedir.

Faiz tutarları her devre sonunda, borç alınan miktar süre sonunda bir defada ödenir ise basit faiz yöntemi ile devre sonu faiz tutarı;

$$I = P \cdot n$$

olur. Borç miktarı sabit olduğuna göre n devre I faiz tutarı ödenecektir. Bu durumda istikraz süresi sonuna kadar ödenecek toplam faiz tutarı;

$$I = P \cdot n \cdot t$$

olur. Süre sonunda ödenecek toplam tutar ise;

$$S = P + P \cdot n \cdot t$$
$$S = P(1 + n \cdot t)$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Bir işletme gerçekleştireceği yatırım projesi için 10 yıl vadeli ₺ 150 000 kredi almıştır. Kredi faizi her yılsonunda ödenecek kredi olarak alınan tutar ise 10 yılsonunda ödenecektir. Faiz oranı %20 olduğuna göre;

Her yıl ödenecek faiz tutarı;

$$I = P \cdot n = 150\,000 \cdot 0{,}20 = ₺30\,000$$

Süre sonunda ödenmiş olan faiz toplamı;

$I = P \cdot n \cdot t = 150\,000 \cdot 0{,}20 \cdot 10 = ₺300\,000$

Süre sonunda ödenmiş olan toplam tutar;

$S = P(1 + n \cdot t) = 150\,000(1 + 0{,}20 \cdot 10) = ₺450\,000$

olur.

Uzun Vadeli Borcun Vade Sonunda Faizle Birlikte Bir Defada Ödenmesi

Diğer bir ödeme şekli ise faiz ve borç vadenin sonunda bir defada ödeme şeklidir ki, burada ödeyene vadenin sonunda hem ana borç hem de faizlerin beraber ödenmesi külfetini yüklemektedir. Diğer bir deyişle

$$S = P(1 + n)^t$$

borcun vade sonundaki baliğinin bir defada ödenmesidir. Bir önceki ödemeye göre ödeyen açısından daha da sakıncalı görülmektedir.

BORCUN TAKSİTLERLE ÖDENMESİ

Faiz tutarı her devre sonunda, alınan borç ise ayrı bir faiz oranı ile eşit taksitler ile biriktirilerek süre sonunda bir defada ödenir. Bu yöntemde taksit ile sermaye oluşumu söz konusudur.

4.1. Teorem: Faiz tutarı her devre sonunda, alınan borç ise ayrı bir faiz oranı ile eşit taksitler ile biriktirilerek süre sonunda bir defada ödeme

$$a = P\left[n + \frac{n'}{(1+n')^t - 1}\right]$$

denklemi ile yapılır.

a = Her Devre Sonu Faiz ve Taksitlerin Toplamı,
a' = Her Devre Sonu Yatırılacak Taksit,
P = Alınan borç tutarı,
t = Borç Amortismanı süresi,
n = Borç Amortismanı Faiz Oranı,
n' = Biriktirilen Taksitlere Uygulanan Faiz Oranını ifade etmektedirler.

İspat: Eşit taksitlerle oluşturulacak sermaye “Devre sonu normal taksitlerin gelecekteki değeri” denkleminden;

$$P = \frac{a'(1+n')^{t} - 1}{n'}$$

denklemi ile hesaplanır. Buna göre;

$$a' = \frac{P \cdot n'}{(1+n')^{t} - 1}$$

olarak elde edilir. Her devre sonu faiz ve taksit tutarı; $a = I + a'$ olduğuna göre;

$$a = P \cdot n + \frac{P \cdot n'}{(1+n')^{t} - 1}$$

$$a = P\left[n + \frac{n'}{(1+n')^{t} - 1}\right]$$

denklemi elde edilir.

Örnek: %20 faiz oranı ile 8 yıl vadeli 15 000 ₺ borç alan bir işletme borcun faizini her yılsonunda, borç miktarını ise süre sonunda ödeyecektir. İşletme süre sonunda ödeyeceği borç tutarını bir bankaya yatıracağı taksitlerle biriktirecektir. Bankanın uyguladığı faiz oranı %16 olduğuna göre;

Her yılsonunda ödenecek faiz tutarı;

$$I = P \cdot n$$

$$I = 15\,000 \cdot 0{,}20 = ₺3\,000$$

dir. Her yılsonunda bankaya yatırılacak taksit;

$$a' = \frac{P \cdot n'}{(1+n')^{t} - 1}$$

$$a' = \frac{15\,000 \cdot 0{,}16}{(1+0{,}16)^{8} - 1} = ₺17\,724{,}99$$

olur. Her yılsonunda işletmenin ödemesi gereken tutar;

$$a = P\left[n + \frac{n'}{(1+n')^{t} - 1}\right]$$

$$a = 15\,000\left[0{,}20 + \frac{0{,}16}{(1+0{,}16)^{8} - 1}\right]$$

$$a = ₺4\,053{,}36$$

dir. Sekiz yılsonunda ödenen faiz toplamı;

$$8 \cdot I = 8 \cdot 30 = ₺24\,000\ ₺$$

olur.

1. SABİT AMORTİSMANLI BORÇLANMALAR

4.1. Tanım: Bir borç tutarı, devre sayısına bölünerek her devre sonunda borçtan ödenecek tutar kadar, anaparadan ödemeye amortisman (aşınma, yıpranma) payı denilir. Buna göre amortisman payı aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$a' = \frac{P}{n}$$

Her devre sonu borçtan amorti edilen tutar sabit, yani her devre birbirine eşittir. Bu durumda kalan borç giderek azalacağından ödenecek faiz tutarı da azalacaktır.

Her devre sonunda amortisman payı ile birlikte borcun faizi de ödenecektir.

4.2. Teorem: Sabit amortisman tutarlı borçlanmalarda t. devre sonunda ödenecek

$$a_t = a' + [P - (t-1)a'] \cdot n$$

dir.

İspat:
1. devre sonunda ödenecek faiz: $I_1 = P \cdot n$
2. devre sonunda ödenecek faiz: $I_2 = (P - a') \cdot n$
3. devre sonunda ödenecek faiz: $I_3 = (P - 2a') \cdot n$
...
t. devre sonunda ödenecek faiz: $I_t = (P - (t-1)a') \cdot n$

Her devre tutarı, amortisman payı ile faiz toplamına eşit olduğuna göre;

$a_1 = a' + P \,.\, n$
$a_2 = a' + (P - a') \,.\, n$
$a_3 = a' + (P - 2a') \,.\, n$
...
$a_t = a' + [P - (t - 1) a'] \,.\, n$

olur.

Örnek: ₺70 000 borç alan bir işletme borcunu yılsonlarında ödeyeceği 7 eşit taksit ile (7 yılda) amorti edecektir. Faiz oranı %20 olduğuna göre amortisman tablosunu bulunuz.

Çözüm: $P = ₺70\,000, t = 7, n = 0{,}20,\ a' = \frac{P}{n} = \frac{70\,000}{7} = 10000$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Devre	Devre	Amortisman	Faiz	Taksit Tutarı	Devre Sonu

	Başı Borç	Payı	Tutarı	(2) + (3)	Borç (1) - (2)
1	70 000	10 000	14 000	24 000	60 000
2	60 000	10 000	12 000	22 000	50 000
3	50 000	10 000	10 000	20 000	40 000
4	40 000	10 000	8 000	18 000	30 000
5	30 000	10 000	6 000	16 000	20 000
6	20 000	10 000	4 000	14 000	10 000
7	10 000	10 000	2 000	12 000	0

Herhangi Bir Devre Sonunda Kalan Borç Tutarının Hesaplanması:

4.1. Sonuç: Herhangi bir devre sonu kalan borç miktarı (P_x);

$$P_x = P \cdot \left(\frac{t-x}{t}\right)$$

kadardır. Gerçekten; herhangi bir devre sonu kalan borç miktarı; amortisman (istikraz) tutarından o devre sonuna kadar ödenen amortisman payları toplamının çıkarılması ile elde edilir.

$$P_x = P - x \cdot a' \text{ ve } a' = \frac{P}{t}$$

olduğuna göre;

$$P_x = P - x \cdot \frac{P}{t}$$

$$P_x = P \cdot \left(\frac{t-x}{t}\right)$$

bulunur.

Örnek: Yukarıda düzenlenen amortisman tablosunda 5. yıl sonunda kalan borç

$$P_5 = 70\,000 \cdot \left(\frac{7-5}{7}\right) = ₺20\,000$$

olarak bulunur.

Herhangi Bir Devre Sonunda Ödenecek Faiz Tutarının Hesaplanması:

4.2. Sonuç: Herhangi bir devre sonunda ödenecek faiz tutarı (I_x);

$$I_x = P \cdot \left(\frac{t-x+1}{t}\right) \cdot n$$

dir. Gerçekten; herhangi bir devre sonunda ödenecek faiz tutarı, o devre başındaki borcun faiz tutarı hesaplanarak elde edilir.

$$I_x = P_{x-1} \cdot n$$

İstikraz tutarı ve amortisman payı cinsinden ifade edilir ise;

$$I_x = \left[P - (x-1)\frac{P}{t}\right] \cdot n$$
$$I_x = P \cdot \left[1 - \frac{x-1}{t}\right] \cdot n$$
$$I_x = P \cdot \left(\frac{t-x+1}{t}\right) \cdot n$$

denklemi elde edilir.

Örnek: Yukarıda düzenlenen amortisan tablosunda 4. yılsonunda ödenecek faiz tutarı

$$I_4 = 70\,000 \cdot \left(\frac{7-4+1}{7}\right) \cdot 0{,}2 = ₺8\,000$$

olarak bulunur.

Herhangi Bir Devre Sonunda Ödenecek Taksit Tutarının Hesaplanması:

4.3. Sonuç: Herhangi bir devre sonunda ödenecek taksit tutarı (a_x);

$$a_x = a'[(t-x+1) \cdot n + 1]$$

dir. Gerçekten; herhangi bir devre sonunda ödenecek taksit tutarı; o devre başındaki borcun faiz tutarı ile amortisman payının toplanması ile elde edilir.

$$a_x = [P - (x-1) \cdot a'] \cdot i + a'$$
$$a' = \frac{P}{t}$$

olduğuna göre;

$$a_x = \left[P - (x-1)\frac{P}{t}\right] \cdot n + \frac{P}{t}$$
$$a_x = P \cdot \frac{t-x+1}{t} \cdot n + \frac{P}{t}$$
$$a_x = \frac{P}{t}[(t-x+1) \cdot n + 1]$$
$$a_x = a'[(t-x+1) \cdot n + 1]$$

olur.

Örnek: Yukarıda düzenlenen amortisman tablosunda 6. yıl sonunda ödenecek taksit tutarı

$$a_x = 10\,000[(7-6+1) \cdot 0{,}20 + 1]$$
$$a_x = ₺14\,000$$

olur.

Herhangi Bir Devre Sonuna Kadar Ödenen Faiz Tutarları Toplamının Hesaplanması

4.4. Sonuç: Herhangi bir devre sonuna kadar ödenen faiz tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot n \cdot \left[P - a'_1 \frac{x-1}{2} \right]$$

kadardır. Gerçekten; herhangi bir devre sonuna kadar ödenen faiz tutarları toplamı her yılsonunda ödenen faiz tutarlarının toplamına eşittir.

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_x$$

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = P \cdot n + (P - a'_1) \cdot n + (P - 2a'_1) \cdot n + \ldots + (P - (x-1)a'_1) \cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot P \cdot n - a'_1 \cdot n \cdot [1 + 2 + 3 + \ldots + x]$$

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot P \cdot n - a'_1 \cdot n \cdot x \frac{x-1}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot n \cdot \left[P - a'_1 \frac{x-1}{2} \right]$$

Örnek: Yukarıda düzenlenen amortisman tablosunda 6. yıl sonuna kadar ödenen faiz tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{6} I_k = 6 \cdot 0{,}2 \cdot \left[70\,000 - 10\,000 \cdot \frac{6-1}{2} \right]$$

$$\sum_{k=1}^{6} I_k = ₺54\,000$$

olur.

Herhangi bir devre sonuna kadar ödenen taksit tutarları toplamının hesaplanması:

4.5. Sonuç: Herhangi bir devre sonuna kadar ödenen taksit tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} a_k = x \left[a' + n \cdot \left(P - a' \cdot \frac{x-1}{2} \right) \right]$$

kadardır. Gerçekten; herhangi bir devre sonuna kadar ödenen tutar; o devre sonuna kadar ödenen faiz tutarları ile amortisman paylarının toplanması ile elde edilir.

$$\sum_{k=1}^{x} a_k = x \cdot a' + \sum_{k=1}^{x} I_k$$

$$\sum_{k=1}^{x} a_k = x \cdot a' + x \cdot n \cdot \left(P - a' \cdot \frac{x-1}{2} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{x} a_k = x \left[a' + n \cdot \left(P - a' \cdot \frac{x-1}{2} \right) \right]$$

Örnek: Yukarıdaki amortisman tablosunda 6. yıl sonuna kadar ödenen toplam tutar;

$$\sum_{k=1}^{6} a_k = 6 \cdot \left[10\,000 + 0{,}20 \cdot \left(70\,000 - 10\,000 \cdot \frac{6-1}{2} \right) \right]$$

$$\sum_{k=1}^{6} a_k = ₺124\,800$$

olarak bulunur.

2. EŞİT TAKSİTLERLE (ARTAN AMORTİSMAN PAYLARI) İLE ÖDEME

4.3. Teorem: Eşit taksitlerle ödenecek borçlanmalarda peşin değer;

$$P = \frac{a \cdot [(1+n)^t - 1]}{(1+n)^t \cdot n}$$

dir.

İspat: Eşit taksitlerle ödenen borç amortismanlarında borç tutarı, her devre sonu ödenen amortisman payı kadar azalır. Buna göre ödenecek faiz tutarı da aynı oranda azalır. Amortisman payı azalan faiz tutarı kadar artar.

$$a = a'_1 + I_1 = a'_2 + I_2 = \ldots = a'_n + I_n$$

olduğuna göre;

$$I_1 > I_2 > \ldots > I_n$$

$$a'_1 < a'_2 < \ldots < a'_n$$

$$I_1 - I_2 = a'_2 - a'_1$$

$$\ldots$$

$$I_{n-1} - I_n = a'_n - a'_{n-1}$$

olur.

Borç tutarı ödenecek taksitlerin peşin değerleri toplamına eşittir. “Devre sonu normal taksitlerin bugünkü değeri” denkleminden,

$$P = \frac{a \cdot [(1+n)^t - 1]}{(1+n)^t \cdot n}$$

olur.

Örnek: %20 faiz oranı ile borç alan bir kişi bu borcunu yılsonlarında vereceği ₺20 000’ lık 8 eşit taksitle ödeyecektir. Alınan borç miktarını bulunuz.

Çözüm:

$$P = \frac{a\cdot[(1+n)^t - 1]}{(1+n')^t\cdot n}$$

$$P = \frac{20\,000\cdot[(1+0,20)^8 - 1]}{(1+0,20)^8\cdot 0,20}$$

$$P = ₺76\,743,19$$

dir. //

İlk ödemenin amortisman tutarı;

$$a_1 \lt a'_1 + I_1 \text{ ve } I_1 = P\cdot n$$

$$a_1 = a'_1 + P\cdot n$$

$$\frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n}{(1+n)^t - 1} = a'_1 + P\cdot n$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n}{(1+n)^t - 1} - P\cdot n$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n - P\cdot n\cdot(1+n)^t\cdot n + P\cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

biçimindedir.

Faiz ve Taksit Tutarının Hesaplanması

4.6. Sonuç: Eşit taksitlerle ödenen amortismanlarda (istikrazlarda) taksit tutarı;

$$a = \frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

biçimindedir.

Örnek: 40 000 ₺ borç alan bir kişi bu borcu 8 eşit taksit ile ödeyecektir. Faiz oranı dönemde %20 olduğuna göre ödeme tablosunu bulunuz.

Çözüm:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Devre	Devre Başı Borç	Faiz Tutarı	Amortis-man Tutarı	Taksit Tutarı (2) + (3)	Devre Sonu Borç (1) - (3)
1	40 000,00	8 000,00	2 424,38	10 424,38	37 575,62
2	37 575,62	7 515,12	2 909,26	10 424,38	34 666,37
3	34 666,37	6 933,25	3 491,10	10 424,38	31 175,27
4	31 175,27	6 235,05	4 189,32	10 424,38	26 985,76
5	26 985,76	5 397,19	5 027,19	10 424,38	21 958,76
6	21 958,76	4 391,75	6 032,63	10 424,38	15 926,13
7	15 926,13	3 185,23	7 239,15	10 424,38	8 868,98
8	8 868,98	1 737,40	8 686,98	10 424,38	0

Herhangi Bir Devre İçin Ödeme Tutarı;

4.7. Sonuç: Amortisman tutarı ($x > 1$ için)

$$a'_x = a'_1(1+n)^{x-1}$$

denklemi ile hesaplanır. Gerçekten,

$$a'_1 + I_1 = a'_2 + I_2$$
$$a'_1 + P \cdot n = a'_2 + (P - a'_1) \cdot n$$
$$a'_1 + P \cdot n = a'_2 + P \cdot n - a'_1 \cdot n$$
$$a'_1(1+n) = a'_2$$

$$a'_2 + I_2 = a'_3 + I_3$$
$$a'_1(1+n) + (P - a'_1) \cdot n = a'_3 + P \cdot n - a'_1 \cdot n - a'_2 \cdot n$$
$$a'_1(1+n) = a'_3 - a'_1(1+n) \cdot n$$
$$a'_3 = a'_1(1+n)(1+n)$$
$$a'_3 = a'_1(1+n)^2$$
$$\ldots$$
$$a'_x = a'_1(1+n)^{x-1}$$

dir.

Örnek: Yukarıdaki örnekte 1 ve 6. döneme ait amortisman tutarları ne olur?

Çözüm:

$$a'_1 = \frac{40\,000 \cdot 0{,}2}{(1+0{,}2)^8 - 1} = ₺2\,424{,}38$$

$$a'_6 = 2\,424{,}38(1+0{,}2)^{6-1} = ₺6\,032{,}63$$

olur.

Herhangi Bir Amortisman Payının Hesaplanması

4.8. Sonuç: Herhangi bir amortisman payı;

$$a'_x = \frac{a}{(1+n)^{t-x+1}}$$

şeklindedir. Gerçekten,

$$a'_x = a'_1(1+n)^{x-1} \text{ ve } a'_1 = \frac{a}{(1+n)^t}$$

$$a'_x = \frac{a}{(1+n)^t}(1+n)^{x-1}$$

$$a'_x = \frac{a}{(1+n)^{t-x+1}}$$

biçimindedir.

Örnek: Yukarıdaki örnekte verilen amortisman tablosundaki 3. ve 7. devre amortisman paylarını bulunuz.

Çözüm:

$$a'_3 = \frac{10\,424{,}38}{(1+0{,}2)^{8-3+1}} = ₺3\,491{,}10$$

$$a'_7 = \frac{10\,424{,}38}{(1+0{,}2)^{8-7+1}} = ₺7\,239{,}15$$

Herhangi Bir Devre Faiz Tutarının Hesaplanması

4.9. Sonuç: Herhangi bir devre faiz tutarı;

$$I_x = a\left[1 - \frac{1}{(1+n)^{t-x+1}}\right]$$

kadardır. Gerçekten;

$$a = a'_x + I_x$$

$$I_x = a - a'_x$$

$$I_x = a - \frac{a}{(1+n)^{t-x+1}}$$

$$I_x = a\left[1 - \frac{1}{(1+n)^{t-x+1}}\right]$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 2. ve 5. devre faiz tutarı;

$$I_2 = 10\,424{,}38\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}2)^{8-2+1}}\right] = ₺7\,515{,}12$$

$$I_5 = 10\,424{,}38\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}2)^{8-5+1}}\right] = ₺5\,397{,}19$$

olur.

Herhangi Bir Devre Sonuna Kadar Ödenen Amortisman Paylarının Toplamının Hesaplanması

4.10. Sonuç: Amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot [(1+n)^x - 1]}{n}$$

şeklindedir. Gerçekten, geometrik dizi gereği amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_2 + a'_3 + \cdots + a'_x$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_1(1+n) + a'_1(1+n)^2 + \cdots + a'_1(1+n)^{x-1}$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot [(1+n)^x - 1]}{n}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 3. yıl sonunda ödenmiş olan amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{3} a'_k = \frac{2\,424{,}38 \cdot [(1+0{,}2)^3 - 1]}{0{,}2} = ₺8\,824{,}74$$

olur.

Herhangi Bir Devre Sonuna Kadar Ödenen Faiz Tutarları Toplamının Hesaplanması

4.11. Sonuç: Herhangi bir devre sonuna kadar ödenen faiz tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot P \cdot n - \frac{a'_1 \cdot (1+n)[(1+n)^x - 1]}{n} + (x-1)a'_1$$

kadardır. Gerçekten;

1. devre $I_1 = P \cdot n$
2. devre $I_2 = (P - a'_1) \cdot n$
3. devre $I_3 = [P - a'_1 - a'_1(1+n)] \cdot n$
4. devre $I_4 = [P - a'_1 - a'_1(1+n) - a'_1(1+n)^2] \cdot n$

...

t. devre $I_t = [P - a'_1 - a'_1(1+n) - \cdots - a'_1(1+n)^{t-1}] \cdot n$

dir. Gerekli matematiksel işlemler yapıldığında;

$$\sum_{k=1}^{x} I_k = x \cdot P \cdot n - \frac{a'_1 \cdot (1+n)\left[(1+n)^{x-1} - 1\right]}{n} + (x-1)a'_1$$

denklemi ortaya çıkar.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 3. devre sonundaki faiz tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{3} I_k = 3 \cdot 40\,000 \cdot 0{,}2 - \frac{2\,424{,}38 \cdot (1+0{,}2)\left[(1+0{,}2)^2 - 1\right]}{0{,}2} + (3-1) \cdot 2\,424{,}38$$

$$= ₺22\,448{,}39$$

olmalıdır.

Herhangi Bir Devre Sonunda Kalan Borcun Hesaplanması

4.12. Sonuç: Herhangi bir devre sonunda kalan borç;

$$P_x = P \cdot \left[1 - \frac{(1+n)^x - 1}{(1+n)^t - 1}\right] \text{ veya } P_x = P - \frac{a\left[(1+n)^x - 1\right]}{(1+n)^t \cdot n}$$

kadardır. Gerçekten;

$$P_x = P - \sum_{k=1}^{x} a'_k$$

$$P_x = P - \frac{a'_1\left[(1+n)^x - 1\right]}{n} \text{ ve } a'_1 = \frac{P \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

$$P_x = P - \frac{P \cdot n}{\left[(1+n)^t - 1\right]} \cdot \frac{\left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

$$P_x = P \cdot \left[1 - \frac{(1+n)^x - 1}{(1+n)^t - 1}\right]$$

veya

$$a'_1 = \frac{a}{(1+n)^t}$$

$$P_x = P - \frac{a\left[(1+n)^x - 1\right]}{(1+n)^t \cdot n}$$

olur.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 6. devre sonunda kalan borç tutarı;

$$P_6 = 40\,000 - \frac{10\,424{,}38 \cdot \left[(1+0{,}2)^6 - 1\right]}{(1+0{,}2)^8 \cdot 0{,}2} = ₺15\,926{,}13$$

dir.

3. YUVARLAK TUTARLI EŞİT TAKSİTLERLE ÖDEMELER

Taksitlerin yuvarlak olması durumunda ödenen taksitlerin peşin değerleri toplamı, borçlanılan tutarın tamamını vermez. Artan bir tutar kalır ve bu tutar son taksit ile ödenebileceği gibi peşin olarak ta verilebilir.

4.4. Teorem: Yuvarlak tutarlı eşit taksitlerde kalan borç P_k, ödenen borç P_d ile gösterilir ise;

$$P_k = P \cdot (1+n)^t - \frac{a \cdot \left[(1+n)^t - 1\right]}{n} \text{ veya } P_d = \frac{\left[(1+n)^t - 1\right][a - P \cdot n]}{n}$$

şeklindedir.

İspat: $a = \dfrac{P_d \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} + P_k \cdot n$

Kalan borç $P_k = P - P_d$ olduğuna göre;

$$a = \frac{P_d \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} + (P - P_d) \cdot n$$

$$a = \frac{P_d \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} + P \cdot n - P_d \cdot n$$

$$a - P \cdot n = \frac{P_d \cdot (1+n)^t \cdot n - P_d \cdot [(1+n)^t - 1] \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

$$a - P \cdot n = \frac{P_d \cdot n[(1+n)^t \cdot n - (1+n)^t + 1]}{(1+n)^t - 1}$$

$$a - P \cdot n = P_d \cdot \frac{n}{(1+n)^t - 1}$$

$$P_d = \frac{\left[(1+n)^t - 1\right][a - P \cdot n]}{n}$$

denklemi ile ödenen borç tutarı hesaplanır.

Kalan borç tutarı;

$$a = \frac{(P - P_k)\cdot(1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} + P_k \cdot n$$

$$a = \frac{P\cdot(1+n)^t \cdot n - P_k \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} + P_k \cdot n$$

$$\frac{P_k \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} - P_k \cdot n = \frac{P\cdot(1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1} - a$$

$$\frac{P_k \cdot n \cdot [(1+n)^t - (1+n)^t + 1]}{(1+n)^t - 1} = \frac{P\cdot(1+n)^t \cdot n - a[(1+n)^t - 1]}{(1+n)^t - 1}$$

$$P_k \cdot n = P \cdot (1+n)^t \cdot n - a[(1+n)^t - 1]$$

$$P_k = P \cdot (1+n)^t - \frac{a \cdot \left[(1+n)^t - 1\right]}{n}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: %20 faiz oranı ile ₺100 000 borç alan bir işletme borcunu 5 yıl boyunca ₺27 000 eşit taksit ile ödeyecektir. Kalan tutarı ise son taksitle ödeyeceğine göre ödenecek borç tutarı ve kalan borç tutarı;

$$P_d = \frac{\left[(1+n)^t - 1\right][a - P\cdot n]}{n}$$

$$P_d = \frac{\left[(1+0{,}2)^5 - 1\right][27\,000 - 100\,000 \cdot 0{,}2]}{0{,}2}$$

$$P_d = ₺87\,091{,}20$$

ve

$$P_k = P \cdot (1+n)^t - \frac{a \cdot \left[(1+n)^t - 1\right]}{n}$$

$$P_k = 100\,000 \cdot (1+0{,}2)^5 - \frac{27\,000 \cdot \left[(1+0{,}2)^5 - 1\right]}{0{,}2}$$

$$P_k = ₺47\,908{,}80$$

olur.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Devre	Devre Başı Borç	Faiz Tutarı	Amortisman Payı	Yuvarlak Borç	Devre Sonu Borç (1) - (4) + (2)
1	100 000,00	20 000,00	13 437,97	27 000,00	93 000,00
2	93 000,00	18 600,00	16 125,56	27 000,00	84 600,00
3	84 600,00	16 920,00	19 350,68	27 000,00	74 520,00

4	74 520,00	14 904,00	23 220,81	27 000,00	62 424,00
5	62 424,00	12 484,80	27 864,97	27 000,00	47 908,80

Herhangi Bir Amortisman Payının Hesaplanması

4.13. Sonuç: Herhangi bir amortisman payı;

$$a'_x = a'_1 \cdot (1+n)^{x-1}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 4. Devre amortisman payı;

$$a'_4 = 13\,437{,}97 \cdot (1+0{,}2)^{4-1} = ₺23\,220{,}81$$

dir.

Herhangi Bir Devre Faiz Tutarının Hesaplanması

4.14. Sonuç: Herhangi bir devre faiz tutarı;

$$I_x = a - a'_x \text{ ve } a'_x = a'_1 \cdot (1+n)^{x-1}$$

$$I_x = a - a'_1 \cdot (1+n)^{x-1}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 4. devre faiz tutarı;

$$I_4 = 27\,000 - 13\,437{,}97 \cdot (1+0{,}2)^{4-1} = ₺3\,779{,}19$$

olur.

Herhangi Bir Devre Sonuna Kadar Ödenen Amortisman Payları Toplamının Hesaplanması

4.15. Teorem: Amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot \left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

şeklindedir. Gerçekten;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_2 + a'_3 + \cdots + a'_x$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_1 \cdot (1+n) + a'_1 \cdot (1+n)^2 + \cdots + a'_1 \cdot (1+n)^{x-1}$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1[1 + (1+n) + (1+n)^2 + \cdots + (1+n)^{x-1}]$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot \left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

olur.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 3. yıl sonunda ödenmiş olan amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{3} a'_k = \frac{13\,437{,}97 \cdot \left[(1+0{,}2)^3 - 1\right]}{0{,}2} = ₺48\,914{,}21$$

olur.

Herhangi bir devre sonuna kadar ödenen faiz tutarları toplamının hesaplanması

4.16. Sonuç: Yuvarlak eşit taksitlerle ödenen borç amortismanlarında faiz tutarları toplamını hesaplamak için, eşit taksitlerle ödenen borç amortismanlarında faiz tutarları toplamının hesaplanmasında olduğu gibi,

$$\sum_{k=1}^{x} I_{k_1} = x \cdot P \cdot n - \frac{a'_1 \cdot (1+n)\left[(1+n)^{x-1} - 1\right]}{n} + (x-1) \cdot a'_1$$

denklemi kullanılır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 3. devre sonu faiz tutarları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{3} I_{k_1} = 3 \cdot 100\,000 \cdot 0{,}2 - \frac{13\,437{,}97 \cdot (1+0{,}2)\left[(1+0{,}2)^2 - 1\right]}{n} + 2 \cdot 13\,437{,}97$$

$$\sum_{k=1}^{3} I_{k_1} = ₺55\,520$$

olur.

Herhangi Bir Devre Sonunda Kalan Borç Tutarının Hesaplanması

4.17. Sonuç: Herhangi bir devre sonunda kalan borç tutarı;

$$P_x = P - \sum_{k=1}^{x} a'_k$$

$$P_x = P - \frac{a'_1 \cdot \left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 5. devre sonu kalan borç tutarı;

$$P_x = 100\,000 - \frac{13\,437{,}97 \cdot \left[(1+0{,}2)^5 - 1\right]}{0{,}2} = ₺47\,908{,}80$$

dir.

4. GECİKTİRİLMİŞ ÖDEMELER

Alınan borç bir süre sonra başlayan eşit taksitlerle ödenmek istenebilir. Bu durumda iki tür ödeme şekli söz konusudur. Eşit ödemelerin başlayacağı devreye kadar borcun sadece faiz tutarı ödenir veya borcun eşit ödemelerin başlayacağı tarihteki değeri bulunarak eşit taksitlerle ödenebilir.

Taksitlerin başlama tarihine kadar her devre sadece faiz tutarı ödenir ise;

$$I = P \cdot n$$

denklemi ile g devre boyunca her devre ödenerek faiz tutarı hesaplanır.

Ödenecek eşit taksitler ise;

$$a = \frac{P \cdot (1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

biçimindedir.

Örnek: %20 faiz oranı ile 50 000 ₺ borç alan bir işletme borcunu, 3 yıl süre boyunca sadece faiz ödeyerek ve 3 yıl sonra başlayan 6 eşit taksitle ödemek istemektedir. Bu durumda faiz tutarı ve taksit tutarı;

$$I_1 = 50\,000 \cdot 0{,}20 = ₺10\,000$$

3 yıl sonunda ödenen faiz $3 \cdot 10\,000 = ₺30\,000$

$$a = \frac{50\,000 \cdot (1+0{,}2)^6 \cdot 0{,}2}{(1+0{,}2)^6 - 1} = ₺15\,035{,}29$$

dir.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Devre	Devre Başı Borç	Faiz Tutarı	Amortisman Payı	Taksit Tutarı	Devre Sonu Borç
1	50 000	10 000	-	10 000	50 000
2	50 000	10 000	-	10 000	50 000
3	50 000	10 000	-	10 000	50 000
4	50 000	10 000	5 035,29	15 035,29	44 964,71
5	44 964,71	8 992,94	6 042,34	15 035,29	38 922,37
6	38 922,37	7 784,47	7 250,82	15 035,29	31 671,55
7	31 671,55	6 334,31	8 700,98	15 035,29	22 970,57
8	22 970,57	4 594,12	10 441,17	15 035,29	12 529,40
9	12 529,40	2 505,88	12 529,41	15 035,29	0

Herhangi Bir Devre Amortisman Payının Hesaplanması

4.18. Sonuç: Herhangi bir dev amortisman payı;

$$a'_x = \frac{P\cdot(1+n)^{x-1}\cdot n}{(1+n)^t-1}$$

kadardır. Gerçekten;

$$a'_1 = a - 1$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n}{(1+n)^t-1} - P\cdot n$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot(1+n)^t\cdot n}{(1+n)^t-1} - \frac{P\cdot n\cdot[(1+n)^t-1]}{(1+n)^t-1}$$

$$a'_1 = \frac{P\cdot n}{(1+n)^t-1} \qquad (1)$$

$$a'_x = a'_1\cdot(1+n)^{x-1}$$

$$a'_1 = \frac{a'_x}{(1+n)^{x-1}} \qquad (2)$$

$$\frac{a'_x}{(1+n)^{x-1}} = \frac{P\cdot n}{(1+n)^t-1}$$

$$a'_x = \frac{P\cdot(1+n)^{x-1}\cdot n}{(1+n)^t-1}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 4. devre taksit tutarını bulunuz.

Çözüm:

$$a'_4 = \frac{50\,000 \cdot (1+0,2)^{4-1} \cdot 0,2}{(1+0,2)^6 - 1} = ₺8\,700,98$$

4. devre tabloda 7. devre olacaktır.

Herhangi Bir Devre Faiz Tutarının Hesaplanması

4.19. Teorem: Herhangi bir devre faiz tutarı;

$$I_x = P \cdot n - a'_1 \cdot [(1+n)^{x-1} - 1]$$

şeklindedir. Gerçekten;

$$I_1 = P \cdot n$$
$$I_2 = (P - a'_1) \cdot n$$
$$I_3 = (P - a'_1 - a'_2) \cdot n$$
$$\ldots$$
$$I_x = (P - a'_1 - a'_2 - \cdots - a'_{x-1}) \cdot n$$
$$I_x = [P - a'_1 - a'_1 \cdot (1+n) - \cdots - a'_1 \cdot (1+n)^2] \cdot n$$
$$I_x = P \cdot n - a'_1 \cdot n \cdot [1 + (1+n) + \cdots + (1+n)^{x-2}]$$
$$I_x = P \cdot n - a'_1 \cdot n \cdot \frac{(1+n)^{x-1} - 1}{n}$$
$$I_x = P \cdot n - a'_1 \cdot [(1+n)^{x-1} - 1]$$

dir.

Örnek: Yukarıda düzenlenen örnekteki amortisman tablosu için 4. Devre faiz tutarını bulunuz.

Çözüm: 4. devre tabloda 7. devre olacaktır.

$$I_4 = 50\,000 \cdot 0,2 - 5\,035,29 \cdot [(1+0,2)^{4-1} - 1]$$
$$I_4 = ₺6\,334,31$$

dir.

Herhangi Bir Devre Sonu Kalan Borç Tutarının Hesaplanması

4.19. Sonuç: Herhangi bir devre sonu kalan borç tutarı;

$$P_x = P - a'_1 \cdot \frac{(1+n)^x - 1}{n}$$

şeklindedir. Gerçekten;

$$P_1 = P - a'_1$$
$$P_2 = P - a'_1 - a'_2$$
$$\ldots$$
$$P_x = P - a'_1 - a'_2 - a'_3 - \cdots - a'_x$$
$$P_x = P - a'_1 - a'_1(1+n) - a'_1(1+n)^2 - \cdots - a'_1(1+n)^{x-1}$$

$$P_x = P - a'_1 \cdot \frac{(1+n)^x - 1}{n}$$

olur.

Örnek: Yukarıda örnekteki amortisman tablosu düzenlenen örnekte 4. devre sonu kalan borç tutarını bulunuz.

Çözüm: 4. devre tabloda 7. devre olacaktır.

$$P_4 = 50\,000 - 5\,035{,}29 \cdot \frac{(1+0{,}2)^4 - 1}{0{,}2} = ₺22\,970{,}57$$

dir.

Herhangi Bir Devre Sonunda Ödenmiş Olan Amortisman Payları Toplamının Hesaplanması

4.20. Sonuç: Amortisman paylarının toplamı;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot \left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

kadardır. Gerçekten;

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_2 + a'_3 + \cdots + a'_x$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1 + a'_1 \cdot (1+n) + a'_1 \cdot (1+n)^2 + \cdots + a'_1 \cdot (1+n)^{x-1}$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = a'_1[1 + (1+n) + (1+n)^2 + \cdots + (1+n)^{x-1}]$$

$$\sum_{k=1}^{x} a'_k = \frac{a'_1 \cdot \left[(1+n)^x - 1\right]}{n}$$

elde edilir.

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 4. devre sonunda ödenmiş olan amortisman payları toplamı;

$$\sum_{k=1}^{4} a'_k = \frac{5\,035{,}29 \cdot \left[(1+0{,}2)^4 - 1\right]}{0{,}2} = ₺27\,029{,}44$$

dir.

Herhangi Bir Devre Sonunda Ödenmiş Olan Faiz Tutarları Toplamının Hesaplanması

4.21. Sonuç: Geciktirilmiş borç amortismanlarda herhangi bir devre sonu ödenmiş olan faiz tutarları toplamı, eşit taksitlerle ödenen amortismanlar için faiz tutarları toplamının hesaplandığı denklem kullanılarak herhangi bir devre sonunda ödenmiş olan faiz tutarları toplamının hesaplanması yapılır.

$$I_x = x \cdot P \cdot n - \frac{a'_1 \cdot (1+n)\left[(1+n)^{x-1} - 1\right]}{n} + (x-1) \cdot a'_1$$

Örnek: Yukarıdaki örnekteki amortisman tablosunda 8. devre sonunda ödenmiş olan faiz tutarları toplamı;

$$I_8 = 8 \cdot 50\,000 \cdot 0{,}2 - \frac{5\,035{,}29 \cdot (1+0{,}2)\left[(1+0{,}2)^{8-1} - 1\right]}{0{,}2} + (8-1) \cdot 5035{,}29$$

$$I_8 = ₺16\,334{,}31$$

dir.

Gecikmiş Taksitlerde Taksitlerin Başlama Tarihindeki Değerden Taksitlendirme

Geciktirilmiş amortismanlı borçlanmalarda ikinci ödeme şekli ise, gecikme süresinde devre faiz tutarlarının taksitlerin başlama tarihindeki değeri bulunur ve taksitlerle ödenir. Bu durumda borcun taksitlerin başladığı tarihteki değeri;

$$S = P \cdot (1+n)^g$$

denklemi ile hesaplanır.

Eşit taksitlerin tutarı;

$$a = P \cdot \frac{(1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: Yukarıdaki amortisman tablosu düzenlenen örnekte borcun 3 yıllık gecikme süresi sonundaki değerini bulunuz.

Çözüm:

$$S = P \cdot (1+n)^g$$

$$S = 50\,000 \cdot (1+0{,}2)^3$$

$$S = ₺86\,400$$

olur.

Taksit tutarı ise;

$$a = 86\ 400 \cdot \frac{(1+0{,}2)^6 \cdot 0{,}2}{(1+0{,}2)^6 - 1} = ₺25\ 980{,}98$$

dir.

6. ÇABUKLAŞTIRILMIŞ AMORTİSMANLI BORÇLANMALAR

Gelecek bir tarihte kredi alma gereği olan bir işletme, daha önceden kendi ödeme planını yaparak eşit taksitleri ödemeye başlar ve krediyi aldıktan sonra kalan borcunu eşit taksitlerle öder.

P borç alman tutarı, S borçlanma tarihinden önce ödenen tutarı gösterir ise kalan borç $P' = P - S$ olur.

$$S = a \cdot \frac{(1+n)^c - 1}{n}$$

denklemi ile borçlanma tarihinden önce ödenen taksitlerin borçlanma tarihindeki değeri bulunur.

Eşit taksitler ise;

$$a = P' \cdot \frac{(1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

denklemi ile hesaplanır.

Örnek: İki yıl sonra %10 faiz oranı ile ₺200 000 borç almak isteyen bir işletme, iki yıl her yılsonunda ₺10 000 yatıracaktır. Borç tutarı eline geçtikten sonra ise 6 yıl devre sonu eşit taksitler ile geri ödeyecektir. İşletmenin borçlandığı tarihte kalan borcu ve taksit tutarını bulunuz.

Çözüm: Kalan borç tutarı;

$$S = 10\ 000 \cdot \frac{(1+0{,}1)^2 - 1}{0{,}1} = ₺21\ 000$$

$$P' = P - S$$

$$P' = 200\ 000 - 21\ 000 = ₺179\ 000$$

dir. Eşit taksitlerin tutarı;

$$a = P' \cdot \frac{(1+n)^t \cdot n}{(1+n)^t - 1}$$

$$a = 179\ 000 \cdot \frac{(1+0{,}1)^6 \cdot 0{,}1}{(1+0{,}1)^6 - 1} = ₺41\ 099{,}72$$

bulunur.

KAYNAKÇA

1. Prof. Dr. Nurhan AYDIN, Finans Matematiği, Detay Yayıncılık, Ankara, 2016.

2. Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA, Yrd. Doç. Dr. Alper DEĞER, Finans Matematiği, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa, 2012.

3. Turhan KORKMAZ, Mehmet PEKKAYA, Excel Uygulamalı Finans Matematiği, Ekin Basım Yayın Dağıtım, Bursa, 2012.

4. Doç. Dr. Metin COŞKUN, Yrd. Doç. Dr. Murat ERTUĞRUL, Finans Matematiği, Anadolu Üniversitesi Yayınları: 2769, Eskişehir, 2013.

5. Doç. Dr. Furkan BAŞER, Ankara Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi, Finans Matematiği Ders Notları, Ankara, 2021.

6. Prof. Dr. Osman YOZGAT, Finans Matematiği, Marmara Üniversitesi Yayınları: 436, İstanbul, 1986.