2. BÖLÜM
ARZ ve TALEP FONKSİYONLARI

ARZ ve TALEP FONKSİYONLARINA GİRİŞ

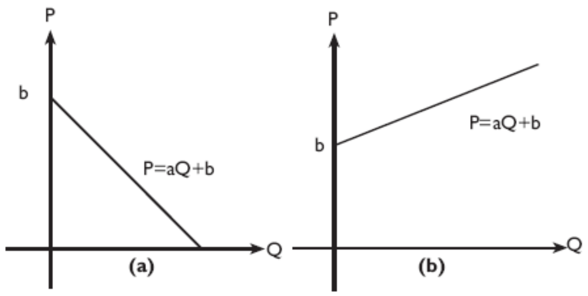
$y = f(x)$ fonksiyonunda y bağımlı (endojen) değişken, x ise bağımsız (egzojen) değişkendir. Yani y, x' te meydana gelen değişmelerden etkilenmektedir.

Arz ve Talep Modellemeleri

2.1. Tanım: Arz ve talep modeli tüketici ve üretici davranışlarının fiyat değişmeleri karşısında nasıl etkilendiğini ortaya koyan modellemelere arz ve talep modellemeleri denir.

Talep Kanunu ve Talep Fonksiyonu

2.2. Tanım: Bir malın talep edilen miktarı piyasa fiyatına bağlıdır. Bu ilişkiyi $Q = f(P)$ şeklinde gösterip talep fonksiyonu olarak adlandırırız. Miktarı (Q) düşey eksende ve fiyatı (P) yatay eksende gösterilir. Ama iktisatta eksenler yer değiştirmiştir. Miktarı (Q) yatay eksende ve fiyatı (P) düşey eksenindedir. Her ne kadar teoride talep edilen miktarın fiyatın bir fonksiyonu olduğu söylense de uygulamada öncelikle $P = g(Q)$ şeklindeki ters talep fonksiyonu türetilip daha sonra grafikte fiyat düşey eksende, miktar ise yatay eksende gösterilir. Bu 19. Yüzyılın sonlarında İngiliz İktisatçı Alfred Marshall'ın çalışmalarından sonra iktisatta standart uygulama haline gelmiştir.



Temel bir doğrusal talep fonksiyonu yukarıdaki şeklin a bölümünde gösterilmektedir. İktisat teorisine göre, fiyat arttığı zaman, talep edilen miktar düşer, yani doğrunun eğimi negatiftir. Matematiksel olarak fiyat miktarın azalan bir fonksiyonudur. Yukarıdaki şeklin a bölümünde görüldüğü gibi $a < 0$ ve $b > 0$ dır.

2.1. Aksiyom (Talep Kanunu): Fiyat ve ürün miktarı arasında ters orantı şeklinde ilişki vardır. Yani fiyat artarken talep azalacaktır. Buna talep kanunu denir. Talep kanunu $Q_d = f(P)$ şeklindeki fonksiyonlardır. Burada P talep miktarı, Q_d fiyattır. Bu fonksiyona talep fonksiyonu denir.

Eğer talep fonksiyonu doğrusal fonksiyon ise;

$$Q_d = \alpha - \beta P$$

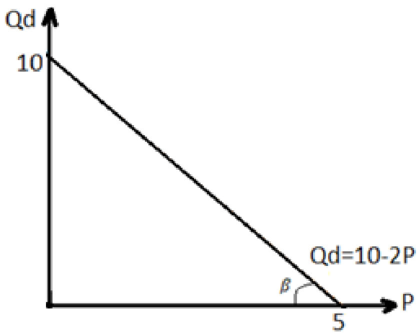
olur. Ters talep fonksiyonu ise;

$$P = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{Q_d}{\beta}$$

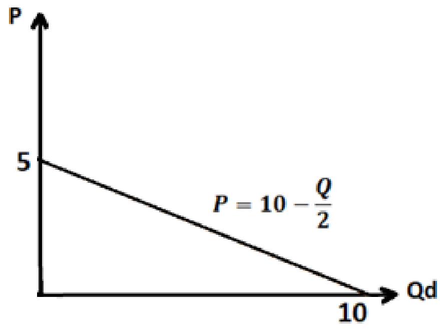
biçimindedir.

Örnek: $Q_d = 10 - 2P$ talep fonksiyonun ve ters talep fonksiyonunu grafiğini çiziniz.

Çözüm: Bu fonksiyonların çizimi doğrusal fonksiyon kavramında izah edildiğinden o yöntemle çizelim. (İktisatta bütün grafikler 1. bölgede incelenir.)



Talep Fonksiyonu



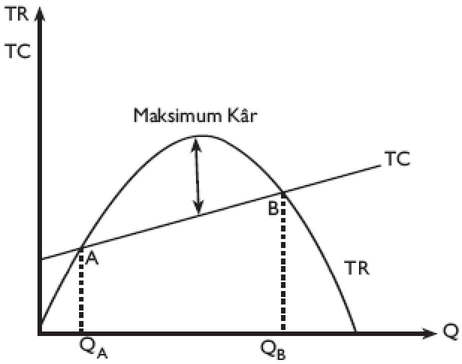
Ters Talep Fonksiyonu

Bu fonksiyon şu şekilde yorumlanmalıdır. Bu ürün hiç satılmadığında 10 talep varken, 5 talep olduğunda talep sıfır olmaktadır.

Örnek: $Q = 100 - P^4$ talep fonksiyonunun ters talep fonksiyonunu bulunuz.

Çözüm: Fiyat belirli bir düzeyde olduğunda tüketicinin talep edeceği miktar aynıdır. Yani $Q = 100 - P^4$ dir. Bu bir standart bir talep fonksiyonudur. Biz burada P'yi fiyatı çeker ve onun için bir denklem yazmak istersek $P^4 = Q - 100$ eşitliğini elde ederiz. Buradan da P'i yalnız bıraktığımızda, $P = \sqrt[4]{100 - Q}$ denklemini elde ederiz ki bu son denklem ters talep fonksiyonu olarak adlandırılır. //

Şimdi de toplam hasıla ve toplam maliyet fonksiyonlarını birlikte inceleyerek firmanın baş başa noktalarını bulup, kar ve zarar ettiği bölgeleri belirleyelim.



Yukarıdaki şekilde T_R ve T_C fonksiyonlarının grafikleri birlikte gösterilmiştir. Bu grafikler talep fonksiyonunun doğrusal olduğu ve buna bağlı olarak toplam hasıla (T_R) fonksiyonunun karesel olduğu, birim başına değişken maliyetin sabit olduğu ve buna bağlı olarak da toplam maliyet fonksiyonunun doğrusal olduğu varsayımlarına göre oluşturulmuştur. Grafikte yatay eksende çıktı Q gösterilmektedir. Ancak çıktı bu iki fonksiyon için değişik anlam taşır. Hasıla fonksiyonu için Q satılan malların miktarını gösterir, maliyet fonksiyonu için ise üretim miktarıdır.

İki eğri A ve B noktalarında kesişmektedir ve bu iki noktadaki çıktı miktarları yukarıdaki şekilde Q_A ve Q_B olarak gösterilmiştir. Bu noktalarda maliyet ve hasıla birbirine eşit olduğundan firmanın başa baş noktalarıdır. Eğer $Q < Q_A$ veya $Q > Q_B$ ise T_C eğrisi T_R nin üzerinde olduğundan maliyetler hasılayı aşmaktadır. Bu çıktı düzeylerinde firma zarar etmektedir. Eğer $Q_A < Q < Q_B$ ise hasıla maliyeti geçmekte ve firma kâr etmektedir. Kar miktarı ise toplam hasıla ile toplam maliyet eğrileri arasında kalan düşey uzaklık ile belirlenir. Maksimum kâr ise iki eğri arasındaki açıklığın en fazla olması durumunda gerçekleşir.

Örnek: Bir malın talep fonksiyonu $Q = 65 - 5P$ olarak verilsin. Sabit maliyet 30 ve üretilen birim başına değişken maliyet 2 ise firmanın başa baş noktalarını ve maksimum kârını hesaplayalım.

Çözüm: Öncelikle ters talep fonksiyonunu bularak fiyatı çıktı cinsinden ifade etmeliyiz. Çünkü sonrasında ihtiyacımız olan toplam hasıla ve toplam maliyet fonksiyonları da çıktı cinsinden ifade edilir.

$$Q = 65 - 5P,\ 5P = 65 - Q,\ P = \frac{65-Q}{5} = 13 - 0{,}2Q$$

Ters talep fonksiyonunu elde ettikten sonra Toplam hasıla fonksiyonunu bulabiliriz.

$$T_R = P \cdot Q$$

$$T_R = (13 - 0{,}2Q)Q = 13Q - 0{,}2Q^2$$

Toplam maliyet fonksiyonu ise sabit maliyet ile değişken maliyetin toplamından oluşur.

$$T_C = F_C + V_C = 30 + 2Q$$

Firmanın kâr fonksiyonu $\Omega = T_R - T_C$ ile belirlenir.

$$\Omega = 13Q - 0{,}2Q^2 - 30 - 2Q = -0{,}2Q^2 + 11Q - 30$$

Bu fonksiyonu çözerek baş başa noktalarına ulaşabiliriz. Çünkü başa baş noktasında $T_R = T_C$ olduğundan π sıfıra eşittir.

$$a = -0{,}2\ b = 11\ c = -30$$

$$Q = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4\cdot(-0{,}2)\cdot(-30)}}{2\cdot(-0{,}2)} = \frac{-11 \pm 9{,}8}{-0{,}4}$$

$Q_1 = 52$ ve $Q_2 = 3$ bulunur.

Parabolun tepe noktasından geçen simetri ekseni parabolü eşit iki parçaya böler. Bu nedenle parabolun yatay ekseni kestiği noktaların simetri eksenine uzaklıkları eşittir. Yani parabolün tepe noktası 3 ile 52 noktalarının tam ortasıdır. Bu tepe noktası da kârın maksimize edildiği çıktı düzeyini verir.

$$Q = \frac{3+52}{2} = 27{,}5$$

Örnek: $\Omega = -0{,}2Q^2 + 11Q - 30$ biçimindeki karesel kâr fonksiyonunda tepe noktasını belirlemekte daha önce kullandığımız denklemi kullanarak, kârı maksimize eden çıktı düzeyini ve maksimum kârı hesaplayınız.

Bu çıktı düzeyinde maksimum kârı hesaplayabilmek için bulunan değeri kâr fonksiyonunda yerine koyarız.

$$\Omega_{max} = -0{,}2\,(27 \cdot 5)\,2 + 11\,(27 \cdot 5) - 30 = \ 121{,}2$$

Örnek: $Q^d = 500 - P^3$ talep fonksiyonu olsun. Buna göre toplam hasıla:

$$T_R = P \cdot Q^d = P(500 - P^3)$$

dir. Toplam hasılanın maksimum olduğu nokta ise birinci türevinin sıfıra eşit olduğu yerdedir. Yani, $\frac{dT_R}{dP} = 500 - 4P^3 = 0$ olduğu zaman, toplam hasıla maksimum düzeye ulaşmış demektir. Bu denklemi çözersek $P = \sqrt[3]{125} = 5$ sonucu olarak karşımıza çıkar. Demek ki fiyat bu düzeyde olduğunda toplam hasıla maksimum düzeyine ulaşmaktadır.

İkinci türev hesapladığımızda, $\frac{d^2T_R}{dP^2} = -12P^2 < 0$ olduğu bulunur. Bu durum $P = 5$ düzeyinin solunda toplam hasılanın artmakta olduğunu, sağında ise azalmakta olduğunu ifade eder.

Örnek: $T_R = 81 - P^3$ talep fonksiyonunu olsun. Bu talep fonksiyonun ters talep fonksiyonu $P = \sqrt[3]{81 - Q}$ biçiminde olur. Şimdi talep fonksiyonunu mal miktarına göre yazalım.

$$T_R = PQ = \sqrt[3]{81 - Q} \cdot Q = (810 - Q)^{1/3} \cdot Q$$

olur.

2.1. Sonuç: Her ne kadar bir malın talep edilecek miktarını belirleyen en önemli faktör o malın fiyatı ise de genel olarak, piyasada veri bir zamanda bir malın talep edilen miktarını o malın fiyatı, tüketicilerin gelirleri, ilgili malların fiyatlarındaki değişmeler, tüketicilerin zevk ve tercihleri ve tüketicilerin beklentileri gibi birçok faktör etkiler.

Mesela, X-Cola'nın fiyatı sabitken, Y-Cola fiyatı artarsa; bu iki malın birbirine yakın ikame mallar olduğunu düşünen bazı tüketiciler daha fazla X-Cola tüketmeye başlayabilir.

• Bir malın fiyatı azaldıkça tüketiciler o maldan daha fazla miktarda almak isterler.

• Veri fiyatlardan bütün bireysel talep miktarlarını topladığımızda bize piyasa talebini verir. Talep fonksiyonu, talep edilen mal miktarını fiyatın ters fonksiyonu alınabilir.

• Talep eğrisi (doğrusu) negatif eğimlidir. Malın fiyatı arttıkça o malın talep edilen miktarı azalır veya malın fiyatı azaldıkça o malın talep edilen miktarı artar. Fiyatla talep edilen mal miktarı arasındaki bu ters yönlü ilişki “Talep Kanunu” olarak bilinir.

• Talep edilen mal miktarı (Q) bağımlı değişkendir ve her birey için piyasa fiyatı (P) bireyin o fiyattan ne kadar o malı alacağını gösteren veri olarak kabul edilir.

Arz Kanunu ve Arz Fonksiyonu

Üreticilerin belli bir zamanda arz etmek istedikleri miktar malın fiyatına bağlıdır. İktisat teorisine göre fiyat artarsa arz edilen miktar da artar. Matematiksel olarak fiyat miktarın artan bir fonksiyonudur. Fiyattaki artış, mevcut firmaları üretimlerini arttırmaya ve yeni firmaları piyasaya girmeye teşvik eder. $P = aQ + b$ şeklinde gösterilen arz fonksiyonunda eğim $a < 0$ ve kesişme terimi $b > 0$ olur.

2.3. Tanım: Fiyat ve ürün miktarı arasında doğru orantı şeklinde ilişki vardır. Yani fiyat artarken arz edilen miktarda artmaktadır. Buna arz kanunu denir. Arz kanunu $Q_s = f(P)$ şeklindeki fonksiyonlardır. Burada P talep miktarı, Q_s fiyattır. Bu fonksiyona arz fonksiyonu denir.

Bir firma piyasada üreteceği mala karar verirken fiyatı yükselen malı üretmeye çalışır.

Örnek: Son iki yıl için tahmin edilen elma talebi $q = -0{,}2p + 2{,}8$ fonksiyonu ile gösterilmiştir. Burada p fiyat, q ise kişi başına talep edilen elma miktarını göstermektedir. Elma fiyatı ₺10 olması durumunda yıllık kişi başına talep edilen elma miktarı bulunuz.

Çözüm: $q = -0{,}2 \cdot 10 + 2{,}8 = 0{,}8$ tanedir.

Örnek: Bir malın talebinin fiyatı doğrusal fonksiyonu olsun. Fiyat (P) 20 TL iken talep edilen miktar (Q) 200 birim ise ve fiyat 30 TL’ya çıktığında talep edilen miktar 150 birime düşüyorsa oluşan doğrusal talep fonksiyonunu belirleyeniz.

Çözüm: Verilere göre doğrusal fonksiyon (20, 200) ve (30, 150) noktalarından geçtiğinden

$$\frac{y-150}{100-150}=\frac{x-30}{20-30}$$

$$y=-5x+300$$

elde edilir.

2.2. Sonuç:

• Arz fonksiyonu kavramı firma teorisine dayanır ve üreticilerin farklı fiyatlardan üretip te piyasaya getirmeye razı oldukları üretim miktarlarını ifade eder. Üreticilerin ne kadar miktarda mal arz edecekleri malın fiyatı, girdi fiyatları (maliyetleri), teknolojik değişmeler ve üretici beklentileri gibi faktörlerden etkilenir. Diğer faktörler sabit iken, bir malın piyasa fiyatı arttıkça firmalar o maldan arz etmek istedikleri miktarlarını artırma yolunu seçecektir.

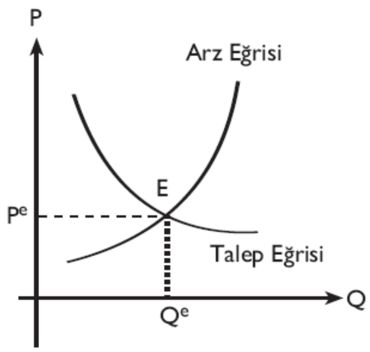
• Farklı fiyatlardan bütün firmaların arz miktarlarının toplamı bize piyasa arz miktarını verir. Arz edilecek mal miktarı fiyatın doğrusal fonksiyonudur ve fiyat arttıkça arz edilen mal miktarı da artar. Bu ilişkiye “arz kanunu” denir.

• Arz eğrisi (doğrusu) pozitif eğimlidir. Bir malın fiyatı arttıkça o maldan arz edilen miktar artar.

• Arz fonksiyonunda, arz edilen miktar (Q^S) bağımlı değişken ve fiyat (P) ise bağımsız değişkendir.

PİYASA DENGESİ

2.4. Tanım: Arz ve talebin birbirine eşit oldukları noktaya piyasa dengesi adı verilir. Yani piyasa dengesi, tüketicilerin almaya gönüllü olduğu mal miktarı ile üreticilerin satmak için gönüllü olduğu mal miktarının eşit olduğu durumu ifade eder. Bu da arz ve talep eğrilerinin kesiştikleri yerde gerçekleşir. Bu noktada arz edilen miktar tam olarak talep edilen miktara eşittir. Bu durumda ortaya çıkan fiyata denge fiyatı (P^e) ve miktara, denge miktarı (Q^e) adı verilmektedir.



Arz ve talep eğrileri ile piyasa dengesi

2.1. Teorem: $Q_d = a - bP$ şeklindeki talep fonksiyonunu ve $Q_s = c + dP$ şeklindeki arz fonksiyonu birer doğrusal fonksiyonlar ise denge fiyatı;

$$P^e = \frac{ad-bc}{b+d}$$

dir.

İspat: Talep fonksiyonunu $Q_d = a - bP$ ve arz fonksiyonu $Q_s = c + dP$ ise

$$a - bP = c + dP$$
$$P^e = \frac{a-c}{b+d}$$

olur. Buna göre

$$P^e = a - b\left(\frac{a-b}{b+d}\right) = \frac{ad-bc}{b+d}$$

dir.

Örnek: $Q_d = 100 - P$ şeklindeki talep fonksiyonunu ve $Q_s = 2P + 10$ şeklindeki arz fonksiyonunun denge fiyatını ve denge miktarını bulunuz.

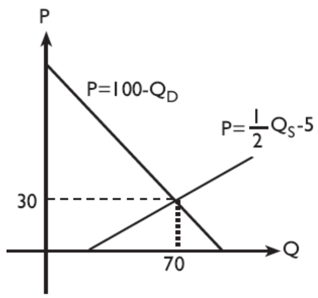
Çözüm: $Q_d = 100 - P$ ve $Q_s = 2P + 10$

$$100 - P = 2P + 10$$
$$P = 30$$

olur. Buna göre

Denge fiyatı $P^e = 30$ TL

Denge miktarı $Q^e = 2 \cdot 30 + 10 = 70$ br



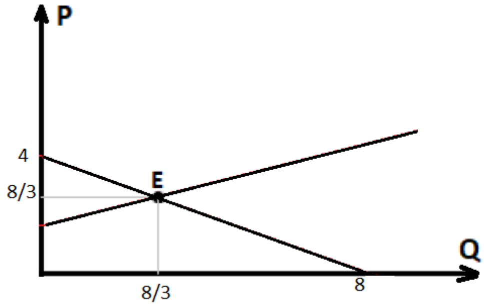
dir.

Örnek: Talep fonksiyonu $Q_d = 8 - 2P$ ve arz fonksiyonu $Q_s = -8 + 4P$ olan fonksiyonun denge fiyatı ve denge miktarını bulunuz.

Çözüm: Arz ve talep denge miktarı $Q_d = Q_s$ dir.

$$8 - 2P = -8 + 4P$$

$$P = \frac{8}{3} \text{ ve } Q = \frac{8}{3}$$



Arz ve talep denge miktarı $\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)$ dir. //

İktisatta kullanılan tüm fonksiyonlar doğrusal değildir. Arz ve talep fonksiyonlarının doğrusal olduğunu varsayarak matematiksel analizi daha kolay hâle getirebiliriz ancak bu gerçekçilikten uzaklaşmamıza neden olur. Arz ve talep fonksiyonlarının grafikleri eğrisel olabilir ve bu fonksiyonları belirlemek için daha karmaşık fonksiyonel ilişkilere ihtiyaç duyabiliriz. Arz ve talep haricinde de iktisadi ilişkilerin çoğunda fonksiyon grafikleri ya önce azalıp bir noktada minimum yaptıktan sonra tekrar artar; ya da önce artıp bir noktada maksimum yaptıktan sonra azalmaya başlar. Bu tür doğrusal olmayan ilişkileri ifade etmek üzere karesel fonksiyonları kullanabiliriz. Doğrusal olmayan fonksiyonların en basit biçimi karesel fonksiyonlardır.

Örnek: Arz fonksiyonu $P = 2Q_S^2 + 10Q_S + 10$ fonksiyonu ile talep fonksiyonu da $P = -Q_D^2 - 5Q_D + 52$ fonksiyonu ile ifade edilmişken, denge fiyatını ve miktarını belirleyelim.

Çözüm: Dengede arz edilen miktar talep edilen miktara eşit olur $(Q_S = Q_D)$. Denge miktarına Q dersek arz ve talep eşitliklerini

$$P = 2Q^2 – 10Q + 10$$

$$P =– Q^2 – 5Q + 52$$

şeklinde gösterebiliriz. Her iki fonksiyonda eşitliğin solunda P yer aldığından

$$2Q^2 + 10Q + 10 = -Q^2 - 5Q + 52$$

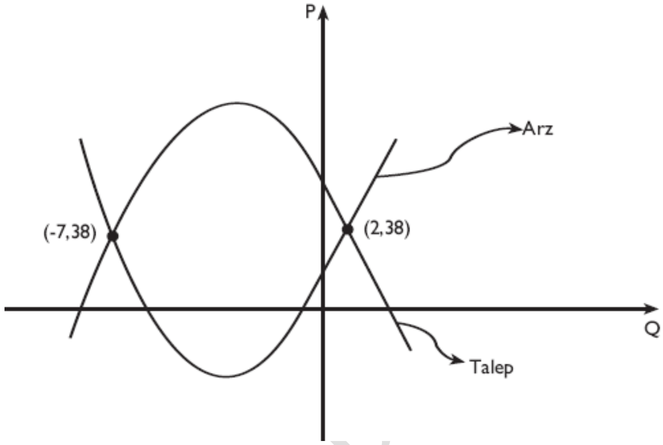
Ortak terimleri bir araya toplarsak $3Q^2 + 15Q - 42 = 0$ eşitliğini elde ederiz. Sadeleştirmek için eşitliğin her iki tarafını üçe bölersek $Q^2 + 5Q - 14 = 0$ eşitliğine ulaşırız. Bu da Q cinsinden karesel bir eşitliktir. Bu eşitliği çözerek denge miktarına ulaşabiliriz.

$$Q = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$Q_1 = -7$ ve $Q_2 = 2$ bulunur. Burada $Q_1 = -7$ çözümü ihmal edilebilir çünkü negatif miktarın iktisadi açıdan bir anlamı yoktur. Dolayısıyla denge miktarı 2'dir. Denge fiyatı ise miktar için elde ettiğimiz değeri başlangıçtaki arz ve talep eşitliklerinden herhangi birisinde yerine koyarak hesaplanabilir. Arz eşitliğinde yerine koyarsak:

$$P = 2 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 + 10 = 38$$

bulunur. O halde denge fiyatı da 38 olarak belirlenir.



Burada matematiksel olarak iki çözüm bulunmasına rağmen biri iktisadi açıdan anlamlı olmadığından kullanılmamıştır. Fonksiyonların grafikleri ile denge çözümü yukarıdaki şekilde gösterilmektedir. Arz ve talep eşitliklerinin iki noktada kesiştikleri görülmektedir. Ancak iktisatta fiyat ve miktar pozitif olmalıdır. Bu nedenle fonksiyonlar kartezyen düzlemin sağ üst köşesinde yer alan birinci çeyrek bölgede tanımlanır. Örneğimizde bu bölgede yer alan sadece bir kesişme noktası vardır. O da (2,38) noktasıdır.

Örnek: $P = 2Q_s^2 + 10Q_s + 20$ arz fonksiyonu ile, $P = -Q_d^2 - 5Q_d + 62$ talep fonksiyonu ile ifade edilmiştir. Denge fiyatını ve miktarını bulunuz.

Çözüm: Her iki denklemin çözüm kümesi

$$2Q^2 + 10Q + 20 = -Q^2 - 5Q + 62$$
$$3Q^2 + 15Q - 42 = 0$$
$$3(Q - 2)(Q + 7) = 0$$
$$Q = 2$$

denge miktarı olur. Denge fiyatı ise;

$$P = 2Q_s^2 + 10Q_s + 20 = 2 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 + 20 = 48 \text{ TL}$$

dir.

2.5. Tanım: Dengede arz edilen mal miktarı talep edilen mal miktarına eşit olduğundan bulmuş olduğumuz denge miktar aynı zamanda denge talep miktarıdır.

2.3. Sonuç:

• Piyasa denge şartı; $q^D = q^S$ olarak ifade edilir. Piyasada arz ve talep edilecek mal miktarlarını eşitleyecek tek bir fiyat düzeyi vardır.

• Eğer $q^D > q^S$ ise piyasada denge yoktur yani piyasada tüketiciler firmalar tarafından arz edilen miktardan daha fazla miktarda mal satın almak istiyorlardır. Bu ancak fiyatın denge fiyatından küçük olması durumunda söz konusu olabilir.

• Eğer $q^D < q^S$ ise piyasada üreticiler tüketiciler tarafından talep edilen miktardan daha fazla miktarda mal arz etmek istiyorlardır. Bu ancak fiyatın denge fiyatından büyük olması durumunda söz konusu olabilir. Yani piyasada bir dengesizlik vardır.

Piyasa denge durumunu bir örnek yardımıyla çözelim. Varsayınız ki bir mal için talep fonksiyonu (talep edilen miktar (Q) ve fiyat (P) arasındaki negatif yönlü ilişkiyi temsil edecek şekilde),

$q^D = 40 - 2p$

ve arz fonksiyonu da

$q^S = 3p - 10$

olarak verilsin. Veri fonksiyonlardan piyasa denge fiyat ve miktarını bulalım. Piyasa denge koşulu, $q^D = q^S$ dir.

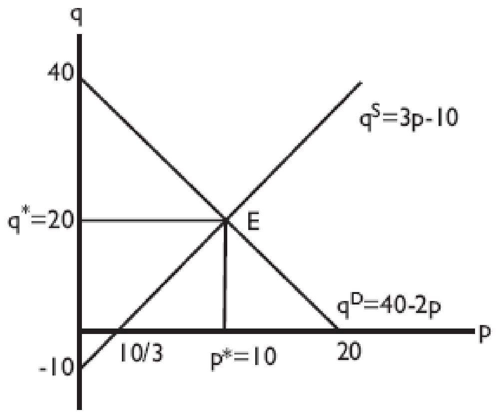
Bu bir üç doğrusal denklemli ve üç bilinmeyenli (q^D, q^S, p) bir sistemdir. Denge çözümü için öncelikle arz ve talep fonksiyonları eşitlik olarak yazılıp bu eşitlikte bilinen ve bilinmeyenler ayrı taraflara çekildiğinde,

$40 - 2p = 3p - 10,$

Denge fiyat, $p = 10$ olarak bulunur.

Bu sonucu (p değerini) denklemlerden (fonksiyonlardan) birinde yerine koyarsak (örneğin arz fonksiyonunda) denge miktarı buluruz. İşlem sonucu denge miktar, $q = 3 \cdot 10 - 10 = 20$ dir.

Örnek: Talep fonksiyonu, $q^D = 40 - 2p$ olarak verildiğinden; $q^D = 0$ iken, $p = 20$ dir.



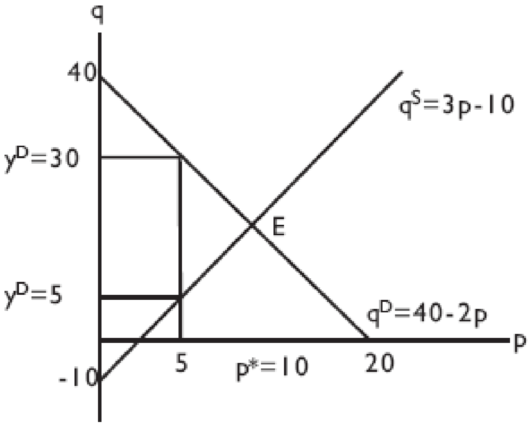
Bu değer talep eğrisinin yatay (p) ekseni keseceği noktayı ifade eder. $P = 0$ iken, $q^D = 40$ tır. Bu değer talep eğrisinin dikey (q) ekseni keseceği noktayı ifade eder. Yukarıdaki piyasa dengesi grafikte 20 ve 40 değerleri talep eğrisinin yatay ve dikey eksenleri kestiği noktaları ifade etmektedir.

Arz eğrisini çizmek için ise benzer işlemi tekrarlamak gerekir. Arz fonksiyonu, $q^S = 3p - 10$ olarak ifade edildiğinden ve pozitif eğimli olduğundan, $P = 0$ iken, $q^S = -10$ dur.

Bu arz eğrisinin başlangıç noktasını ifade eder.
$q^S = 0$ iken ise, P=10/3'tür.
Bu değerler yukarıdaki grafikte görülmektedir. Denge grafikte E noktasında arz ve talep fonksiyonlarının kesiştiği noktada ifade edilmiştir ve bu noktadaki piyasa denge fiyatı daha önce hesaplandığı gibi ₺10 ve denge miktar ise 20 birimdir.

Piyasada Dengesizlik Durumu ($q^D > q^S$)

Piyasa fiyatının denge fiyatın (₺10) altında olması durumunda (örneğin ₺5) talep edilen mal miktarı (30 Birim) arz edilen mal miktarından (5 Birim) fazla olacak ve piyasada talep fazlalığından dolayı denge söz konusu olmayacaktır. Bu dengesizlik durumu aşağıdaki grafikte "Talep Fazlası" olarak ifade edilmiştir.



Piyasa Dengesinde Müdahaleler

Piyasa dengesi devletin ya da müdahalenin olmadığı bir piyasa yapısıdır. Buna rağmen bazen devlet piyasaya çeşitli şekillerde müdahale edebilir. Bunlar tavan/taban fiyat sınırlaması ya da kota koymak yani miktar sınırlamasıdır. Ayrıca bazen sübvanse vererek ya da vergi koyarak piyasalara müdahale edebilmektedir.

Örnek: Talep fonksiyonu $Q_d = 180 - 6P$ ve arz fonksiyonu $Q_s = -135 + 9P$ ise;

a) Arz ve talep denge miktarını bulunuz.

b) Devlet piyasa düşmesi için ₺18'den piyasaya pazarlarsa talep fazlalığı ne kadar olur?

c) Arz ve talep fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

Çözüm: a) Arz ve talep denge miktarı;

$$180 - 6P = -135 + 9P$$
$$P = 21 \text{ ve } Q = 54$$

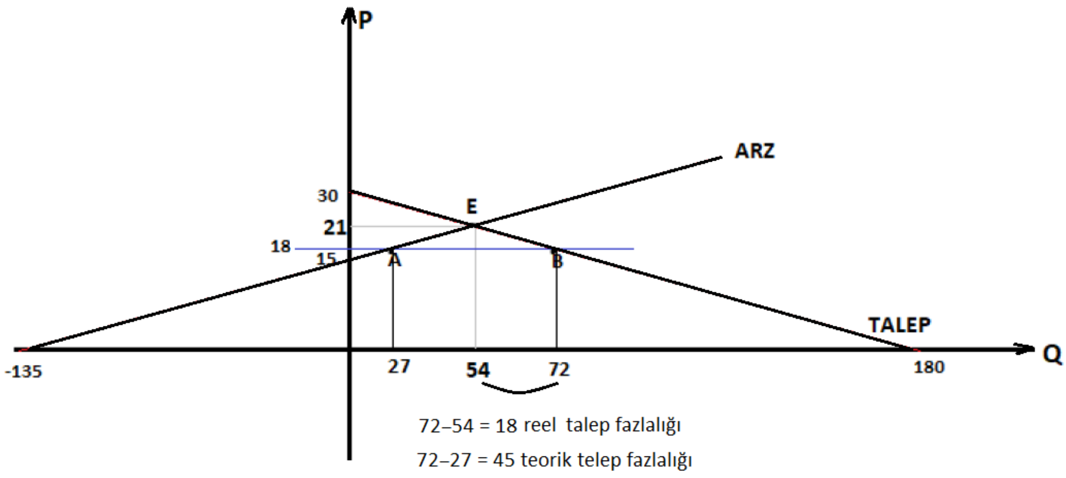
şeklindedir.

b) Devlet piyasa düşmesi için ₺18'den piyasaya pazarlarsa;

$$Q_d = 180 - 6P = 180 - 6 \cdot 18 = 72$$
$$Q_s = -135 + 9P = -135 + 9 \cdot 18 = 27$$

olur. Bu $72 - 54 = 18$ tane reel talep fazlalığı oluşur. Ama teorik talep fazlalığı $72 - 27 = 45$ tanedir.

c)



KARŞILAŞTIRMALI STATİK DENGE ANALİZİ

Piyasa şartlarında değişmeler her zaman söz konusu olur ve bu değişmelerin dengeyi (denge fiyat ve denge miktar) nasıl değiştirdiği araştırılmalı ve analiz edilmelidir.

Piyasa şartlarında, örneğin, alıcıların gelirleri veya üretim teknolojisi değişebilir ya da piyasaya vergiler yoluyla kamu müdahalesi olabilir. Sistemde gerçekleşen şokların yol açtığı yeni oluşan dengeyi ilk denge karşılaştırmak için temel düşünce "Karşılaştırmalı Statik Denge Analizi"dir. Piyasa dengesinin şoklar sonucu nasıl değiştiğini şimdi Karşılaştırmalı Statik Denge Analizi ile Örnekler yardımıyla açıklayalım.

Tüketici Gelirinin Artması ve Dengenin Değişmesi

Varsayalım ki yeni basılan x kitabı için talep şimdi sadece fiyat değil de aynı zamanda fiyat (P) ve gelirin (I) bir fonksiyonu olarak aşağıdaki şekilde verilsin:

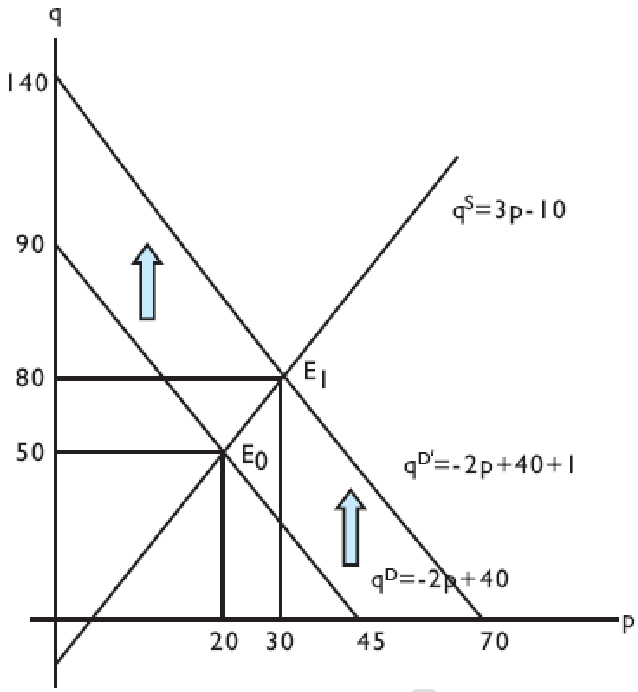
$$q^{D'} = -2P + 40 + I$$

Kitabın arz fonksiyonu ise, $q^S = 3P - 10$ olsun. Piyasa denge şartı $q^{D'} = q^S$ olacaktır ve

$$40 - 2P + I = 3P - 10,$$

P için çözülmesi durumunda, $P = 10 + \frac{1}{5}$ değeri bulunacaktır.

Eğer gelir, $I = 50$ ise bu durumda denge fiyat ve miktar, $P^* = 20$ ve $q^* = 50$ olarak bulunur.



Şimdi varsayalım ki gelir ₺50'den ₺100'ye yükselsin. Gelirdeki ₺50'lik artış piyasa talebinin artması nedeniyle piyasa denge fiyatının ₺20'sinden ₺30'sine ve denge miktarının da 50 birimden 80 birime çıkarak, denge miktarın 30 birim, fiyatların da 10 birim (₺) arttığını gösterir. Yukarıdaki grafikte gelirin ₺50 ve ₺100 olması durumundaki talep fonksiyonlarını ve piyasa denge durumunu göstermektedir. Grafikte iki talep eğrisinin birbirine paralel olduğu fakat yeni talep eğrisinin orijinal halinden yukarıya (sağa) doğru kaydığını görürüz. Bu bize diğer faktörler sabit iken, gelirdeki artışların normal mallar için veri fiyatlardan talebin artmasına sebep olduğunu ve talep fonksiyonunu sağa kaydırdığını gösterir.

Vergi Politikası ve Piyasa Dengesinin Değişmesi

Kırmızı et için talep ve arz fonksiyonları sırasıyla

$$q^D = -7p + 1\,000$$
$$q^S = 5p - 200$$

olarak verilmiş olsun. Piyasa Denge koşulu, $q^D = q^S$ olduğundan, çözüm sonucunda denge fiyat ve denge miktar sırasıyla, $p^* = 100$ ve $q^* = 300$ olarak bulunur.

Kırmızı et piyasası böyle bir dengedeyken, varsayınız ki hükümet sağlıklı beslenmeyi teşvik amacıyla satılan her kilo için t liralık vergi koymuş ve bu vergiyi de et satıcıları (üreticilerine) yüklemiş olsun.

Yine varsayalım ki, $t = 25$ olsun. Bu durumda, vergi faturası etin fiyatına değil satılan et miktarına bağlıdır. Vergi kime yüklenirse yüklensin;

• Piyasanın daralmasına,

• Üreticinin eline geçen fiyatla tüketicin ödeyeceği fiyat arasında bir farkın oluşmasına sebep olur.

Verginin etkisini analiz etmek için ilk önce piyasa fiyatı, p, ile satıcıların eline geçen fiyat, p', arasındaki ayrımın farkına varılmalıdır.

Verginin satıcılara yüklenmesi durumunda, p piyasa fiyatından ürününü satan satıcı, t lira kadar vergiyi devlete ödemek zorundadır ve bu yüzden sattığı her birimden piyasa fiyatı olan p değilde, $p' = p - t$ alır.

Bu durumda veri vergi koşulu altında, satıcıların arz etmeye gönüllü olduğu kırmızı et miktarı artık p ye değil p' ye bağlıdır.

Bu durumda vergi sonrası yeni arz fonksiyonunu, $q^{S'} = 5p' - 200$ şeklindedir.

Vergi sonrası değişen ve oluşan (elde edilen) bütün denklemleri yeniden yazarsak,

$$q^D = -7p + 1\,000 \qquad (1)$$
$$q^{S'} = 5p - 200 \qquad (2)$$
$$q^D = q^{S'} \qquad (3)$$
$$p' = p - t \qquad (4)$$
$$t = 25 \qquad (5)$$

Beş (5) denklemli ve beş (5) bilinmeyenli $(q^D, q^{S'}, p, p', t)$ doğrusal bir denklem sistemi elde ederiz.

Bu denklem sistemini çözmek için önce denklem (5)'i denklem (4)'te yerine koyalım.

$$p' = p - t = p - 25 \qquad (6)$$

Daha sonra elde ettiğimiz denklem (6) 'ü denklem (2)'de yerine koyarsak vergi sonrası arz fonksiyonu ortaya çıkar.

$$q^{S'} = 5\,(p - 25) - 200 = 5p - 125 - 200 \qquad (7)$$

Denklem (7) de elde edilen vergi sonrası arz denklemi ile vergi öncesi arz fonksiyonunun, $q^S = 5p - 200$ eğimleri aynıdır. Bununla birlikte, veri bir fiyat düzeyinde ilk durumdaki vergi öncesi arz denkleminin vergi sonrası arz denkleminden, (7)'den daha büyük olduğunu görürüz. Yani vergi üreticiye yüklenmesi durumunda, arz fonksiyonunun azalmasına (aşağı doğru kaymasına) sebep olur.

Her iki arz fonksiyonun da grafikleri paralel ancak denklem (7) daha küçük bir y değerini almaktadır ve arz eğrisi aşağı doğru kaymıştır.

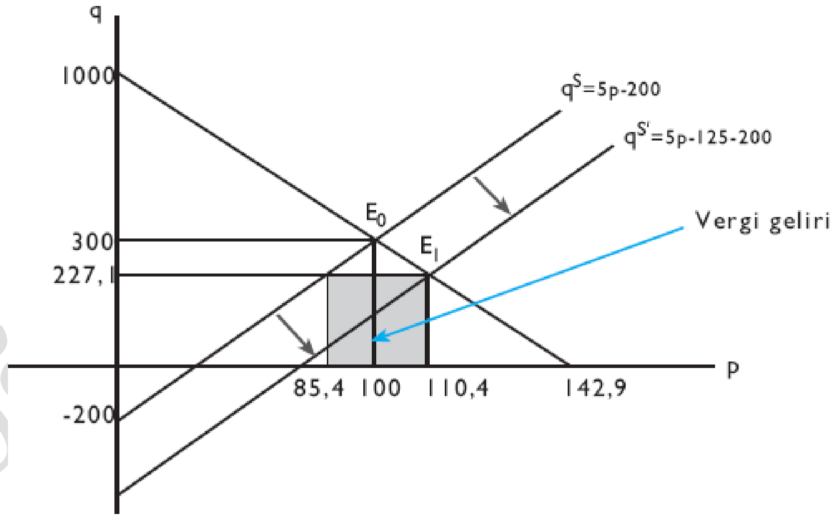
Vergi sonrası piyasa dengesini bulmak için $q^D = q^{S'}$ yapılması gerekir. Bu durumda ortaya çıkacak vergi sonrası denge fiyat (p), p = ₺110,40'dir. Bu fiyat vergi sonrası tüketici tarafından ödenen fiyattır. Vergi sonrası üreticinin eline geçen fiyat ise;

$p' = ₺110{,}40 - 25{,}00 = 85{,}40$

dir. Vergi sonrası piyasa denge miktarı ise, C birimdir.

Vergi sonrası değerler incelendiği ve vergi olmadığı durumla karşılaştırıldığında;

- Verginin arz fonksiyonunu 125 birim aşağı kaydırdığı,
- Piyasa Denge Miktarını 300 birimden 227,10 birime düşürerek piyasayı daralttığını,
- Tüketicinin ödediği fiyatı (piyasa fiyatı) ₺110,40'ye artırarak, tüketicinin ödediği fiyat ile üreticinin eline geçen fiyat ($p' = 110{,}40 - 25 = 85{,}40$) arasında bir fark oluşturduğu ve bu farkında vergi oranına eşit olduğunu,
- Vergi kime yüklenirse yüklensin bundan hem üretici ve hem de tüketicilerin olumsuz yönde etkilendiklerini,
- Devletin t^*q^* kadar vergi geliri elde ettiğini görürüz.



Yukarıdaki grafikte gölgelendirilmiş alan devlete tahakkuk eden vergi gelirini göstermektedir ve örnekte $q^* = 227{,}10$ çarpı vergi oranı $t = ₺25$'ye eşittir.

Doğrusal Denklemler ve Makroekonomik Denge

Makroekonomik teorinin ilgi alanı bir ekonominin bütünüdür. Ekonominin bütününde özellikle gelir seviyesinin nasıl belirlendiğini göstermenin bir yolu da doğrusal bir makroekonomik model kullanımıdır.

Doğrusal Denklemler ve Modelin Anahtar İlişkisi

Bir ekonomide belli bir dönemde üretilen tüm mal ve hizmetlerin değeri (Q), ekonomik tüm birimlerin toplam üretim neticesinde elde ettikleri gelire (Y) ve bu gelirde ekonomideki tüm mal ve hizmetler için yapılan toplam harcamalara (E) eşit (denk) olmak zorundadır. Bu makroekonomik denklik,

$Y \equiv Q$ ve $Q \equiv E$

olarak ifade edilir. Yani ekonomide toplam üretim değeri toplam gelire ve toplam gelirde toplam harcamalara eşittir.

$Y \equiv Q$ ve $Q \equiv E$

denkliği bize

$$Y \equiv E \qquad (1)$$

eşitliğini verir.

Eşitlik (1) aynı zamanda bir özdeşliktir, yani bir ekonomide veri bir zamanda toplam gelirle toplam harcama birbirine eşit olmalıdır.

Devletin olmadığı veya kamu harcamalarının sıfır olduğu kapalı bir ekonomide toplam harcamalar (E), ekonomik bireylerin tüketim harcamalarıyla (C), firmaların yatırım harcamalarını, (I), içerir.

$$E \equiv C + I \qquad (2)$$

Ekonomik birimlerin planlanan ya da arzulanan tüketim harcamaları harcanabilir gelirin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki tüketim fonksiyonu şeklinde ifade edilir.

$$\hat{C} = aY + b \qquad (3)$$

Eşitlik (3)'te $\hat{C}$, planlanan tüketimi; a ve b, pozitif parametrelerdir ve a parametresi sıfırdan büyük ve 1'den küçük değer alan Marjinal Tüketim Eğilimini (MPC) ifade eder. Pozitif eğimin anlamı ise harcanabilir gelir arttıkça, Y, tüketim ($\hat{C}$) artacağıdır. Spesifik bir tüketim fonksiyonun aşağıdaki şekilde verilmiş olduğunu varsayalım:

$$\hat{C} = 0{,}5Y + 200$$

Bu fonksiyonda MPC, 0,5 tir. Yani tüketici kazandığı ekstra her bir (1) T'nin yarısını harcayacak, kalan yarısını ise tasarruf edecektir.

Tasarruf gelirin harcanmayan kısmıdır ve planlanan tasarruf,

$$\hat{S} \equiv Y - \hat{C}$$

şeklinde ifade edilir.

Bu bir özdeşliktir. Çünkü gelirin tüketilmeyen kısmı ister istemez tasarruf edilecektir.

Yukarıdaki özdeşlikte planlanan tüketimi ($\hat{C}$) tasarruf fonksiyonunda yerine koyarsak:

$$\hat{S} = Y - (aY + b) = Y(1 - a) - b$$

elde edilir.

Örneğimize göre tasarruf fonksiyonu şu şekilde olur:

$$\hat{S} = Y - (0{,}5Y + 200) = 0{,}5Y - 200$$

Görüldüğü üzere tüketim (C) ve planlanan (arzulanan) tüketim ($\hat{C}$) birbirine eşit değildir. C cari tüketim miktarı, $\hat{C}$ ise tüketicinin tüketmek istediği miktardır. Cari tüketimin planlanan tüketime eşit olmadığı durumlarda, $C - \hat{C}$, aslında gelirdeki değişimlere neden olan harcamalardaki değişimler olacaktır. Bu yüzden denge koşulu için,

$$C = \hat{C} \qquad (4)$$

eşitliğine ihtiyaç vardır.

Oluşturduğumuz dört (4) eşitlik bizim beş (5) bilinmeyenli $(Y, E, I, C, \hat{C})$ makroekonomik modelimizi ortaya koyar.

Elimizde eşitlik sayısından daha fazla bilinmeyen olduğu için, çözüm şekli tek değildir.

Denklem sisteminin çözümü için, toplam gelir toplam harcamalara eşit olduğundan, eşitlik (2)'deki harcamalar (E) yerine eşitlik (1)'deki geliri (Y) yazalım.

$$Y \equiv C + I \qquad (5)$$

Daha sonra (4) denklemi (5) denklemde yerine yazalım,

$$C = 0{,}5Y + 200 \qquad (6)$$

Ve elde etmiş olduğumuz (6) denklemi (5) denklemde yerine koyalım. Bu işlemler sonucunda gelir,

$$Y = 0{,}5Y + 200 + I$$

şeklini alır. Yeniden düzenleyip geliri eşitliğin sol tarafına alırsak,

$$Y - 0{,}5Y = 200 + I$$

$$Y = \frac{200 + I}{0{,}5} \qquad (7)$$

sonucuna ulaşırız. Bu (7) denklem bize gelirin (Y) yatırım harcamalarının (I) bir fonksiyonu olduğunu ifade eder.

Elde ettiğimiz gelir denklemin de iki tane bilinmeyen olduğu için, bunun tek bir çözümü yoktur.

Yedinci (7) denklemin paydası (0,5), bir eksi marjinal tüketim eğilimine yani, $(1 - \text{MPC}) = (1 - a)$ ya eşittir.

Eğer $a = 1$ ise, payda sıfır değerini alacaktır. Eğer $a > 1$ ise, payda negatiftir. Bu nedenle MPC'nin sıfırla bir değeri arasında değerler alması arzulanır $(a < 1)$.

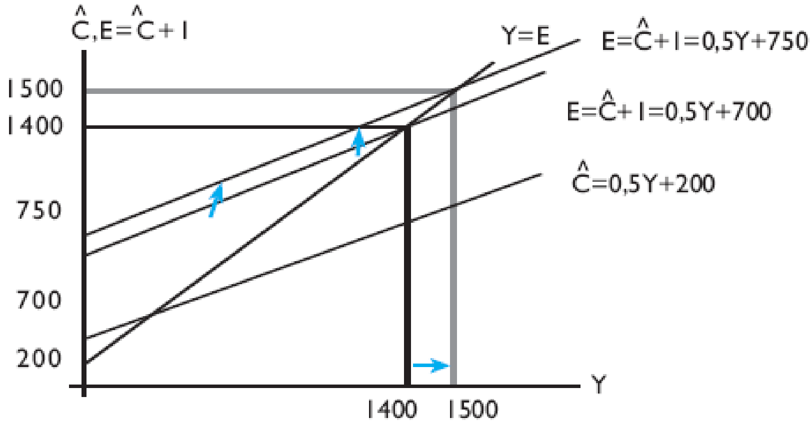
Makroekonomik denge durumundaki denge reel geliri (Y) için belirli bir değer elde etmek istiyorsak, yatırım harcamaları (I) ile ilgili ilave bilgilere sahip olmalıyız.

Basitleştirmek için, varsayalım ki, yatırım harcamaları (I)'nın sabit bir değeri var ve $I = 500$ olsun. Bu durumda daha önce elde etmiş olduğumuz (7) no-lu denklemde bu değeri yerine koyarsak, denge gelir düzeyi;

$$Y = \frac{200+I}{0{,}5} = \frac{200+500}{0{,}5} = 1\,400$$

olarak bulunur. Bu değer denge gelir düzeyidir ve ekonomik birimlerin planlanan tüketim harcamaları ve firmaların yatırım harcamaları ekonominin bu tüketim ve yatırım mallarının Şili üretimi ile uyum içindedir.

Çözmüş olduğumuz modelde yatırım harcamaları (I) dışsal (ekzojen) bir değişken olarak kabul edilmiştir. Değerleri model içerisinde belirlenen değişkenler ise Y ve C gibi, içsel (endojen) değişkenlerdir.



Yukarıda çözümü gösterilen makro modelin grafiksel gösterimi yukarıdaki grafiktedir.

Karşılaştırmalı Durağanlık

Varsayalım ki yatırım harcamaları 500 birimden 550 birime yükseldi. Bu gelişme denge gelir düzeyinin yatırım harcamalarındaki artıştan daha fazla artmasına sebep olur.

$$Y = \frac{200+I}{0,5} = \frac{200+550}{0,5} = 1\,500$$

Yatırım harcamalarındaki 50 birimlik bir artış gelirde 100 birimlik bir artış sağlamıştır. Bu etkiye yatırım çarpan etkisi denir. Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi, yatırım harcamalarındaki bir artış toplam talep fonksiyonunda yukarı yönlü bir kaymaya neden olur, $E = \hat{C} + I$, ve denge gelir düzeyinin artışıyla sonuçlanır.

Tüketim Vergileri ve Piyasa Dengesine Etkisi ile İlgili Örnekler

Eğer bir piyasada satışlar üzerinden üreticilerden (satıcılardan) devlet tarafından her birim için t kadar vergi alınıyorsa, yukarıdaki örnekte verilen piyasadaki arz ve talep fonksiyonları vergi sonrası aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$Q^D = 50 - P$$
$$Q^S = 20 + 2(P - t)$$

dir. Bu koşullar altında vergi sonrası yeni piyasa denge fiyat ve miktarı ise

$$P = 10 + \frac{2}{3}t$$
$$Q = 40 - \frac{2}{3}t$$

şeklinde olur. Bu eşitlikler t kadar verginin P ve Q denge değerlerini nasıl etkilediğini göstermektedir. Unutmayalım ki, tüketiciler tarafından ödenen fiyat (P), arz ediciler tarafından alınan fiyat $(P - t)$ ye eşit değildir, bu yüzden P fiyatının "tüketicilerin ödediği fiyat" olduğunu tekrar belirtelim.

Tüketim vergilerinin söz konusu olduğu durumda iki eşitliğimiz ancak üç değişkenimiz vardır (P, Q ve t). Bunun anlamı, her değişkenin çözümünü içlerinden biri ekzojen (dışsal) olarak verilmedikçe yapamayız. Yukarıda P ve Q, t'nin bir fonksiyonu olarak yazılmıştı. Bu durumda t değişirse piyasa dengesi de değişecektir, bu grafiksel olarak eğrilerden birinin kayması demektir. Vergilerdeki değişimlerden kaynaklanan denge değişimini incelemek karşılaştırmalı statik analiz olarak bilinmektedir.

Ulusal Gelirin Belirlenmesi ile İlgili Örnek

Bir ekonomide denge gelir düzeyinin (Y) bulunması istenmektedir ve toplam tüketim harcamaları toplam gelirin bir fonksiyonu olarak tüketim (C) fonksiyonu,

$$C = 1000 + 0,8Y$$

olarak verilmiştir. Toplam talep, tüketim talebinin ve yatırım talebinin toplamına eşittir. Denge gelir (Y) düzeyi, gelir ve toplam talep (C+I) eşitliği yardımıyla bulunabilir.

Yatırımların otonom veya dışsal olduğu varsayımında toplam talep,

$Y = 1\,000 + 0{,}8Y + I$

olarak yazılır. Geliri yatırım harcamalarının fonksiyonu yazmamız durumunda,

$Y = 5000 + 5I$ ve $C = 5000 + 4I$

olarak yazılır. Örnekte, millî gelir-yatırım çarpanı 5'tir. Yatırım çarpanı yatırımlardaki bir birimlik değişmenin milli gelirde ne kadarlık değişiklik yaratacağını ifade eder.

Genel formda ifade etmek istersek tüketim fonksiyonu,

$C = a + bY$

olarak ifade edilir ve buradan denge gelir, denge tüketim düzeyi ve çarpan formları sırasıyla,

$Y = \frac{a}{1-b} + \frac{I}{1-b}, \quad C = \frac{a}{1-b} + \frac{bI}{1-b}$

Ve çarpan $\frac{1}{1-b}$ olur.

KOTA UYGULAMASI

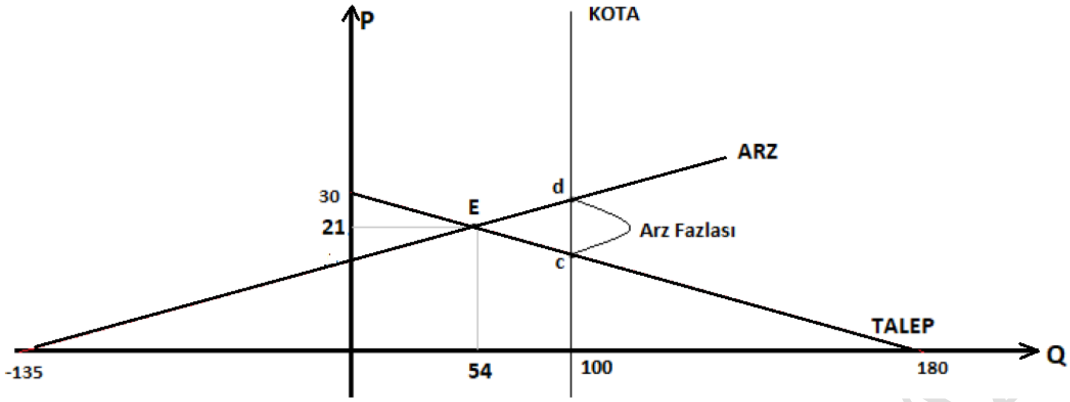
Devletin piyasaya bir diğer şekildeki müdahalesi ise, kota uygulaması şeklinde olabilmektedir. Bu bağlamda devlet bazen ürünlerin arz miktarını sınırlandırmaktadır. Örnek olarak tütün ve şeker ekimi sınırlandırılmış bazı tarım ürünleridir.

Örneğin denge fiyatı ₺21 ve denge üretim miktarı 54 birim olan devletin ürün miktarını 100 birim ile sınırlandırdığı durumu değerlendirelim. Sonuç olarak talep 54 birim iken 100 birim arz edilirse bir arz fiyat fazlası oluşacaktır.

Bu durumu hesaplamak için arz ve talep fonksiyonunda miktar yerine devletin belirlediği yeni üretim miktarını koyar ve hesaplama yaparız.

$$Q_d = 180 - 6P = 100 \text{ ise } P = \frac{40}{3} = ₺13{,}33$$

$$Q_s = -135 + 9P = 100 \text{ ise } P = \frac{235}{9} = ₺26{,}11$$



Reel arz fazlalığı $\frac{235}{9} - 21 = \frac{46}{9} = 5{,}11$ dir.

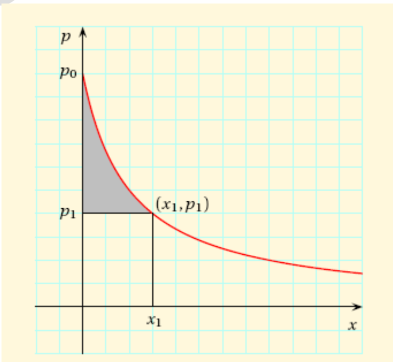
Teorik arz fazlalığı $\frac{235}{9} - \frac{40}{3} = \frac{155}{9} = 17{,}22$ dir.

ÜRETİCİ ve TÜKETİCİ RANTI

2. 6. Tanım: Talep fonksiyonu monoton azalan bir fonksiyon olduğundan $x = T(p)$ fonksiyonunun tersi $p = f(x)$ şeklinde x'e bağlı bir fonksiyondur. Pazar fiyatı p_1 birimden talep edilen mal miktarı $x_1 = T(p_1)$ olsun. Bu durumda mala birim fiyatı p_1 birimden daha fazla ödeme yapmayı düşünen kişi mala daha az ödeme yapacağından kazançlı olmaktadır.

$$\int_0^{x_1} (f(x) - p_1)\,dx = \left(\int_0^{x_1} f(x)\,dx \right) - p_1 x_1$$

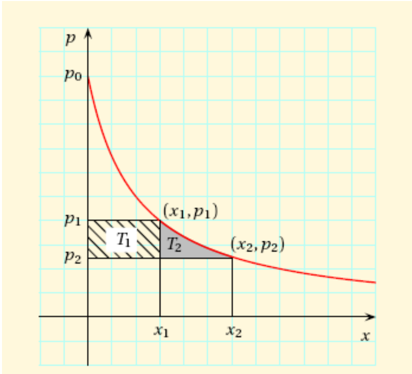
değerine tüketici rantı denir.



Şekil 1

Şekil 1'de görüldüğü gibi tüketici gibi tüketici fazla kârı $x = 0$, $x = x_1$, $y = p_1$ doğruları ve f fonksiyonunun grafiği ile sınırlı bölgenin alanıdır. $p_1 x_1$ değeri p_1 birimden x_1 birim mal için tüketici tarafından ödenen miktardır. Eğer fiyat p_1

den p_2 ye değiştiren talep $x_1 = T(p_1)$ den $x_2 = T(p_2)$ ye değişir böylece tüketici fazla kârındaki değişim Şekil 2'de görüldüğü gibi T_1 ve T_2 alanlarının toplamı olur. Yani



Şekil 2

tüketici fazla karındaki değişim

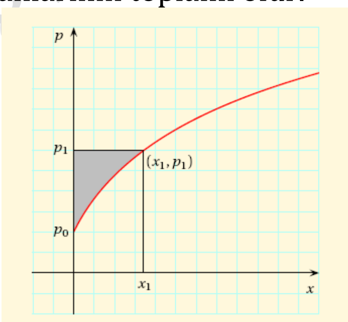
$$\left(\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx \right) - (p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

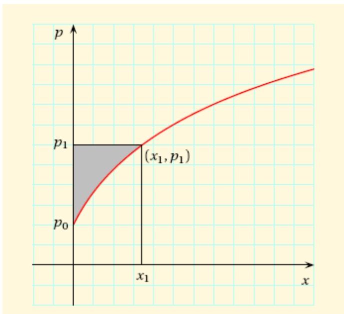
olur.

2.7. Tanım: Arz fonksiyonu monoton artan bir fonksiyon olduğundan $x = A(p)$ fonksiyonunun tersi $p = g(x)$ şeklinde x'e bağlı bir fonksiyondur. Pazar fiyatı p_1 birimden daha az satmayı düşünen kişi kazançlı olmaktadır.

$$\int_0^{x_1} (p_1 - g(x))\,dx = p_1 x_1 - \int_0^{x_1} g(x)\,dx$$

değerine üretici rantı denir. Aşağıdaki 1. şekilde görüldüğü gibi üretici fazla karı $x = 0, x = x_1, y = p_1$ doğruları ve g fonksiyonunun grafiği ile sınırlı bölgenin alanıdır. $p_1 x_1$ değeri p_1 birimden x_1 birim mal satışından kazanılan miktardır. Eğer fiyat p_1 den p_2 ye değişirse arz $x_1 = A(p_1)$ den $x_2 = A(p_2)$ ye değişir böylece üretici fazla karındaki değişim aşağıdaki 2. şekilde görüldüğü gibi T_1 ve T_2 alanlarının toplamı olur.





Örnek: Bir pazarda haftalık şekerin talep fonksiyonu p ton başına fiyat olmak üzere $x = \sqrt{400 - p}$ ton olsun.

a) p = ₺80 iken tüketici rantını bulalım.

b) p = ₺80 den p = ₺60 ye düştüğünde tüketici rantındaki değişimi bulunuz.

c) p = ₺80 den p = ₺100 ye çıktığında tüketici rantındaki değişimi bulunuz.

Çözüm: a) $x = \sqrt{400 - p}$ olduğundan $p = 400 - x^2$ dir. Bu durumda $p = 80$ için $x = 8\sqrt{5}$ olur. Böylece

$$\int_0^{8\sqrt{5}} (400 - x^2 - 80)\,dx = \left(320x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^{8\sqrt{5}} = 3208\sqrt{5} - \frac{(8\sqrt{5})^3}{3} = \frac{5120}{3}\sqrt{5}$$

olur.

b) $p = 80$ için $x = 8\sqrt{5}$ ve $p = 60$ için $x = 2\sqrt{85}$ olur. Böylece fiyat p = ₺80 den p = ₺60 ye düştüğünde tüketici rantındaki değişim

$$\int_{8\sqrt{5}}^{2\sqrt{85}} (400 - x^2)\,dx = \left(400x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{8\sqrt{5}}^{2\sqrt{85}} \cong 8{,}565$$

ve

$$60 \cdot 2\sqrt{85} - 80 \cdot 8\sqrt{5} = -324{,}738$$

olduğundan

$$\int_{8\sqrt{5}}^{2\sqrt{85}} (400 - x^2)\,dx - (60 \cdot 2\sqrt{85} - 80 \cdot 8\sqrt{5}) = 363{,}303$$

olur. p = ₺80 den p = ₺60 ye düştüğünde tüketici ₺363,30'lik rant rağlamıştır.

c) $p = 80$ için $x = 8\sqrt{5}$ ve $p = 100$ için $x = 10\sqrt{3}$ olur. Böylece fiyat p = ₺80 den p = ₺100 ye düştüğünde tüketici rantındaki değişim

$$\int_{8\sqrt{5}}^{10\sqrt{3}} (400 - x^2)\,dx = \left(400x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{8\sqrt{5}}^{10\sqrt{3}} \cong -51{,}153$$

ve

$$80 \cdot 8\sqrt{5} - 100 \cdot 10\sqrt{3} = -300{,}967$$

olduğundan

$$\int_{8\sqrt{5}}^{2\sqrt{85}} (400 - x^2)\,dx - (80 \cdot 8\sqrt{5} - 100 \cdot 10\sqrt{3}) = 249{,}814$$

olur. p = ₺80 den p = ₺100 ye düştüğünde tüketici ₺249,81'lik rant kaybına uğramıştır.

KAYNAKÇA

1. Prof. Dr. Mahmut KOÇAK, Analiz Ders Notları, Osmangazi Üniversitesi, 2012, Eskişehir.
2. Komisyon, Matematiksel İktisat, Anadolu Üniversitesi, 2012, Eskişehir.
3. Arş. Gör. Sefa ERKUŞ, Matematiksel İktisat Ders Notları, Karabük Üniversitesi, 2012, Karabük.