

## 4. BÖLÜM

# İKTİSADİ ESNEKLİK

### GİRİŞ

Firmaların karşı karşıya kaldıkları problemlerden biri, fiyat değişikliklerinin toplam hasıllarında yapacağı etkinin tahmin edilmesidir. Örneğin, bir fiyat indirimi durumunda fiyatın düşmesi, toplam hasılayı azaltıcı bir etki oluştururken, satışlardaki indirim nedeniyle gerçekleşecek olan artış, toplam hasılayı artırıcı bir etki oluşturur. Bu nedenle net etkinin nasıl olacağı pek açık değildir. Negatif eğimli bir talep fonksiyonu ile karşı karşıya olan bir firma ürün fiyatını indirdiğinde, toplam hasılanın nasıl değişeceği talebin fiyat esnekliğine bağlıdır.

### TALEP ESNEKLİĞİ

**4.1. Tanım:** Bir fiyattaki değişimin satılan mal miktarını nasıl etkileyeceğini gösteren bir ölçüte talebin fiyatı esnekliği veya kısaca talep esnekliği denir. Talep esnekliği, satılan mal miktarındaki yüzde değişimin fiyattaki yüzde değişime bölünmesidir.

$$E = \frac{\text{Talep Miktarındaki Yüzde Değişimi}}{\text{Fiyattaki Yüzde Değişimi}}$$

Bir ürünün ilk fiyatı  $P_1$  ve değişen fiyatı  $P_2$  olsun.

$$E = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{\Delta P}{P_1}$$

dir.

**Örnek:** 115 ₺ olan bir ürün 120 ₺ satılmaya başlamışsa bu ürünün talep esnekliği nedir?

$$\text{Çözüm: } E = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{120 - 115}{115} = 0,043$$

Talep esnekliği % 4,3 dür.

**Örnek:** Fiyatın  $P_1 = 12$  ₺ den  $P_2 = 14$  ₺'ye yükseldiği durumu ele alalım. Bu durumda fiyattaki yüzde değişim,

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{14 - 12}{12} = \frac{1}{6} \cong 0,167$$

yaklaşık %16,7 olmuştur.

**4.1. Teorem:**  $Q_d = f(P)$  talep fonksiyonunda;

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

talep esnekliğini verir. Bu esnekliğe talebin nokta esnekliği denir.

İspat:  $\Delta P$  iki fiyat arasındaki fark olmak üzere;

$$E = \frac{\frac{\Delta Q}{P}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{Q} \cdot \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

yazılabilir. Fiyattaki çok küçük bir değişimin etkisinden bahsettiğimizde,  $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$  ifadesini  $\frac{dQ}{dP}$  türevi ile değiştirebiliriz. Buna göre;

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

olur. //

Fiyat ile talep edilen miktar arasında ters yönlü bir ilişki olduğu için, bulacağımız esneklik değeri negatif olacaktır. Esneklik değerlerini değerlendirirken genellikle önemli olan mutlak büyüklükleridir. Esnekliğin mutlak değerinin birden küçük, birden büyük ve bire eşit olmasına göre, talep hakkında aşağıdaki değerlendirmeler yapılır:

- $|E| < 1$  ise "inelastik talep", yani esnek olmayan,
- $|E| = 1$  ise "birim esnek talep",
- $|E| > 1$  ise "esnek talep", yani esnek olan

olarak adlandırılır.

**Örnek:**  $P = 50 - 2Q$  olarak verilen bir talep fonksiyonunu ele alalım ve fiyatın 30 olduğu durumdaki talep esnekliğini bulalım. Bunun için önce  $\frac{dQ}{dP}$  türevini bulmamız gerekir.

$$P = 50 - 2Q$$

$$Q = 25 - \frac{1}{2}P$$

ters talep fonksiyonunu elde ederiz. Bu durumda,  $\frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{2}$  olacaktır. Esnekliği bulabilmek için ayrıca,  $P = 30$  olduğunda talep edilen miktara ihtiyacımız vardır. Bunu da fiyatı, elde ettiğimiz talep fonksiyonunda yerine koyarak buluruz:  $Q = 25 - \frac{1}{2} \cdot 30 = 10$  dir. Buna göre;

$$E = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = -\frac{1}{2} \frac{30}{10} = -1,5$$

olur. Buna göre  $|E| = |-1,5| > 1$  olduğu için talep fonksiyonunun bu noktada "esnek" olduğu sonucuna varırız. //

Esneklik konusunda en sık karıştırılan husus, esneklik ile eğim arasındaki farktır. Esneklik eğim ile ilişkili olmasına rağmen, aynı şey değildir. Örneğin, doğrusal bir talep fonksiyonunda eğim her noktada aynı olmasına rağmen, esneklik her noktada farklı olacaktır. Bunu yukarıdaki örnekte görmekteyiz.  $P = 50 - 2Q$  olarak verilen talep fonksiyonu için bulduğumuz esneklik değeri  $P$  ve  $Q$ 'ya bağlı olarak değişen bir fonksiyondur. Bununla birlikte bu talep fonksiyonunun eğimi her yerde  $-2$ 'dir.

**Örnek:**  $P = 40 - 2Q$  olarak verilen bir talep fonksiyonu ve fiyatın  $\text{₺}50$  olduğu durumdaki talep esnekliğini bulunuz.

Çözüm: Önce  $\frac{dQ}{dP}$  türevini bulalım. Bunun için ters talep fonksiyonunu bulalım.

$$Q = 20 - \frac{1}{2}P$$

dir. Bu ters talep fonksiyonunun türevi

$$\frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{2}$$

dir.  $P = \text{₺}50$  ise  $Q = 20 - \frac{1}{2} \cdot 50 = -5$  olacağından

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{50}{(-5)} = 5 > 1$$

olur ki bu bize esnek talep olduğunu gösterir.

**Örnek:**  $P = 4Q^{-1/2}$  olarak verilen talep fonksiyonunun talep esnekliğini bulunuz.

$$\text{Çözüm: } P = 4Q^{-1/2}$$

$$P^2 = 16Q^{-1}$$

$$Q = 16P^{-2}$$

$$\frac{dQ}{dP} = -32P^{-3}$$
$$|E| = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -32P^{-3} \cdot \frac{P}{16P^{-2}} = |-2| > 1$$

olur ki bu bize talep esnekliğinin her fiyat için olduğunu gösterir. Yani, esneklik Q veya P değerlerine bağlı olmadan her yerde aynıdır. Bu fonksiyonun eğimi ise her yerde aynı değildir. //

Esneklik ile toplam hasıla arasında ne gibi bir ilişki vardır? Bu soruyu cevaplamak için önce toplam hasılayı ele alalım. Toplam hasıla  $T_R = P \cdot Q$  olduğuna göre, fiyat artışının toplam hasıla üzerindeki etkisini görmek için aşağıdaki türeve bakmalıyız;

$$\frac{dT_R}{dP}$$

olur. Dikkat ediniz, yukarıdaki türevi bulabilmemiz için toplam hasılayı miktarın bir fonksiyonu,  $T_R(Q)$  olarak değil, fiyatın bir fonksiyonu,  $T_R(P)$  olarak yazmamız gerekir. Fiyat ve talep edilen miktar, talep fonksiyonu aracılığıyla birbirleri ile ilişkili olduğundan, bunu yapmak zor değildir. Yapmamız gereken ters talep fonksiyonunu  $Q(P)$  elde etmektir. Bu fonksiyonu toplam hasıla ifadesinde yerine koyarsak toplam hasılayı fiyatın bir fonksiyonu olarak ifade etmiş oluruz:

$$T_R(P) = P \cdot Q(P)$$

Buradan  $\frac{dT_R}{dP}$  türevini elde etmek için, çarpım kuralını uygulamamız gerekir:

$$\frac{dT_R(P)}{dP} = \frac{dP}{dP} Q + \frac{dQ(P)}{dP} P = Q + \frac{dQ(P)}{dP} P$$

Bu ifadeyi Q parantezine alırsak

$$\frac{dT_R(P)}{dP} = Q \left( 1 + \frac{dQ(P)}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \right)$$

elde ederiz. Parantez içerisindeki ikinci ifadenin talebin fiyat esnekliği olduğu görülmektedir. Bunu ifadede yerine koyarsak

$$\frac{dT_R(P)}{dP} = Q(1 + E)$$

bulunur. Talebin fiyat esnekliğinin negatif olduğunu hatırlayalım. Bu nedenle eğer  $|E| > 1$  ise,  $\frac{dT_R}{dP} < 0$  olacaktır. Dolayısıyla, fiyattaki bir indirim toplam

hasılayı artıracaktır. Eğer  $|E| < 1$  ise,  $\frac{dT_R}{dP} > 0$  olacaktır ve fiyattaki bir indirim toplam hasılayı azaltacaktır

$$|E| > 1 \Leftrightarrow \frac{dT_R(P)}{dP} < 0 \Leftrightarrow P \text{ azalır, } T_R \text{ artar}$$

$$|E| < 1 \Leftrightarrow \frac{dT_R(P)}{dP} > 0 \Leftrightarrow P \text{ azalır, } T_R \text{ artar}$$

Eğer  $|E| = 1$  ise,  $\frac{dT_R}{dP} = 0$  olacaktır ve fiyat değişikliği toplam hasılayı etkilemeyecektir.

**Örnek:**  $Q = \frac{100}{P}$  nokta esnekliği hesaplayınız.

$$\text{Çözüm: } \varepsilon = \frac{\partial Y}{\partial X} \cdot \frac{X}{Y} = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}$$

$$Q = \frac{100}{P}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{0 \cdot P - 100}{P^2} = -\frac{100}{P^2}$$

$$\varepsilon = -\frac{100}{P^2} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{100}{PQ} = -1$$

esnekliğini buluruz.

**Örnek:**  $P = \frac{100}{Q}$  nokta esnekliği hesaplayınız.

Çözüm: Burada dikkat etmemiz gereken kısım elimizde talep değil ters talep fonksiyonunun olmasıdır. O yüzden ya talep fonksiyonuna çevireceğiz  $Q = \frac{100}{P}$  ya da önce bağımsız değişken olarak  $Q$ 'ya göre kısmi türev alıp daha sonra fiyat-talep esneklik formülüne çevireceğiz. Burada ikinci yolu göstereyim. Ters talep fonksiyonu olduğu için

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot \frac{P}{Q}$$

denklemini elde edilir. Fakat burada bağımlı değişken ve bağımsız değişken yer değiştirdiği için  $Q$ 'nun  $P$ 'ye göre kısmi türevini alıyoruz.

$$\frac{\partial P}{\partial Q} = \frac{0 \cdot Q - 100 \cdot 1}{Q^2} = -\frac{100}{Q^2}$$

$$\varepsilon = -\frac{100}{Q^2} \cdot \frac{P}{Q}$$

Kısmi türev ile elde ettiğimiz eğimi tersine çevirerek esneklik formülüne çevirebiliriz:

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)} \text{ dir. Buna göre}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{-\frac{100}{Q^2}} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{Q^2}{100} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{Q^2}{100} \cdot \frac{100}{Q} = -\frac{Q^2}{100} \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{100}{Q} = -1$$

elde edilir.

**4.2. Teorem:** Esnek olmayan bir mal için fiyatta bir artış toplam harcamaları arttırıcı bir etki yaparken, esnek bir mal için fiyat artışı toplam harcamaları düşürecektir.

İspat:  $Q = F(p)$  ilgilendiğimiz mal için talep fonksiyonu olsun. O zaman  $P$  fiyatında toplam harcamalar şöyle hesaplanır:

$$E(p) = p \cdot Q = p \cdot F(p)$$

dir. Toplam harcamaların, yani  $E(p)$ 'nin artıp azaldığını anlayabilmek için birinci türevinin işaretini incelememiz yeterli olacaktır. Öyleyse

$$E'(p) = p \cdot F'(p) + 1 \cdot F(p)$$

şeklinde hesaplanan toplam harcamaların birinci türevinin işaretini incelemeliyiz. Yukarıdaki eşitlikte eşitliğin her iki tarafını da  $F(p)$  ye bölersek:

$$\frac{E'(p)}{F(p)} = \frac{p \cdot F'(p)}{F(p)} + 1 = \varepsilon + 1$$

elde edilir. Buna göre eğer bir mal esnek olmayan bir mal ise  $-1 < \varepsilon < 0$  doğru olacak ve de bu yüzden  $(\varepsilon + 1) > 0$  olacaktır. Böylece  $E'(p)$ 'nin pozitif değer alacağını göstermiş oluruz. Yani diğer bir deyişle toplam harcamaların ( $E(p)$ 'nin) fiyata göre artan bir fonksiyon olduğu gösterilmiş olduk. Diğer yandan, bir mal esnek olduğunda  $\varepsilon < -1$  olduğundan,  $(\varepsilon + 1) < 0$  olacaktır. Bu  $E'(p)$ 'nin negatif değer alacağı anlamına gelir ki bu da  $E(p)$ 'nin yani toplam harcamaların fiyata göre azalan bir fonksiyon olduğunu gösterir.

**Örnek:**  $Q^d = 1000 - P^3$  talep fonksiyonunu ele alalım. Bu fonksiyonda miktar ton cinsinden ve de fiyatlar ₺ cinsinden olsun. Hemen birinci türevi hesaplırsak  $\frac{dQ^d}{dP} = -3P^2$  elde edilir. Eğer şu anki fiyat ₺5 iken fiyat ₺1 arttırılırsa, talep edilen miktar yaklaşık olarak

$$\left. \frac{dQ^d}{dP} \right|_{P=5} = 3 \cdot 5^2 = 75$$

75 ton azalacaktır. Bu durumda fiyatlardaki %1'lik bir artış fiyatlarda  $5P = \frac{1}{20} \cdot 1$  ₺'lik bir artışı ima edecek ve dolayısıyla talep miktarını  $3,75 = \frac{75}{20}$  ton kadar azaltacaktır. Fiyat ₺5 olduğunda talep  $1000 - 5^2 = 875$  ton olduğundan yüzdesel talep azalışı  $\frac{3,75}{8,75} \approx 0,0043 = \%0,43$  kadar olacaktır. Yani,

fiyatlardaki %1'lik artış, talep miktarını %0,43 azaltacaktır. Bu da elimizdeki malın incelenen fiyat düzeyinde esnek olmayan bir yapıda olduğunu gösterir.

Genelleyerek ifade edersek,  $\frac{dQ^d}{dP}$  malın fiyatı £1 arttığında talepte meydana gelecek yaklaşık değişimdir. Başlangıç fiyatını  $\frac{100}{P}$  olarak kabul edelim. £1'lik artış yüzdesel olarak kadar artış anlamına gelir. Böylelikle, fiyatta meydana gelen %1'lik artış, talep miktarını yaklaşık olarak  $\frac{P}{100} \cdot \frac{dQ^d}{dP}$  ton kadar değiştirmiş olur. O zaman talep miktarında meydana gelen yüzdelik değişim, yaklaşık olarak

$$pe(P) = \frac{100}{Q^d} \cdot \frac{P}{100} \cdot \frac{dQ^d}{dP} = \frac{dQ^d}{dP} \cdot \frac{P}{Q^d}$$

kadar olur.

Yukarıda elde ettiğimiz denklem talebin fiyat esnekliğinin denklemidir. Bu denklemi yeniden organize ettiğimizde,  $pe(P) = \frac{dQ^d}{Q^d} \div \frac{dP}{P} = \varepsilon$  elde edilir.

Burada  $100 \frac{dP}{P}$  fiyattaki yüzdesel artışı ve  $100 \frac{dQ^d}{Q^d}$  ise miktarda meydana gelen yüzdesel değişimi ve  $\varepsilon$  genel olarak iktisatta esnekliği ifade etmektedir. Örneğimizdeki fiyat esnekliğine dönersek

$$pe(P) = (-3P^2) \frac{P}{Q^d} = -3 \frac{P^3}{1000 - P^3} = \varepsilon$$

şeklinde hesabımızı yaparız. Bu örnekte talebin esnek olmayan bölümü incelenmek istendiğinde,  $\varepsilon < 1$  olan bölüm ele alınmalıdır. Bu durumda,

$$3 \frac{P^3}{1000 - P^3} < 1 \Leftrightarrow 3P^3 < 1000 - P^3 \Leftrightarrow P < \sqrt[3]{250} \approx 6,3$$

eşitsizliği elde edilir. Son olarak eğer fiyat (P) yaklaşık olarak 6,3'ten küçük olursa esnek olmayan talepten bahsedebiliriz. Böylece anlıyoruz ki,  $P < \sqrt[3]{250}$  olduğu zaman talep fiyata göre birim esnek ve bu değerden büyük ise talep esnektir.

### Marjinal Hasılının Esnekliği

**Örnek:**  $T_R = 1000 - P^3$  talep fonksiyonunu olsun. Bu talep fonksiyonunun ters talep fonksiyonu  $P = \sqrt[3]{1000 - Q}$  biçiminde olur. Şimdi talep fonksiyonunu mal miktarına göre yazalım.

$T_R = PQ = \sqrt[3]{1\,000 - Q} \cdot Q = (1\,000 - Q)^{1/3} \cdot Q$   
olur.

Genel olarak bakıldığında talebin fiyat esnekliği ile marjinal hasıla arasında bir ilişki kurmak mümkündür. Bu ilişkiyi gösteren eşitlik,  $M_R = P \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)$  şeklinde yazılır. Burada  $\varepsilon$  notasyonu esnekliği ifade etmektedir. Şimdi bu ilişkinin elde edilmesinde kullanılan adımlara bakalım:

$$\frac{dT_R}{dP} = \frac{d(PQ^d)}{dP} = Q^d + P \frac{dQ^d}{dP}$$

toplam hasılanın fiyata göre türevi yandaki gibidir. Türevde zincir kuralı gereği bu ifadeyi,  $\frac{dT_R}{dP} = \frac{dT_R}{dQ} \frac{dQ^d}{dP}$  şeklinde de yazabiliriz. Bu şekilde yazdığımızda artık iktisatçılar için anlamlı olan toplam hasılanın miktara göre türevi kullanılabilir hale gelmektedir.

Böylece marjinal hasıla ile esneklik arasındaki ilişkiyi şu şekilde yazabiliriz:

$$M_R = \frac{dT_R}{dQ} = \left(Q^d + P \frac{dQ^d}{dP}\right) \div \left(\frac{dQ^d}{dP}\right) = \frac{Q^d}{\frac{dQ^d}{dP}} + P = P \div \left(\frac{dQ^d}{dP} \frac{P}{Q^d}\right) + P$$

### Esneklik ve Logaritma

Varsayalım ki,  $Q^d(P)$  şeklinde tanımlı bir talep fonksiyonu için elimizde fiyat ve miktar  $(P, Q)$  noktalarını gösteren veri kümesi bulunmaktadır. Yine varsayalım ki çok dar bir fiyat kümesi için doğrusal tahminleme modeli çalıştırdık. Ama bu tahminlemeyi elimizdeki orijinal veriler için değil değişime uğrayıp  $(x, y) = (\ln P, \ln Q)$  halini almış veriler için yaptık. Doğrusal tahminleme model sonuçlarımızın bize verdiği eğim, talep fonksiyonunun değil de logaritmik transformasyona uğramış talep eğrisinin eğimini yaklaşık olarak verir. Yani burada  $\frac{dy}{dx}$  tahmin edilmiş olur.  $\frac{dy}{dQ} = \frac{1}{Q}$  ve  $P = e^x$  olduğu için, elde edilir.

Zincir kuralını iki kere uyguladığımızda

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dQ} \frac{dQ}{dP} \frac{dP}{dx} = \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dP} P = \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dP} P = \varepsilon$$

eşitliği elde edilir. Bir başka deyişle, logaritmik transformasyona uğrayarak doğrusal hale gelen talep fonksiyonlarında  $\ln Q$ 'nın  $\ln P$ 'e göre türevi hesaplanırsa bu bize esnekliği verecektir.



Bu özelliği yukarıdaki  $T_R = 1000 - P^3$  talep fonksiyonunu örneğinde kullandığımız talep fonksiyonuna benzer bir fonksiyonda logaritmik transformasyon yaptıktan sonra kullanabiliriz.

**Örnek:** Talep fonksiyonu  $Q^d = 1000P^3$  şeklinde tanımlı olsun. Logaritma yardımıyla talebin fiyat esnekliğini hesaplayınız.

**Çözüm:** Burada logaritmik transformasyon için doğal logaritmayı kullanacağız. Eşitliğin her iki tarafının doğal logaritması alındığında, logaritma kuralları gereği,  $\ln Q^d = \ln 1000 - 3 \ln P$  denklemi elde edilir. Elimizde üstel yapıda olan bir talep fonksiyonu vardı. Logaritma kullanarak bu fonksiyonu logaritmik ve doğrusal yapıya kavuşturduk. Artık yalnızca basit bir türev olarak talebin fiyat esnekliği hesaplamak mümkün hâle gelmiştir:  $\frac{d \ln Q}{d \ln P} = \varepsilon = -3$  Yanda görüldüğü gibi bu malın talebi fiyata göre esnek çıkmıştır. Bir başka özellik ise bu talep fonksiyonunun her noktasında esneklik sabit ve 3'e eşittir.

### TALEPTE YAY ESNEKLİĞİ

Yay esnekliği fonksiyon üzerindeki bir aralıkta esnekliği ölçer. Esnekliğin hesaplanmasında aralığın başlangıç ve bitiş noktalarındaki fiyat ve miktarların ortalamaları kullanılmaktadır.

$$\varepsilon_d = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{\frac{1}{2}[P_1+P_2]}{\frac{1}{2}[Q_1+Q_2]} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2}$$

**Örnek:** Talep fonksiyonu  $Q = -2P + 10$  ise fiyatın 21'den 20'ye düşmesi durumunda yay esnekliğinin değerini hesaplayınız.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2} &= \frac{(-2 \cdot 21 + 10) - (-2 \cdot 20 + 10)}{21 - 20} \cdot \frac{21 + 20}{(-2 \cdot 21 + 10) + (-2 \cdot 20 + 10)} \\ &= \frac{-2 \cdot 41}{-64} \\ &= \frac{41}{32} > 1 \end{aligned}$$

### TALEPTE NOKTA ESNEKLİĞİ

Esneklik değeri belli bir aralıkta değil, bir noktada da hesaplanabilir. Yay esnekliği formülündeki  $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$  oranı talep eğrisi üzerindeki iki noktayı birleştiren kirişin eğimidir. Bu iki nokta birbirine yaklaştıkça, yani  $\Delta Q$  ve  $\Delta P$  ve sıfıra yaklaştıkça, yay bir noktaya dönüşür ve kirişin eğimi o noktada çizilen teğetin eğimine yaklaşır.

Burada  $\lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{dQ}{dP}$  olur. Bundan yararlanarak nokta esnekliği denklemini belirleyebiliriz.

$$\epsilon_d = -\frac{P}{Q} \cdot \frac{dQ}{dP}$$

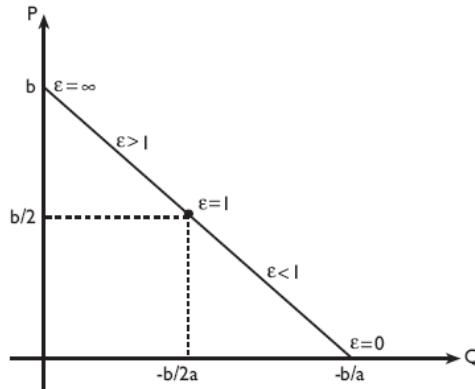
İktisatta genellikle talep eşitlikleri fiyatı miktarın bir fonksiyonu olarak  $P = f(Q)$  biçiminde verir. Fakat nokta esnekliği formülünde kullandığımız  $\frac{dQ}{dP}$  türevi için miktarı fiyatın fonksiyonu olarak ifade etmemiz gerekir.

**Örnek:**  $a < 0$  ve  $b > 0$  şartını sağlayan  $P = aQ + b$  şeklinde doğrusal bir talep fonksiyonu alalım. Öncelikle miktarı fiyatın bir fonksiyonu olarak ifade edersek  $aQ = P - b = (P - b) = \frac{1}{a}$  olur. Bu fonksiyonda  $\frac{dQ}{dP} = \frac{1}{a}$  dır.

Talebin fiyat esnekliği formülünde  $Q$  yerine  $\left(\frac{1}{a}\right)(P - b)$  ve  $\frac{dQ}{dP}$  yerine  $\frac{1}{a}$  yazarsak bulunur.

$$\epsilon = -\frac{P}{(1/a)(P-b)} \cdot \frac{1}{a} = \frac{-P}{P-b} = \frac{P}{b-P}$$

Esnekliği hesaplamakta kullanacağımız bu formülde  $a$  yer almaz. Yani esneklik doğrusal talep fonksiyonlarının eğimlerinden bağımsızdır.



Doğrusal bir talep eğrisi boyunca esneklik farklı değerler alır. Bu yukarıdaki şekilde gösterilmektedir.

Talep fonksiyonunun  $P = aQ + b$  olduğu hatırlanırsa grafiğin dikey eksenini kestiği noktayı bulmak için  $Q = 0$  dersek buradan  $P = b$  bulunur. Bu noktadaki esneklik değeri ise  $\varepsilon = \frac{b}{b-0} = \infty$  dur. Grafiğin yatay eksenini kestiği noktada  $P = 0$  dır. Bu noktadaki esneklik değeri ise  $\varepsilon = \frac{0}{b-0} = 0$  olur. Talep eğrisi boyunca sol yukarıdan sağ aşağıya doğru hareket edildikçe esneklik  $\infty$  ile 0 arasında değerler almaktadır.  $e = 1$  olduğunda talebin birim esnek olduğunu belirtmiştik. Talebin birim esnek olması durumunda fiyatı da rahatlıkla belirleyebiliriz.

$$\frac{P}{b-P} = 1, \quad P = b - P, \quad P = \frac{b}{2}$$

Fiyat için bulduğumuz bu değeri dönüştürülmüş talep fonksiyonunda yerine koyarsak  $e = 1$  durumundaki miktarı buluruz.

$$Q = \frac{1}{a} \left( \frac{b}{2} - b \right) = -\frac{b}{2a}$$

Talep eğrisinin tam orta noktasında talep birim esnektir. Bu noktanın solunda  $e > 1$  olduğundan talep esnektir. Bu noktanın sağında ise  $e < 1$  olduğundan talep esnek değildir.

## ARZ ESNEKLİĞİ

**Tanım:** Bir sunumdaki değişimin satılan mal miktarını nasıl etkileyeceğini gösteren bir ölçüte arzın miktarının esnekliği veya kısaca arz esnekliği denir. Arz esnekliği, satılan mal miktarındaki yüzde değişimin tüketici gelirindeki yüzde değişime bölünmesidir.

$$\varepsilon = \frac{\text{Miktardaki Yüzde Değişimi}}{\text{Tüketici Gelirdeki Yüzde Değişimi}}$$

Bir ürünün miktarı  $Q_1$  ve değişen miktarı  $Q_2$  olsun.

$$\varepsilon = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{\Delta Q}{Q_1}$$

dir.

## ARZIN FİYATINDAKİ NOKTA ESNEKLİĞİ

Arz kanununda daha önce bahsettiğimiz gibi fiyat ve talep edilen miktar arasında doğru yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Arzın fiyat esnekliği ya da duyarlılığı ise, temel olarak fiyatta meydana gelen yüzde 1'lik artış/azalışın arz

miktarında ne kadarlık yüzde X'lik azalış/artışı meydana getireceğini göstermektedir.

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta Q_s}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q_s} = \frac{\partial Q_s}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_s}$$

olur.

**Örnek:**  $Q_s = 30 + 6P$  iken  $P = 3$  ise, arzın nokta fiyat esnekliğini hesaplayınız.

Çözüm:

$$Q_s = 30 + 6P = 30 + 6 \cdot 3 = 48$$

İlk önce talep fonksiyonunun P'ye göre kısmi türevini alıp eğimini buluruz.

$$|\varepsilon_s| = \frac{\partial Q_s}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_s} = 6 \cdot \frac{3}{48} = \frac{3}{8}$$

esnekliği oluşur. //

Arz ve Talep esnekliğinde gördüğümüz üzere esneklik ile ilgili belirli bir denklem bulunmaktadır. Buna rağmen yorumlamalar için hangi iktisadi aksiyomları sağladığını bilmemiz gerekmektedir. (Talep esnekliğinde mutlak değer içinde aldığımız gibi.)

$Y = \alpha \pm \beta X$  gibi bir fonksiyonumuz var ise X bağımsız değişkendeki yüzde 1'lik değişimin Y bağımlı değişkende ne kadar yüzde değişime yol açacağını aşağıdaki denklemle elde edebiliriz.

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y} \text{ ve } \varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y}$$

## ÜRETİMDE ESNEKLİK

Elimizde Cobb-Douglass tipi üretim fonksiyonumuz var iken emeğin (L=Labor) veya sermayenin (K=Capital) esnekliğini bulabiliriz. Bunu genel esneklik denklemini kullanarak yaparız.

**4.3. Teorem:** Cobb-Douglas üretim fonksiyonu;  $Y = AK^\alpha L^\beta$  biçimindedir. Emeğin esnekliğini  $\beta$  kadardır.

İspat: Genel esneklik formülünü emek (L) için uygularsak,

$$\varepsilon = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y}$$

bulunur. Emeğe (L) göre kısmi türevi alırsak,

$$\frac{\Delta Y}{\Delta L} = \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$$
$$\varepsilon_{Y,L} = \beta AK^\alpha L^{\beta-1} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{\beta AK^\alpha L^\beta}{AK^\alpha L^\beta} = \beta$$

elde edilir.

**Örnek:**  $Y = AK^{0,3}L^{0,7}$  üretim fonksiyonu söz konusu olduğunda sermayede (K) yüzde 1'lik artış üretim miktarını yüzde kaç arttırmaktadır?

Çözüm: Esneklik denklemini sermaye (K) için kısmi türevini alarak inceleyerek,

$$\varepsilon = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y}$$
$$Y = AK^{0,3}L^{0,7}$$
$$\frac{\partial Y}{\partial K} = 0,3AK^{-0,7}L^{0,7}$$
$$\varepsilon = 0,3AK^{-0,7}L^{0,7} \cdot \frac{K}{Y}$$
$$\varepsilon_{Y,K} = 0,3AK^{-0,7}L^{0,7} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{0,3AK^{0,3}L^{0,7}}{AK^{0,3}L^{0,7}} = 0,3$$

elde edilir.

### TALEBİN ÇAPRAZ ESNEKLİĞİ

Talebin çapraz fiyat esnekliği ya da duyarlılığı ise, temel olarak iki malın olduğu bir durumda mallardan birinin fiyatında meydana gelen yüzde 1'lik artış diğer malın miktarında ne kadarlık yüzde X'lik azalış meydana getireceğini göstermektedir.

Burada A ve B malı gibi iki malımız varsa fiyatı değişeni esneklik formülünde fiyat kısmına hangi malın miktarının değişip değişmediğini merak ediyorsak onun yerine yazarız.

**Örnek:**  $Q_d = 150 - 4P_A + 3P_B$  gibi bir A malı talep fonksiyonumuz olsun. A malı fiyatı 10 TL B malı fiyatı ise 5 TL olsun. Buna göre B malı fiyatında meydana gelen yüzde 1'lik artış A malı talebini ne kadar etkilemektedir?

$$\text{Çözüm: } Q_d = 150 - 4P_A + 3P_B = 150 - 4 \cdot 10 + 3 \cdot 5 = 125$$

$$\varepsilon_{\zeta} = \frac{\partial Q_d}{\partial P_B} \cdot \frac{P_B}{Q_d} = 3 \cdot \frac{5}{125} = 0,12$$

//

Talep fonksiyonunu yazarken iktisada girişte kullandığımız ceteris paribus kuralı her zaman işlerimizi kolaylaştırmıştır. Talebi belirleyen faktörler incelenirken, yalnızca ilgili malın fiyatı değil, gelir, zevk ve tercihler, diğer malların fiyatları gibi etkenlerinde konunun ilgisini oluşturduklarını biliyoruz. Ancak basit talep ve arz denklemleri yardımıyla piyasada neler olduğunu anlayabilmek için ilgili malın fiyatı hariç diğer değişkenler analiz boyunca sabit kabul edilir. Talebi etkileyen diğer faktörlerden gelir ve diğer malların fiyatları serbest bırakıldığında bir mal için talep fonksiyonu,

$$Q^d = 100 - p + 2p^* - 3y$$

gibi yazılabilir. Bu fonksiyonda  $p$  ilgili malın fiyatını,  $p^*$  başka bir malın fiyatını ve  $y$  geliri göstermektedir. Denklemi buradaki gibi üç ayrı açıklayıcı değişkenle yazdığımız da artık kısmi türev kurallarını kullanarak çeşitli esneklik hesaplamalarını yapabiliriz. Yukarıdaki talep fonksiyonunu hesaplamalar için örnek olarak kullanalım.

**Örnek:**  $Q^d = 100 - p + 2p^* - 3y$  yandaki talep fonksiyonuna göre,

- Talebin fiyat esnekliğini hesaplayınız.
- Çapraz fiyat esnekliğini hesaplayın ve iktisadi olarak yorumlayınız.
- Gelir esnekliğini hesaplayın ve iktisadi olarak yorumlayınız.

**Çözüm:** a) Daha önce çözülen talebin fiyat esnekliği problemlerinden tek fark bu soruda çok değişkenli fonksiyon olmasıdır. Bu sebeple de direkt türev yerine kısmi türev yaklaşımı kullanılacaktır. Bunun dışında başka bir değişiklik yer almayacaktır. Talebin fiyat esnekliği formülünü uyguladığımızda

$$\frac{\partial Q^d}{\partial p} \frac{p}{Q^d} = - \frac{p}{Q^d}$$

sonucu elde edilir.

b) Bu sefer de kısmi türev kurallarıyla çapraz fiyat formülü kullanılacaktır:  $\frac{\partial Q^d}{\partial p^*} \frac{p^*}{Q^d} = 2 \frac{p^*}{Q^d}$  Elde edilen sonuç yandaki gibidir. Bu sonuca baktığımızda önce sonucun pozitif ya da negatif olup olmadığını incelemeliyiz. Herhangi bir fiyat ya da talep miktarı negatif değer alamayacağı için sonucumuz pozitif bir sayıdır. Burada diğer mal için hesaplanacak çapraz fiyat esnekliğinin de pozitif sonuç verdiği kabulü ile, soruya konu bahsi olan mal ile diğer malın ikame mallar olduğu söylenebilir.

c) Talebin gelir esnekliğini hesaplamak için hemen verilerimizi formülde yerine yazalım:  $\frac{\partial Q^d}{\partial y} \frac{y}{Q^d} = -3 \frac{y}{Q^d}$  Elde edilen sonucun pozitif ya da negatif olması konu olan malın özelliği için önemlidir. Elde edilen sonuçta gelir ve talep edilen miktar rakamları da var. Bu değişkenlerin negatif değer alması söz konusu değildir. Bu durumda bu iki değişkenle çarpım durumunda olan -3 sayısı sonucumuzun negatif olacağını belirlemektedir. Bu durumda talebin gelir esnekliği negatif değer almaktadır. Bu gelirimiz arttıkça bu maldan uzaklaştığımız, talep miktarını azaltığımız anlamına gelir. Bir başka deyişle söz konusu mal düşük bir mal olmalıdır.

### ESNEKLİĞİN ÇOK DEĞİŞKENLİ FONKSİYONLARDA UYGULAMASI

Tek değişkenli fonksiyonları anlatırken talebin fiyatın bir fonksiyonu olduğunu ifade edip fiyatın artması durumunda talep edilen miktarın azalacağını söylemiştik.

Şimdi çok değişkenli fonksiyonları kullanarak bu basitleştirilmiş ifadeyi geliştirerek talebi etkileyen diğer faktörleri de inceleyebiliriz. Bir malın talebinin (Q), malın fiyatına (P), ikame veya tamamlayıcı malın fiyatına (P<sub>i</sub>) ve tüketicinin gelirin (Y) bağlı olduğunu varsayalım. Bunu çok değişkenli bir fonksiyon kullanarak  $Q = f(P, P_i, Y)$  şeklinde gösterebiliriz. Talebi etkileyen bu üç değişkendeki değişime talebin ne kadar duyarlı olduğunu belirlemek için esneklik kavramını kullanırız.

İnceleyeceğimiz ilk esneklik türü daha önce tek değişkenli fonksiyonlar bölümünde de kullanılan talebin fiyat esnekliği olsun. Bu çok değişkenli fonksiyonda talebin fiyat esnekliği, ikame malının fiyatı ve tüketici geliri sabitken, malın kendi fiyatındaki yüzde değişim sonucunda, talepteki yüzde değişimi ifade etmektedir.

$$\text{Kısaca } E_p = - \frac{P}{Q} \times \frac{\partial Q}{\partial P}$$

Burada kısmi türevi kullanmamızın nedeni, Q'nun birçok değişkenin fonksiyonu olması ve P<sub>i</sub> ve Y'nin sabit tutulmasıdır. Benzer şekilde, talebin ikame veya tamamlayıcı malın fiyatındaki değişime ne kadar duyarlı olduğunu belirlemek için de talebin çapraz fiyat esnekliği kavramını kullanırız. Malın kendi fiyatı ve tüketici geliri sabitken, ikame veya tamamlayıcı malın fiyatındaki yüzde değişimin sonucunda talebin hangi oranda değişeceğini belirlemek için

$E_{P_i} = -\frac{P_i}{Q} \times \frac{\partial Q}{\partial P_i}$  formülü kullanılır. Çapraz fiyat esnekliğinin işareti alternatif malın türüne göre değişir. Eğer alternatif mal, ikame malsa  $P_i$  arttığında,  $Q$  da artar. Çünkü tüketiciler nispi olarak daha ucuz kalan maldan tüketmeyi tercih ederler. Dolayısıyla  $\frac{\partial Q}{\partial P_i} > 0$  olacağından  $E_{P_i} > 0$  olacaktır. Alternatif malın tamamlayıcı bir mal olması durumunda ise alternatif malın fiyatının artması sonucunda talep azalır. Dolayısıyla  $\frac{\partial Q}{\partial P_i} < 0$  olacağından  $E_{P_i} < 0$  olur.

Talebin gelir esnekliği ise, gelirdeki yüzde değişim sonucunda talebin nasıl etkileneceğini inceler.  $E_Y = \frac{Y}{Q} \times \frac{\partial Q}{\partial Y}$  formülü ile hesaplanır. Talebin gelir esnekliği pozitif ya da negatif değer alabilir. Normal mallar için gelir arttığında talep de artacağından gelir esnekliği pozitif çıkar. Düşük mallarda ise gelir artışı sonucunda talep azalacağından gelir esnekliği negatiftir.

Örneğin talep fonksiyonu  $Q = 500 - 3P - 2P_i + 0,001Y$  şeklinde verilmiş olsun.  $P = 20$ ,  $P_i = 30$  ve  $Y = 5\,000$  olması durumunda talebin fiyat esnekliğini, çapraz fiyat esnekliğini ve gelir esnekliğini hesaplayalım.

Öncelikle  $P = 20$ ,  $P_i = 30$  ve  $Y = 5\,000$  iken talep edilen miktarı hesaplayalım.

$$Q = 500 - 3(20) - 2(30) + 0,001(5\,000) = 430$$

Fiyat esnekliğini hesaplayabilmek için  $Q$ 'nun  $P$ 'ye göre kısmi türevine ihtiyacımız var.  $\frac{\partial Q}{\partial P} = 3$  Buradan  $E_p = -\frac{P}{Q} \times \frac{\partial Q}{\partial P} = -\frac{20}{430} \times (-3) = 0,14$  bulunur.

Çapraz fiyat esnekliğini bulmak için ise öncelikle fonksiyonun alternatif malın fiyatına göre kısmi türevini hesaplarız.  $\frac{\partial Q}{\partial P_i} = -2$  Buradan  $E_{P_i} = \frac{30}{430} \times (-2) = -0,14$  bulunur. Son olarak talebin gelir esnekliğini bulmak için fonksiyonun gelire göre kısmi türevini alarak bulunur.

## ALİŞTIRMALAR

1. Bir malın fiyatı £100'dan £150'ya çıktığında, malın talep edilen miktarı 400 birimden 300 birime düşmektedir. Bu malın talebin fiyat esnekliği kaçtır? (Cevap: -1/2)



2. Bir malın fiyatı  $\text{₺}100$ 'dan  $\text{₺}50$ 'ya düştüğünde, talep edilen miktar, 400 birimden 600 birime çıkmaktadır. Bu malın talebin fiyat esnekliği kaçtır? (Cevap: -4)

3. A malının fiyatı  $\text{₺}10$  iken talep edilen miktarı 80 adettir. Malın fiyatı  $\text{₺}15$ 'ye çıktığında talep edilen miktarı düşmektedir. Malın talebinin fiyat esnekliği -0,5 olduğuna göre yeni talep edilen miktarı kaç adettir? (Cevap: 60)

4. X malının fiyatı  $\text{₺}10$  iken talep edilen miktarı 100 adet, fiyatı  $\text{₺}5$ 'ye düştüğünde talep edilen miktarı 150 adete çıkıyorsa X malının talebinin yay esnekliği kaçtır? (Cevap: 0.6)

5. Etin fiyatı  $\text{₺}20$  iken X ailesinin et talebi 5 kg'dır. Etin kilosu  $\text{₺}30$ 'ye çıktığında, et talebi 3 kg olduğuna göre, bu ailede et talebinin fiyat esnekliği kaçtır? (Cevap: -0.8)

6. Balığın kilosu  $\text{₺}15$  iken Temel ailesinin balık talebi 4 kg'dır. Bu ailenin balık talebinin yay esnekliği  $-5/3$  olduğuna göre, balık fiyatı  $\text{₺}10$ 'ye düştüğünde, bu ailenin balık talebi kaç kg olacaktır? (Cevap: 2)

7. Bir malın fiyatı  $\text{₺}5$  iken talep edilen miktarı 10 adettir. Malın fiyatı  $\text{₺}3$ 'ye indiğinde talep edilen miktarı 16 adete çıktığına göre bu mal için talebin yay esnekliği kaçtır? (Cevap: 1.5)

8. X malının fiyatı  $\text{₺}10$  iken talep edilen miktar 70 kg'dır. Fiyatı  $\text{₺}15$ 'ye çıktığında talep edilen miktar 30 kg'a düşmüştür. Bu iki nokta arasında talebin yay esnekliği kaçtır? (Cevap: -2)

9. Bir beyaz eşya mağazasında Y marka çamaşır makinesinin fiyatı  $\text{₺}1500$  iken bir ayda 50 adet talep edilmektedir. Y marka çamaşır makinesinin talebinin fiyat esnekliği -3 olduğuna göre, bir ayda 70 adet makine satılabilmesi için çamaşır makinesinin fiyatı ne olmalıdır? (Cevap: 1300 TL)

10. Bir mala ilişkin talebin fiyat esnekliği -4 olarak hesaplanmıştır. Malın fiyatı %5 artarken talep edilen miktarında nasıl bir değişiklik olacaktır? (Cevap: %20 azalır)

11. Bir kalem markasının fiyatı  $\text{₺}4$  iken ayda 3000 adet satılmaktadır. Satıcı firma kalemin fiyatını  $\text{₺}3$ 'ye indirip satışlarını artırmak istemektedir. Kendi ürünlerine yönelik daha önce yaptıkları analizde talebin fiyat esnekliği -4 çıkmıştır. Firmanın yeni fiyat politikasına göre satışları kaç adet artacaktır? (Cevap: 3000)

12. Bir ailenin, tavuk eti talebinin fiyat esnekliği -2'dir. Fiyatı £5 olan tavuk etinden almak istediği miktar ayda 5 kg alan bu aile, tavuk etinin kilosu kaç liraya çıkarsa ayda 2 kg tavuk eti talep eder? (Cevap: 6.5)

13. Bir malın fiyatı £100 iken talep miktarı 25 adettir. Malın fiyatı £300 ye çıktığında talep miktarı 15 adete düşüyorsa, yay esnekliği değeri kaçtır? (Cevap: -0.5)

14. Bir malın fiyatındaki artış karşısında toplam hasılda artıyorsa fiyatın talep esnekliğinin değeri kaçtır? (Cevap:  $E_d < 1$ )

15. Talep eğrisi üzerindeki iki nokta arası için hesaplanan ortalama esneklik değeri Aşağıdakilerden hangisidir? (Cevap: Yay esnekliği)

16. Negatif eğimli doğrusal talep eğrisinin orta noktasında esneklik katsayısının mutlak değeri Aşağıdakilerden hangisidir? (Cevap:  $E_d = 1$ )

17. Bir malın £75 ve talep edilen miktarı 45 birim iken malın fiyatı £125 olduğunda talep edilen miktar 15 birim ise bu mal için ilgili fiyat aralıklarında hesaplanacak ya esnekliği değeri kaçtır? (Cevap: -2)

18. Bir malın fiyatı £40 iken satılmak istenen miktarı 100 birimdir. Malın fiyatı £50'ye yükseldiğinde satılmak istenen miktar 150 birime çıkıyorsa arzın fiyat esnekliğinin değeri kaçtır? (Cevap: 2)

19. Bir malın piyasa fiyatı £25'den £50'ye malın piyasaya arz edilen miktarı ise 25 birimden 75 birime çıktığında bu malın arz esnekliği kaç olur? (Cevap: 2)

20. Etin kg fiyatı £8 olduğu zaman yılda 50 kg, etin fiyatı £10'ye çıktığında ise yılda 45 kg tüketildiği varsayılırsa etin talebinin fiyat esnekliği kat sayısı kaç olur. (Cevap : -0,4)

21.  $Q = 20 - 3P$  talep fonksiyonunda  $P = 4$  iken talep esnekliği nedir? (Cevap: -3/2)

22.  $Q = P^2 - 4P + 4$  talep fonksiyonunda  $P = 1/2$  iken talep esnekliği nedir? (Cevap: -3/19)

23. Negatif eğimli doğrusal bir talep fonksiyonunun orta noktasında talebin fiyat esnekliği nedir? (Cevap: 1)

24. Fiyatı %20 arttığında, arzı %10 artan bir malın arzının fiyat esnekliği nedir? (Cevap: 1/2)

25.  $P_1=10$  iken  $Q_1=25$  ve  $P_2=15$  iken  $Q_2=40$  ise;

a) Birinci noktadan ikinci noktaya geçişte arzın fiyat esnekliğini bulunuz? (Cevap: 1.2)

b) İkinci noktadan birinci noktaya geçişte arzın fiyat esnekliğini bulunuz? (Cevap: 9/8)

c) Yay (ark) esnekliğini bulunuz? (Cevap: 15/13)

26.  $Q=8+4P$  olan bir arz fonksiyonunda,  $P=3$  olduğu noktada arzın fiyat esnekliği nedir? (Cevap: 3/5)

27.  $Q=-5+3P$  fonksiyonunda arzın fiyat esnekliği hakkında ne söylenebilir? (Cevap: Her noktada birden büyüktür)

28.  $Q=3P$  fonksiyonunda arzın fiyat esnekliği hakkında ne söylenebilir? (Cevap: Her noktada birdir)

29.  $Q=P^3+3P^2-4P+1$  fonksiyonunda  $P=2$  olduğu noktada arzın fiyat esnekliği nedir? (Cevap: 40/13)

30. Arzın fiyat esnekliğinin 3 olduğu bir piyasada,  $P_1=10$  iken  $Q_1=20$  ise  $P_2=15$  iken  $Q_2=?$  (Cevap: 50)

31. Arzın yay esnekliğinin 2 olduğu bir piyasada,  $P_1=20$  iken  $Q_1=30$  ise  $P_2=25$  iken  $Q_2=?$  (Cevap: 330/7)

### KAYNAKÇA

1. Prof. Dr. Hüseyin Aydın, Matematik 1, Atatürk Üniversitesi, Açıköğretim Fakültesi Yayınları, 2015.
2. Prof. Dr. Mahmut KOÇAK, Analiz Dersleri Ders Notları, Eskişehir Osmaniye Üni-versitesi, 2016.
3. Arş. Gör. Sefa ERKUŞ, Matematiksel İktisat Ders Notları, Karabük Üniversitesi, 2009.
4. Matematiksel Analiz, Açık Öğretim Fakültesi Yayınları,

Öğr. Gör. Şaban YILMAZ